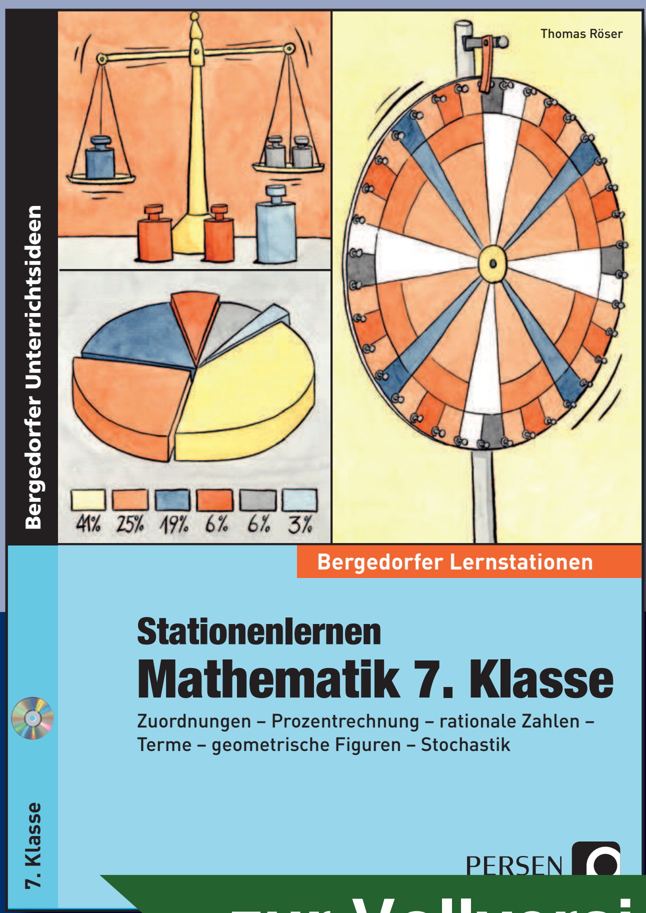
DOWNLOAD

Thomas Röser

Einführung in die Stochastik

Stationenlernen Mathematik 7. Klasse



Downloadauszug
aus dem Originaltitel:

Vorwort

I – Theorie: Zum Stationenlernen

1. Einleitung: Stationenlernen, was ist das?

Unsere Gesellschaft wird seit geraumer Zeit durch Begriffe der Individualisierung gekennzeichnet: *Risikogesellschaft* heißt es bei Ulrich Beck[1], *Multioptionsgesellschaft* nennt sie Peter Gross[2] und für Gerhard Schulze ist es eine *Erlebnisgesellschaft*[3]. Jeder Begriff beinhaltet einen anderen inhaltlichen Schwerpunkt, doch egal, wie wir diesen Prozess bezeichnen, die Individualisierung – hier zu verstehen als Pluralisierung von Lebensstilen – schreitet voran. Damit wird die Identitäts- und Sinnfindung zu einer individuellen Leistung. Diese Veränderungen wirken sich zwangsläufig auch auf die Institution Schule aus. Damit lässt sich vor allem eine Heterogenität von Lerngruppen hinsichtlich der Lernkultur, der Leistungsfähigkeit sowie der individuellen Lernwege feststellen. Darüber hinaus legt beispielsweise das Schulgesetz Nordrhein-Westfalen im § 1 fest, dass: *„Jeder junge Mensch* […] *ohne Rücksicht auf seine wirtschaftliche Lage und Herkunft und sein Geschlecht ein Recht auf schulische Bildung, Erziehung und individuelle Förderung*" hat. Das klingt nach einem hehren Ziel – die Frage ist nur, wie wir dieses Ziel erreichen können?

Ich möchte an dieser Stelle festhalten, dass es nach meiner Einschätzung nicht *das* pädagogische Allheilmittel gibt, welches wir nur einsetzen müssten und damit wären alle (pädagogischen) Probleme gelöst – trotz alledem möchte ich an dieser Stelle die Methode des *Stationenlernens* präsentieren, da diese der Individualisierung Rechnung tragen kann.

Merkmale des Stationenlernens

„‚Lernen an Stationen' bezeichnet die Arbeit mit einem aus verschiedenen Stationen zusammengesetzten Lernangebot, das eine übergeordnete Problematik differenziert entfaltet."[4] Schon an dieser Stelle wird offensichtlich, dass für diese Methode unterschiedliche Begriffe verwendet werden. Jedem Terminus wohnt eine (mehr oder weniger) anders geartete organisatorische Struktur inne. In den meisten Fällen werden die Begriffe *Lernen an Stationen* und *Stationenlernen* synonym verwendet. Hiervon werden die Lernstraße oder der Lernzirkel unterschieden. Bei diesen beiden Varianten werden in der Regel eine festgelegte Reihenfolge sowie die Vollständigkeit des Durchlaufs aller Stationen verlangt. Daraus ergibt sich zwangsläufig (rein organisatorisch) auch eine festgelegte Arbeitszeit an der jeweiligen Station. Eine weitere Unterscheidung bietet die Lerntheke, an welcher sich die Schülerinnen und Schüler mit Material bedienen können, um anschließend wieder (meist eigenständig) an ihren regulären Plätzen zu arbeiten.

Von diesen Formen soll das *Lernen an Stationen* bzw. das *Stationenlernen* abgegrenzt werden. Diese Unterrichtsmethode ist hier zu verstehen als ein unterrichtliches Verfahren, bei dem der unterrichtliche Gegenstand so aufgefächert wird, dass die einzelnen Stationen unabhängig voneinander bearbeitet werden können – die Schülerinnen und Schüler können die Reihenfolge der Stationen somit eigenständig bestimmen; sie allein entscheiden, wann sie welche Station bearbeiten wollen. Damit arbeiten die Lernenden weitgehend selbstständig und eigenverantwortlich (bei meist vorgegebener Sozialform, welche sich aus der Aufgabenstellung ergeben sollte). Um der Heterogenität Rechung zu tragen, werden neben den Pflichtstationen, die von allen bearbeitet werden müssen, Zusatzstationen angeboten, die nach individuellem Interesse und Leistungsvermögen ausgewählt werden können.

Aufgrund der Auffächerung des Gegenstandes in unterschiedliche Schwerpunkte und der Unterteilung in Pflicht- und Zusatzstationen, bietet es sich an, bei der Konzeption der einzelnen Stationen unterschiedliche Lernzugänge zu verwenden. Auch hier wäre eine weitere schülerspezifischere Differenzierung denkbar. Folglich ist es möglich, einen

[1] Vgl.: *Beck, Ulrich*: Risikogesellschaft – Auf dem Weg in eine andere Moderne. Berlin 1986.

[2] Vgl.: *Pongs, Armin; Gross, Peter*: Die Multioptionsgesellschaft. In: *Pongs, Armin* (Hrsg.): In welcher Gesellschaft leben wir eigentlich? – Gesellschaftskonzepte im Vergleich, Band I. München 1999, S. 105–127.

[3] Vgl.: *Schulze, Gerhard*: Die Erlebnisgesellschaft – Kultursoziologie der Gegenwart. Frankfurt/Main, New York 1992.

[4] *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 4.

inhaltlichen Schwerpunkt bspw. einmal über einen rein visuellen Text, zweitens mithilfe eines Bildes/einer Karikatur und drittens über ein akustisches Material anzubieten, und die Lernenden dürfen frei wählen, welchen Materialzugang sie verwenden möchten, jedoch unter der Prämisse, einen zu bearbeiten.

Unter diesen Gesichtpunkten wird offensichtlich, dass das *Stationenlernen* eine Arbeitsform des offenen Unterrichtes ist.

Ursprung des Stationenlernens

Die Idee des Zirkulierens im Lernablauf stammt ursprünglich aus dem Sportbereich. Das „circuit training“, von Morgan und Adamson 1952 in England entwickelt, stellt im Sportbereich den Sportlern unterschiedliche Übungsstationen zur Verfügung, welche sie der Reihe nach durchlaufen müssen. Der Begriff *Lernen an Stationen* wurde hingegen von Gabriele Faust-Siehl geprägt, die hierzu ihren gleichnamigen Aufsatz in der Zeitschrift „Grundschule“ 1989 publizierte.[1]

Der Ablauf des Stationenlernens

Für die Gestaltung und Konzeption eines *Stationenlernens* ist es entscheidend, dass sich der unterrichtliche Gegenstand in verschiedene Teilaspekte aufschlüsseln lässt, die in ihrer zu bearbeitenden Reihenfolge unabhängig voneinander sind. Damit darf jedoch die abschließende Bündelung nicht unterschlagen werden. Es bietet sich daher an, eine übergeordnete Problematik oder Fragestellung an den Anfang zu stellen, welche zum Abschluss (dieser ist von der methodischen Reflexion zu unterscheiden) erneut aufgegriffen wird.

Der eigentliche Ablauf lässt sich in der Regel in vier Phasen unterteilen: 1. Die thematische und methodische Hinführung – hier wird den Schülerinnen und Schülern einerseits eine inhaltliche Orientierung geboten und andererseits der Ablauf des *Stationenlernens* erklärt. Sinnvoll ist es an dieser Stelle gemeinsam mit den Lernenden die Vorteile, aber auch mögliche Schwierigkeiten der Methode zu besprechen. Hierauf folgt 2. ein knapper Überblick über die eigentlichen Stationen – dieser Überblick sollte ohne Hinweise der Lehrperson auskommen. Rein organisatorisch macht es daher Sinn, den jeweiligen Stationen feste (für die Lernenden nachvollziehbare) Plätze im Raum zuzugestehen. 3. In der sich anschließenden Arbeitsphase erfolgt ein weitgehend selbstständiges Lernen an den Stationen. In dieser Phase können – je nach Zeit und Bedarf – Plenumsgespräche stattfinden. Zur weiteren Orientierung während der Arbeitsphase sollten zusätzliche Materialien, wie Laufzettel, Arbeitspässe, Fortschrittslisten o. Ä. verwendet werden. Diese erleichtern den Ablauf und geben den Lernenden eine individuelle Übersicht über die bereits bearbeiteten und noch zur Verfügung stehenden Stationen. Bei einem solchen Laufzettel sollte auch eine Spalte für weitere Kommentare, welche später die Reflexion unterstützen können, Platz finden. Darüber hinaus kann von den Schülerinnen und Schülern ein Arbeitsjournal, ein Portfolio oder auch eine Dokumentenmappe geführt werden, um Arbeitsergebnisse zu sichern und den Arbeitsprozess reflektierend zu begleiten. Ein zuvor ausgearbeitetes Hilfesystem kann den Ablauf zusätzlich unterstützen, indem Lernende an geeigneter Stelle Hilfe anbieten oder einfordern können. Am Ende schließt sich 4. eine Reflexionsphase (auf inhaltlicher und methodischer Ebene) an.

Die Rolle der Lehrkraft beim Stationenlernen

Als allererstes ist die Lehrperson – wie bei fast allen anderen Unterrichtsmethoden auch – „*Organisator und Berater von Lernprozessen*“[2]. Sie stellt ein von den Lernenden zu bearbeitendes Material- und Aufgabenangebot zusammen. Der zentrale Unterschied liegt jedoch darin, dass sie sich während des eigentlichen Arbeitsprozesses aus der frontalen Position des Darbietens zurückzieht. Die Lehrkraft regt vielmehr an, berät und unterstützt. Dies bietet dem Lehrer/der Lehrerin viel stärker die Möglichkeit, das Lerngeschehen zu beobachten und aus der Diagnose Rückschlüsse für die weitere Unterrichtsgestaltung sowie Anregungen für die individuelle Förderung zu geben. „*Insgesamt agiert die Lehrperson somit eher im Hintergrund. Als ‚invisible hand‘ strukturiert sie das Lerngeschehen.*“[3]

Vor- und Nachteile des Stationenlernens

Die Schülerinnen und Schüler übernehmen eine viel stärkere Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess und können somit (langfristig!) selbst-

[1] Vgl.: *Faust-Siehl, Gabriele*: Lernen an Stationen. In: Grundschule, Heft 3/1989, Braunschweig 1989, S. 22ff.

[2] *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 6.

[3] Ebend

sicherer und eigenständiger im, aber auch außerhalb des Unterrichts agieren. Diese hohe Eigenverantwortung bei zurückgenommener Anleitung durch die Lehrperson kann jedoch zu einer Überforderung oder mangelnden Mitarbeit aufgrund der geringen Kontrolle führen. Beidem muss zielgerichtet begegnet werden, sei es durch die schon erwähnten Hilfestellungen oder durch eine (spätere) Kontrolle der Ergebnisse.

Eine Stärke des *Stationenlernens* besteht eindeutig in der Individualisierung des Unterrichtsgeschehens – die Lernenden selbst bestimmen Zeitaufwand und Abfolge der Stationen. Darüber hinaus können die unterschiedlichen Lerneingangskanäle sowie eine Differenzierung in Schwierigkeitsgrade als Ausgangspunkt des Lernprozesses genommen werden. Die Schülerinnen und Schüler können damit die ihnen gerade angemessen erscheinende Darstellungs- und Aufnahmeform erproben, erfahren und reflektieren. Damit kann eine heterogene Lerngruppe „*inhalts- und lernzielgleich unterrichtet werden, ohne dass die Lernwege vereinheitlicht werden müssen.*“[1]

Stationenlernen – Ein kurzes Fazit

Innerhalb der unterschiedlichen Fachdidaktiken herrscht seit Jahren ein Konsens darüber, dass sich das Lehr-Lern-Angebot der Schule verändern muss. Rein kognitive Wissensvermittlung im Sinne des „Nürnberger Trichters“ ist nicht gefragt und widerspricht allen aktuellen Erkenntnissen der Lernpsychologie. *Eigenverantwortliches, selbstgestaltetes und kooperatives Lernen* sind die zentralen Ziele der Pädagogik des neuen Jahrtausends. *Eine mögliche* Variante, diesen Forderungen nachzukommen, bietet das *Stationenlernen.* Warum?

Stationenlernen ermöglicht u. a.:

1. *Binnendifferenzierung* und *individuelle Förderung*, indem unterschiedliche Schwierigkeitsgrade angesetzt werden. Gleichzeitig können die Schülerinnen und Schüler auch ihre Kompetenzen im Bereich der *Arbeitsorganisation* ausbauen.
2. einen *Methoden- und Sozialformenwechsel*, sodass neben *Fachkompetenzen* auch *Sozial-, Methoden- und Handlungskompetenzen* gefördert werden können.

Grundsätzlich – so behaupte ich – lässt sich *Stationenlernen* in allen Unterrichtsfächern durchführen. Grundsätzlich eignen sich auch alle Klassenstufen für *Stationenlernen.* Trotz alledem sollten – wie bei jeder Unterrichtskonzeption – immer die zu erwartenden Vorteile überwiegen; diese Aussage soll hingegen kein Plädoyer für eine Nichtdurchführung eines *Stationenlernens* sein! D. h. jedoch, dass – wie bei jeder Unterrichtsvorbereitung – eine Bedingungsanalyse unerlässlich ist!

Stationenlernen benötigt – rein organisatorisch – als allererstes Platz: Es muss möglich sein, jeder Station einen festen (Arbeits-) Platz zuzuweisen. Die Lehrkraft benötigt darüber hinaus für die Vorbereitung im ersten Moment mehr Zeit – sie muss alle notwendigen Materialien in ausreichender Anzahl zur Verfügung stellen und das heißt vor allem: Sie benötigt Zeit für das Kopieren! Für den weiteren Ablauf ist es sinnvoll, Funktionsaufgaben an die Lernenden zu verteilen – so kann bspw. je eine Schülerin oder je ein Schüler für eine Station die Verantwortung übernehmen: Sie/er muss dafür Sorge tragen, dass immer ausreichend Materialien bereit liegen.

Wichtiger jedoch ist die Grundeinstellung der Schülerinnen und Schüler selbst: Viele Lernende wurden regelmäßig mit lehrerzentriertem Frontalunterricht „unterhalten“ – die Reaktionen der Schülerinnen und Schüler werden sehr unterschiedlich sein. Eine Lerngruppe wird sich über mehr Eigenverantwortung freuen, eine andere wird damit maßlos überfordert sein, eine dritte wird sich verweigern. Daher ist es unerlässlich, die Lernenden (schrittweise) an offenere Unterrichtsformen heranzuführen. Sinnvoll ist es daher, mit kleineren Formen des offenen Unterrichts zu beginnen; dies muss nicht zwingend ausschließlich in einem bestimmten Fachunterricht erfolgen – der Lernprozess einer Klasse sollte auch hier ganzheitlich verstanden werden! Absprachen zwischen den Kolleginnen und Kollegen sind somit auch hier unerlässlich – letztendlich kann im Gegenzug auch wieder das gesamte Kollegium davon profitieren.

2. Besonderheiten des *Stationenlernens* im Fach Mathematik in der Klassenstufe 7

Ein *Stationenlernen im Mathematikunterricht* muss sich an den Inhalten und dem Aufbau der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss orientieren. Das Einschlagen von i

1 *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/ 2010, S. 6.

von Lernergebnissen, das zielgerichtete Anwenden von Formeln, Rechengesetzen und Rechenregeln soll stets unter der Prämisse der Nutzbarkeit für das weitere Lernen und dem Einbezug in möglichst unterschiedliche kontextbezogene Situationen gesehen werden. Der Schüler soll „auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben"[1].

Dabei sind folgende *sechs allgemeine mathematische Kompetenzen* Grundlage jeder Planung und unterrichtlichen Aufbereitung. Im Einzelnen handeln es sich um:

- mathematisch argumentieren
- Probleme mathematisch lösen
- mathematisch modellieren
- mathematische Darstellungen verwenden
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- kommunizieren

Diese allgemeinmathematischen Kompetenzen gilt es inhaltsbezogen zu konkretisieren und mit einer der fünf folgenden *mathematischen Leitideen* in Einklang zu bringen:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall

Bezogen auf die Adressaten dieses Buches zum Stationenlernen – die Schüler der 7. Klasse – müssen folgende *inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen* Berücksichtigung finden:

- Die Vorstellung von rationalen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit
- Die sichere Anwendung der Grundrechenarten im Zahlbereich der rationalen Zahlen
- Die Umformungsübungen zu Termen und Gleichungen (Term- und Äquivalenzumformungen)
- Das Nutzen von Rechengesetzen auch zum vorteilhaften Rechnen
- Das sachgerechte Verwenden von Prozent- und einfacher Zinsrechnung
- Das mathematische Lösen von Sachaufgaben und deren Kontrolle
- Das Beschreiben von Lösungswegen und deren Begründung
- Die Selbstformulierung mathematischer Probleme und deren sachgerechte Lösung
- Das Erfahren und Anwenden des Grundprinzips Messen, insbesondere der Winkelsummen
- Das Umrechnen von Größen und deren situationsgemäße Anwendung
- Die Konstruktion von Dreiecken
- Das Berechnen von Flächeninhalt und Umfang von Dreieck, Parallelogramm und Trapez
- Das Beschreiben und Begründen von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Das Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren mit entsprechenden Hilfsmitteln, insbesondere Netze und Schrägbilder
- Das Untersuchen der Lösbarkeit von Konstruktionsaufgaben
- Das Auswerten von Darstellungen, statistischer Erhebungen
- Das Arbeiten mit dem Koordinatensystem
- Das Erfassen von Daten und deren grafische Darstellung
- Das Interpretieren von Daten unter der Verwendung von Kerngrößen
- Das Bestimmen von einstufigen Zufallsexperimenten/Wahrscheinlichkeiten

Dabei muss sich der unterrichtliche Gegenstand jeweils in mehrere voneinander unabhängige Teilaspekte aufgliedern lassen. Dies ist auch im Fach Mathematik möglich, obwohl häufig Themen auf den vorherigen aufbauen bzw. ohne Kenntnis der erarbeiteten Rechenregeln nicht lösbar sind. Innerhalb eines Themengebietes ist die Reihenfolge der strukturellen Erarbeitung in vielen Fragestellungen austauschbar und von daher effektiv mithilfe des Stationenlernens umzusetzen.

[1] Bildungsstandards Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss, Carl Link Verlag, S. 6.

II – Praxis: Materialbeiträge

In diesem Band werden sechs ausgearbeitete Stationenlernen präsentiert. All diese *Stationenlernen* ergeben sich i. d. R. aus den Unterrichtsvorgaben für die Klassenstufe 7. Alle *Stationenlernen* sind so konzipiert, dass diese ohne weitere Vorbereitung im Unterricht der weiterführenden Schulen eingesetzt werden können – trotz alledem sollte eine adäquate Bedingungsanalyse niemals ausbleiben, denn letztendlich gleicht keine Lerngruppe einer anderen!

Die hier präsentierten *Stationenlernen* sind immer in Pflichtstationen (Station 1, 2, 3 …) und fakultative Zusatzstationen (Zusatzstation A, B …) unterteilt – die zu bearbeitende Reihenfolge ist durch die Schülerinnen und Schüler (!) frei wählbar. Die Sozialformen sind bewusst offen gehalten worden, d. h. i. d. R. finden sich auf den Aufgabenblättern keine konkreten Hinweise zur geforderten Gruppengröße.

Somit können die Lernenden auch hier frei wählen, ob sie die Aufgaben alleine, mit einem Partner oder innerhalb einer Gruppe bearbeiten wollen – davon abgesehen sollte jedoch keine Gruppe größer als vier Personen sein, da eine größere Mitgliederzahl den Arbeitsprozess i. d. R. eher behindert. Einige wenige Stationen sind jedoch auch so konzipiert worden, dass mindestens eine Partnerarbeit sinnvoll ist.

Zur Bearbeitung sollte für jede Schülerin bzw. jeden Schüler ein Materialblatt bereitliegen – die Aufgabenblätter hingegen sind nur vor Ort (am Stationenarbeitsplatz) auszulegen. Die Laufzettel dienen als Übersicht für die Schülerinnen und Schüler – hier können diese abhaken, welche Stationen sie wann bearbeitet haben und welche ihnen somit noch fehlen, gleichzeitig erhalten sie hierbei einen kleinen inhaltlichen Überblick über alle Stationen – andererseits kann die Lehrkraft diese als erste Hinweise zur Arbeitsleistung der Lernenden nutzen. Darüber hinaus können die Schülerinnen und Schüler auf ihrem Laufzettel auch weiterführende Hinweise und Kommentare zum Stationenlernen an sich, zur Arbeitsgestaltung o. Ä. vermerken – nach meiner Erfahrung wird diese Möglichkeit eher selten genutzt, kann dann jedoch sehr aufschlussreich sein! Unverzichtbar für jedes *Stationenlernen* ist eine abschließende Bündelung zum Wiederholen und Bündeln der zentralen Lerninhalte – auch hierfür wird jeweils eine Idee, welche sich aus den einzelnen Stationen ergibt, präsentiert. Mithilfe dieser Bündelung sollen noch einmal einzelne Ergebnisse rekapituliert, angewendet und überprüft werden. In diesem Band werden die folgenden *Stationenlernen* präsentiert:

1. Zuordnung und Prozentrechnen
2. Rationale Zahlen
3. Terme und Gleichungen
4. Geometrische Figuren
5. Flächen und Körper
6. Einführung in die Stochastik

Jedes dieser *Stationenlernen* beginnt mit einem Laufzettel.

Anschließend werden die jeweiligen Stationen (Pflichtstationen und Zusatzstationen) mit jeweils einem Aufgabenblatt sowie einem Materialblatt präsentiert. Zu guter Letzt wird das *Stationenlernen* mit einem Aufgaben- und Materialblatt für die Bündelungsaufgabe abgerundet.

Sinnvoll ist es, wenn jede Station einen festen Platz im Raum erhält. Dies erleichtert es vor allem den Schülerinnen und Schülern, sich zu orientieren. Um dies noch mehr zu vereinfachen, haben sich Stationsschilder bewährt. Auf diesen sollte mindestens die Stationsnummer vermerkt werden.

Fakultativ könnte auch der Stationsname vermerkt werden.

Laufzettel

zum Stationenlernen *Einführung in die Stochastik*

Station 1
Zufallsversuche

Station 2
Statistische Kennwerte I

Station 3
Absolute und relative Häufigkeit

Station 4
Statistische Kennwerte II

Station 5
Wahrscheinlichkeiten berechnen

Station 6
Baumdiagramm

Zusatzstation A
Permutationen

Zusatzstation B
Sachaufgaben

Zusatzstation C
Quartile

Kommentare:

Station 1

Aufgabe

Zufallsversuche

Aufgabe:
Interpretiere Zufallsversuche.

1. Anja und Paul losen, wer die Hausarbeit erledigen soll. Welche der Vorschläge sind „fair"? Überlege und begründe in deinem Heft.

2. Das folgende Glücksrad ist in acht Abschnitte geteilt. Überlege und begründe in deinem Heft, ob das folgende Angebot für a)–d) „fair" ist und ob es sinnvoll wäre, dieses anzunehmen.

   Angebot: Du drehst das Glücksrad. Bleibt es auf einem weißen Feld stehen, gewinnst du eine Tafel Schokolade, bleibt es auf Schwarz stehen, musst du eine Tafel Schokolade spendieren.

3. Was sagst du zu der folgenden Aufgabe? Überlege und begründe (ohne zu rechnen) in deinem Heft.

4. Welche der folgenden Ergebnisse sind zufällig, welche nicht? Beschreibe in deinem Heft.

Station 2

Aufgabe

Statistische Kennwerte I

Aufgabe:
Berechne die statistischen Kennwerte Minimum, Maximum und Spannweite.

1. Bestimme Minimum, Maximum und Spannweite in deinem Heft. Was bedeuten die Werte? Interpretiere.

2. Bestimme Minimum, Maximum und Spannweite in deinem Heft. Wandle zunächst in eine gleiche Einheit um.

3. Für die folgenden Zahlen ist die Spannweite 15. Wie heißt die fehlende Zahl x? Schreibe in dein Heft.

4. Bildet Sechsergruppen und messt mit einer Stoppuhr, wie lange die einzelnen Schüler die Luft anhalten können. Schreibt die Ergebnisse auf und bestimmt die Kennwerte. Interpretiert die Ergebnisse.

Station 3

Aufgabe

Absolute und relative Häufigkeit

Aufgabe:
Berechne absolute und relative Häufigkeiten.

1. Bei der Betrachtung der Lieblingsmusikrichtung wurden 125 Schüler befragt und die Ergebnisse in einer Tabelle festgehalten. Berechne die relative Häufigkeit in deinem Heft. Überprüfe mithilfe einer Probe.

2. Berechne in deinem Heft.

3. Bearbeite das folgende „Würfelexperiment" in deinem Heft. Suche dir dazu einen Partner.

Station 4

Aufgabe

Statistische Kennwerte II

Aufgabe:
Berechnen die statistischen Kennwerte Mittelwert und Zentralwert.

1. Bei einem Benefizkonzert wurden folgende Beträge eingenommen. Bestimme Mittelwert und Zentralwert in deinem Heft.

2. Bestimme Mittelwert und Zentralwert in deinem Heft. Die Einheit der Werte beträgt Minuten.

3. Bestimme die fehlenden Werte für x, wenn der Mittelwert in allen Teilaufgaben 48 betragen soll. Rechne in deinem Heft.

4. Bildet Sechsergruppen und messt von jedem Schüler die Körpergröße. Berechnet anschließend den Mittelwert und den Zentralwert im Heft.

Station 5

Aufgabe

Wahrscheinlichkeiten berechnen

Aufgabe:
Berechne einfache Wahrscheinlichkeiten.

1. Bestimmte für einen Würfel (sechs Seiten, nummeriert von 1–6) die folgenden Wahrscheinlichkeiten und berechne in deinem Heft.

2. Bestimme für ein Glücksrad (nummeriert von 0–7) die folgenden Wahrscheinlichkeiten und berechne in deinem Heft.

3. In einer Urne sind Kugeln. Berechne in deinem Heft für a) und b) die Wahrscheinlichkeit, dass eine gezogene Kugel schwarz ist, für c) die Wahrscheinlichkeit, dass eine gezogene Kugel schwarz oder gepunktet ist.

Station 6

Aufgabe

Baumdiagramm

Aufgabe:
Übe die Darstellung und Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Baumdiagrammen.

1. Erstelle ein Baumdiagramm in deinem Heft für das einmalige Drehen der beiden Glücksräder.

2. Erstelle für jedes Zufallsexperiment ein Baumdiagramm in deinem Heft.

Zusatzstation A

Aufgabe

Permutationen

Aufgabe:
Rechne mit Permutationen (Anordnungen).

1. Schreibe alle möglichen Permutationen in dein Heft und überprüfe die Anzahl mit der Formel.

2. Wie viele Permutationen können aus den folgenden Städtenamen gebildet werden? Benutze die Formel und berechne in deinem Heft. Beachte, dass doppelte Buchstaben sich nicht unterscheiden lassen.

3. Bearbeite die Aufgabe in deinem Heft.

4. Bearbeite die Aufgabe in deinem Heft

Zusatzstation B

Aufgabe

Sachaufgaben

Aufgabe:
Übe das Bearbeiten von Sachaufgaben.

Bearbeite die Sachaufgaben nach dem folgenden Schema:

- Gegeben ist jeweils ein Sachverhalt ggf. mit Frage.
- Überlege, was du berechnen musst, und führe die Rechnung durch. Formuliere wenn nötig eine Frage.
- Formuliere einen Antwortsatz.

Zusatzstation C

Aufgabe

Quartile

Aufgabe:
Übe das Berechnen von Quartilen.

1. Bestimme das untere und obere Quartil der folgenden Daten und berechne in deinem Heft.

2. Übernimm die Tabelle in dein Heft und vervollständige sie.
   Hinweis: Der Quartilabstand q ist die Differenz zwischen q_o und q_u.

Thomas Röser: Einführung in die Stochastik

Station 1

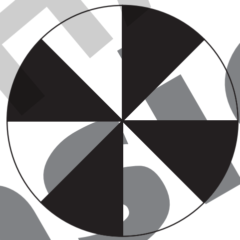
Zufallsversuche

Versuche, bei denen das Ergebnis ungewiss ist, nennt man **Zufallsversuche**. Um so ein Ergebnis zu erzeugen benötigt man ein „Zufallsgerät". Typische Beispiele dafür sind das Werfen einer Münze (Ergebnis: Kopf, Zahl), das Werfen eines Würfels (Ergebnis: 1, 2, 3, 4, 5, 6) oder das Drehen eines Glücksrades.

1. a) Anja: „Ich werfe eine Geldmünze!"
   Paul: „Ich nehme Zahl und du nimmst Kopf."

   b) Anja: „Lass uns würfeln!"
   Paul: „Dann nehme ich die Zahl 1."

   c) Anja: „Ich drehe das Glücksrad mit den Zahlen 0–7!"
   Paul: „Ich nehme die Zahlen 0–4."

2. a)  b)  c)  d) 

3. Die Diebe Karlo und Heini wollen ein Fahrrad stehlen. Dieses ist jedoch mit einem 4-stelligen Zahlenschloss gesichert. Karlo sagt: „Wir haben die ganze Nacht Zeit. Wir starten 300 Versuche, wenn wir das Schloss knacken, nehmen wir das Fahrrad mit, ansonsten lassen wir es stehen".

4. a) Aus einer Badewanne wird Wasser abgelassen.

   b) Eine Kerze wird angezündet.

   c) Ein Würfelspiel wird gespielt.

   d) Aus einem Memo-Spiel werden zwei Karten aufgedeckt.

   e) Ein Auto wird vollgetankt.

   f) Beim Kartenspiel wird der „Schwarze Peter" gezogen.

Station 2

Statistische Kennwerte I

Liegt eine Liste mit verschiedenen Werten (Größen) vor, so bezeichnet man den kleinsten Wert als **Minimum** und den größten Wert als **Maximum**. Die **Spannweite** ist die Differenz zwischen Maximum und Minimum.

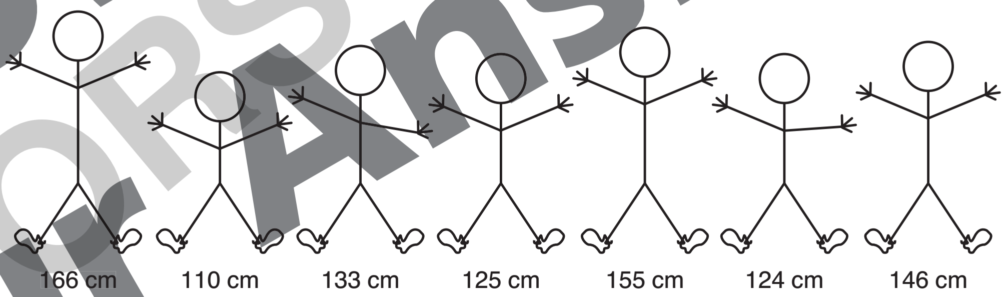
Beispiel:

An einem Sommertag wurden zu verschiedenen Uhrzeiten Temperaturen gemessen. Die Werte waren folgende:
11°, 17°, 23°, 26°, 24°, 20°, 16°, 13°

Minimum: 11°, Maximum: 26°, Spannweite: 26°–11° = 15°

1. a) Gewichte

   b) Größen



2. a)	150 cm	1,36 m	0,0014 km	16,3 dm	1120 mm
b)	10,2 m²	546 dm²	11 446 cm²	0,2 a	0,0000054 km²
c)	2 h 12 min	1 h 15 min	55 min	142 min	120 min

3. a) x, 24, 26, 33, 35
   b) 13, 18, 21, 22, 21, 25, x
   c) x, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27

Station 3

Absolute und relative Häufigkeit

Bei der Befragung über die Lieblingssportart bei Jugendlichen werden 2000 Schüler befragt, mit folgendem Ergebnis:

Sportart	Fußball	Handball	Tennis	Schwimmen	Badminton	Rest
absolute Häufigkeit	680	320	260	200	120	420
relative Häufigkeit	680 : 2000 = 0,34 = 34 %	320 : 2000 = 0,16 = 16 %	260 : 2000 = 0,13 = 13 %	200 : 2000 = 0,10 = 10 %	120 : 2000 = 0,06 = 6 %	420 : 2000 = 0,21 = 21%

Dabei bedeutet die Angabe der **absoluten Häufigkeit** (= Anzahl), wie oft jede einzelne Sportart genannt wurde (z. B. 680 von 2000 Schülern bevorzugen Fußball). Die **relative Häufigkeit** (= Anteil) gibt den Quotienten aus absoluter Häufigkeit und der Gesamtanzahl der befragten Schüler an. Dieser kann auch in Prozent angegeben werden.

Bemerkung: Werden alle relativen Häufigkeiten zusammenaddiert erhält man 1 bzw. 100%.

1.

2. Bei Geschwindigkeitskontrollen waren 45 % der geblitzten Fahrzeuge schwarz, 30 % silber, 16 % blau, 6 % rot und 3 % grün. Berechne die absolute Häufigkeit für die fünf verschiedenfarbigen Fahrzeuge, wenn 500 Autos geblitzt wurden.

3. Jeder von euch würfelt 30 Mal und notiert seine eigenen Augenzahlen.
   a) Jeder erstellt eine Tabelle für die absolute und relative Häufigkeit der Würfelergebnisse.
   b) Erstellt für das Würfelergebnis ein Säulendiagramm wie in Aufgabe 1.
   c) Vergleicht eure Ergebnisse und Diagramme. Welche Zahl wurde am häufigsten, welche am seltensten gewürfelt?

Station 4

Statistische Kennwerte II

Weitere statistische Kennwerte sind der **Mittelwert** und der **Zentralwert**.

- **Mittelwert** (arithmetisches Mittel): Ist die Summe aller Werte dividiert durch die Anzahl der Werte.
- **Zentralwert** (Median): Ist der Wert, der in der Mitte liegt, wenn die Werte in einer Rangliste vorliegen, d. h. eine Liste die der Größe nach sortiert ist. Ist die Anzahl von Werten in der Rangliste ungerade, so ist der mittlere Wert der Zentralwert. Ist die Anzahl von Werten in der Rangliste gerade, so wird als Zentralwert der Mittelwert der beiden Werte in der Mitte genommen.

Bei einem Sportturnier wurden folgende Entfernungen beim Weitwurf gemessen:

Name	Matthias	Verena	Manuel	Steven	Kilian	Natalie
Meter	63	46	57	53	56	49

Urliste: 63 m, 46 m, 57 m, 53 m, 56 m, 49 m
Rangliste (gerade Anzahl an Werten): 46 m, 49 m, 53 m, 56 m, 57 m, 63 m

Mittelwert: $\frac{63\text{ m} + 46\text{ m} + 57\text{ m} + 53\text{ m} + 56\text{ m} + 49\text{ m}}{6} = 54\text{ m}$

Zentralwert: $\frac{53\text{ m} + 56\text{ m}}{2} = 54{,}5\text{ m}$

1.

Verkauf	Getränke	Bratwurst	Kuchen	Fanartikel
€	126	108	152	262

2. a) Martin notiert sich an zehn Tagen, wie lange er für seinen Gitarrenunterricht zu Hause übt:
23, 28, 35, 29, 20, 23, 26, 28, 32, 36
b) Marina notiert sich an elf Tagen, wie lange sie für die Hausaufgaben benötigt:
45, 52, 46, 68, 58, 65, 80, 65, 52, 73, 67

3. a) 40, x, 51, 55, 47 b) 52, 41, x, 50, 47 c) 48, 51, 46, 54, 50, x, 46

Station 5

Material

Wahrscheinlichkeiten berechnen

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ordnet jedem Ergebnis eines Zufallsversuchs eine entsprechende **Wahrscheinlichkeit** für das Auftreten zu. Heißt z. B. das Ereignis „A“, so wird die zugehörige Wahrscheinlichkeit mit p(A) bezeichnet. (englisch: p = probability)

p(A) = Anzahl der günstigen Ergebnisse : Anzahl aller möglichen Ergebnisse

Beim Würfeln hat jede Zahl die gleiche Wahrscheinlichkeit. Will man z. B. die Wahrscheinlichkeit berechnen, bei **einem** Wurf eine „1“ oder „2“ zu würfeln, beträgt diese:

$p(1 \text{ oder } 2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$

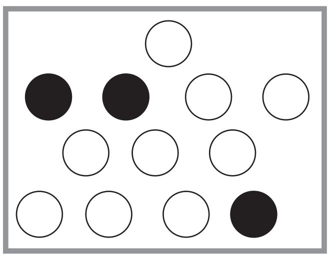
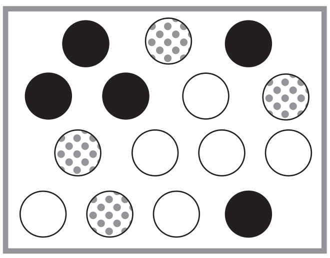
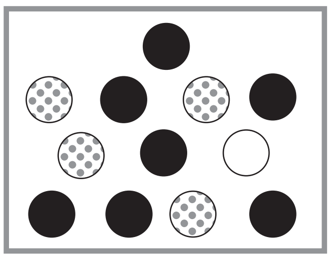
Für die Darstellung in Prozent wird die Wahrscheinlichkeit mit 100 multipliziert:
$0{,}\overline{3} \cdot 100 = 33{,}\overline{3}\ \%$

Erklärung: Sechs verschiedene Augenzahlen (Ergebnisse) sind möglich und zwei sind günstig für das Ereignis „1 oder 2“.

Bemerkung: Gibt es kein günstiges Ergebnis (z. B. eine 7 würfeln), spricht man von einem unmöglichen Ereignis.

1. a) p(3) b) p(1 oder 3) c) p(1 bis 3)
   d) p(ungerade Zahl) e) p(keine 5) f) p(gerade Zahl)
   g) p(weder 2 noch 4)

2. a) p(1 bis 3) b) p(Primzahl) c) p(keine Primzahl)
   d) p(höchstens 4) e) p(mindestens 6) f) p(keine 7)
   g) p(weder 0 noch 1)

3. a)

b)

c)


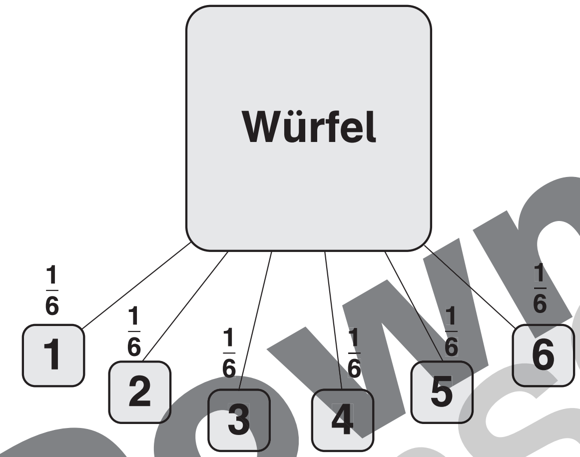
Station 6

Baumdiagramm

Zufallsexperimente lassen sich in **Baumdiagrammen** übersichtlich darstellen und erklären. Diese Diagramme können von rechts nach links, oder von oben nach unten gezeichnet werden.

Kennzeichen eines Baumdiagramms

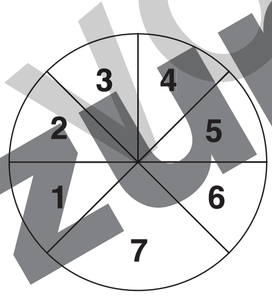
- Diagramme bestehen aus einem Anfangspunkt.
- Von dort gehen Äste ab, je nach Menge der Ergebnisse.
- An jedem Ast steht die zum Ergebnis gehörende Wahrscheinlichkeit.
- Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten ergibt 1.



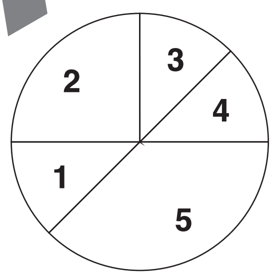
Beispiel: Werfen eines Würfels

Die Ergebnisse können 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 sein, für jede Zahl beträgt die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$.

1. a)



b)



2. a) Eine Geldmünze wird geworfen.
   b) In einer Tüte befinden sich 23 Bonbons, davon 5 grüne, 7 gelbe, 2 rote und 9 blaue.
   c) Der Ausgang eines Fußballspiels wird gewettet.

Zusatzstation A

Permutationen

Unter einer **Permutation P** versteht man das Vertauschen/Anordnen von verschiedenen Elementen (z. B. Zahlen, Buchstaben …). Berechnet werden sie mit der Formel: **P = n!** (gesprochen: *„P ist gleich n Fakultät!“*).

Beispiel: Es sollen die Buchstaben X, Y und Z in allen Anordnungen abgebildet werden.

XYZ	YZX	Es gibt 6 verschiedene Anordnungsmöglichkeiten.
XZY	ZXY	
YXZ	ZYX	Mit der Formel berechnet man $P = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

Bei z. B. $P = 4!$ rechnet man $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, $P = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, usw.

Bemerkung: Für unterscheidbare Elemente z. B. XY und YX gibt es ($2! = 2$ Permutationen)
Für nicht unterscheidbare Elemente z. B. XX gibt es ($2! : 2! = 1$ Permutation)

1. a) Die Buchstaben A, C, B sollen in allen möglichen Permutationen vertauscht werden.
   b) Die Buchstaben A, C, B, D sollen in allen möglichen Permutationen vertauscht werden.

2. a) KÖLN b) DORTMUND
   c) STUTTGART d) DÜSSELDORF

3. Drei gelbe, vier blaue und fünf rote Murmeln werden in eine Reihe gelegt. Wie viele mögliche Anordnungen gibt es, wenn die Murmeln nach der Farbe unterschieden werden und
   a) sonst keine Einschränkung gilt?
   b) gleichfarbige Murmeln nebeneinander liegen sollen?

4. a) Auf wie viele Arten können sich 5 Schüler in eine Reihe setzen?
   b) Zwei der fünf Schüler möchten unbedingt nebeneinander sitzen. Bestimme die neue Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten.

Zusatzstation B

Sachaufgaben

1. In einer Klasse haben 6 von 25 Schülern schwarze Haare. Berechne die relative Häufigkeit der „Schwarzhaarigen“.

Preisvergleich für Elektrofachgeschäfte

Elektro Carl:	350 €
Elektro Herbst:	375 €
Elektro Brandt:	325 €
Elektro Lang:	330 €
Elektro Bell:	410 €

2. Gegeben sind die Preise für einen Fernseher in fünf verschiedenen Elektrofachgeschäften. Erkläre, welchen mittleren Preis man einem Interessenten nennen kann.

3. Bei einer Klassenarbeit im 7. Schuljahr erzielt ein Schüler die Note 1, sieben Schüler die Note 3, vier Schüler die Note 4, zwei Schüler die Note 5 und ein Schüler die Note 6. Bestimme den Notendurchschnitt.

4. Beim Hütchenspiel gibt es eine Münze und drei Becher. Die Münze wird unter einen der drei Becher gelegt. Anschließend werden die Becher gemischt und verschoben und man muss auf einen Becher tippen.
   Zeichne ein Baumdiagramm und erläutere mit welcher Wahrscheinlichkeit man …
   a) auf die Münze,
   b) nicht auf die Münze tippt.

5. In einer Urne liegen 50 Kugeln, die von 1–50 durchnummeriert sind. Eine Kugel wird blind gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man
   a) eine Schnapszahl? (Zahl mit zwei gleichen Ziffern)
   b) eine durch 5 teilbare Zahl?
   c) eine einstellige Zahl?
   d) eine zweistellige Zahl ohne 3 als Ziffer?

6. Marek trifft beim Elfmeterschießen 70 % von insgesamt 30 Schüssen.

Zusatzstation C

Quartile

Quartile (lateinisch für Viertelwert) zerlegen sortierte Werte (durchnummeriert von 1 bis n) in vier annähernd gleich große Abschnitte.
Erstes Quartil (unteres Quartil q_u): Teilt die sortierten Werte in das untere Viertel und obere Dreiviertel.
Zweites Quartil: Ist der Zentralwert (Median)
Drittes Quartil (oberes Quartil q_o): Teilt die sortierten Werte in das untere Dreiviertel und obere Viertel.

Für das untere Quartil wird n mit $\frac{1}{4}$, für das obere Quartil n mit $\frac{3}{4}$ multipliziert. Sind die Ergebnisse nicht ganzzahlig, wird der Wert des nächst höheren Platzes in der Rangliste für das Quartil genommen, sind sie ganzzahlig wird der Mittelwert aus den Werten dieses und des nächst höheren Platzes der Rangliste für das Quartil genommen.

Beispiel:
q_u und q_o sollen aus der Rangliste (n = 8) bestimmt werden: 3, 5, 6, 9, 10, 11, 13, 15

q_u: 8 · 0,25 = 2 (ganzzahlig), daher Mittelwert aus 2. und 3. Platz: $\frac{5+6}{2} = 5{,}5$

q_o: 8 · 0,75 = 6 (ganzzahlig), daher Mittelwert aus 6. und 7. Platz: $\frac{11+13}{2} = 12$

1. a) 15, 23, 16, 19, 25, 18, 16, 23
   b) 32, 43, 45, 38, 38, 41, 48, 35, 43, 40
   c) 55, 53, 64, 47, 55, 58, 62, 60, 66, 56, 50, 48

2.

	a)	b)	c)	d)
Minimum	5		0	
Maximum		18	10	12
unteres Quartil	6	8		7
oberes Quartil	11		9	9,5
Spannweite	8	11		8,5
Quartilabstand		6	8	

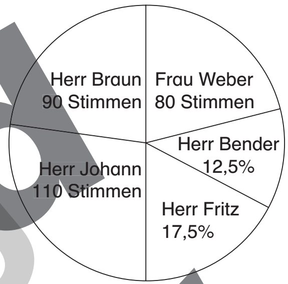
Abschließende Bündelung des Stationenlernens

Aufgaben zur Wiederholung

Wiederholung der Stationen 1–6 sowie der Zusatzstationen A–C

1. Ein Zahlenschloss besitzt drei Räder und die Zahlen 1–9. Tom kennt die Zahlen, weiß aber nicht die richtige Reihenfolge. Zeichne ein Baumdiagramm und prüfe, wie viele Möglichkeiten es gibt. Die Zahlen lauten 1, 7, 8.

2. Im Diagramm sind Stimm-/Prozentanteile für die Wahl eines neuen Betriebsrats gegeben. Insgesamt standen fünf Kandidaten zur Auswahl und 400 Stimmen wurden abgegeben.
Bestimme die absolute und relative Häufigkeit jedes Kandidaten.



3. Bei der Post werden folgende Pakete verschickt:
   a) Berechne Minimum, Maximum, Spannweite, Mittelwert und Zentralwert und interpretiere die Ergebnisse.
   b) Bestimme das untere und obere Quartil.

Paket 1:	8 kg
Paket 2:	12 kg
Paket 3:	13 kg
Paket 4:	16 kg
Paket 5:	16 kg
Paket 6:	13 kg
Paket 7:	14 kg
Paket 8:	6 kg
Paket 9:	20 kg
Paket 10:	19 kg

4. Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten wird eine Karte blind gezogen.
Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
   a) Die Karte ist schwarz.
   b) Die Karte ist eine Dame.
   c) Die Karte ist eine schwarze 7.
   d) Die Karte ist kein König.
   e) Die Karte ist das Herz- As.
   f) Die Karte ist eine 8, 9 oder 10.

5. Wie viele Permutationen können aus den folgenden Tiernamen gebildet werden?
   a) KUH b) HASE c) GIRAFFE
   d) EICHHÖRNCHEN e) RATTE

   Bestimme für e) zusätzlich die Anzahl der Permutationen, wenn die 2 T nebeneinander stehen sollen.

Einführung in die Stochastik – Lösungen

Station 1: Zufallsversuche

1. a) Fairer Vorschlag, da eine Geldmünze zwei Seiten hat, sind die Chancen gleich groß.
   b) Kein fairer Vorschlag, da ein Würfel sechs Seiten hat. Paul gewinnt also nur, wenn eine 1 gewürfelt wird (nur eine Möglichkeit zu gewinnen), Anja bei 2, 3, 4, 5 oder 6 (5 Möglichkeiten zu gewinnen).
   c) Kein fairer Vorschlag, das Glücksrad hat acht Felder. Paul gewinnt wenn es auf 0, 1, 2, 3 oder 4 stehen bleibt (5 Möglichkeiten zu gewinnen), Anja nur bei 5, 6 oder 7 (3 Möglichkeiten zu gewinnen).

2. a) Angebot annehmen, da sechs weiße (6 Gewinnmöglichkeiten) und zwei schwarze Felder (2 Gewinnmöglichkeiten) vorhanden sind und damit die Chance größer ist ein weißes Feld zu drehen.
   b) Angebot annehmen, da fünf weiße und drei schwarze Felder vorhanden sind.
   c) Angebot annehmen, da vier weiße und vier schwarze Felder vorhanden und die Chancen gleich sind.
   d) Angebot ablehnen, da zwei weiße und sechs schwarze Felder vorhanden sind.

3. Es ist unwahrscheinlich einen 4-stelligen Zahlencode mit 300 Versuchen zu knacken, da das Schloss auf jeder Position (1–4) 10 verschiedene Zahlen annehmen kann.
   Rechnerische Lösung: Für die richtige Kombination können auf den 4 Positionen 10 verschiedene Ziffern (0–9) vorhanden sein.
   Damit gibt es $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ verschiedene Zahlenkombinationen.

4. Zufällig: c), d), f)
   Begründung: Der Ausgang ist ungewiss, ein Zufallsgerät ist vorhanden.
   Nicht zufällig: a), b), e)
   Begründung: Der Ausgang ist bekannt, die Badewanne wird nach dem Ziehen des Stöpsels leer sein, die Kerze wird nach dem Anzünden brennen, das Auto wird nach dem Volltanken wieder Sprit haben.

Station 2: Statistische Kennwerte I

1. a) Minimum 115 kg; Maximum: 145 kg; Spannweite: 30 kg;
   Das bedeutet: Keines der Gewichte ist leichter als 115 kg oder schwerer als 145 kg.
   Das schwerste Gewicht ist 30 kg schwerer als das leichteste Gewicht.
   b) Minimum: 110 cm; Maximum: 166 cm; Spannweite: 56 cm;
   Das bedeutet: Keiner der Personen ist kleiner als 110 cm oder größer als 166 cm.
   Die größte Person ist 56 cm größer als die kleins[illegible]

2. a) Umwandeln z. B. in cm
150 cm; 1,36 m = 136 cm; 0,0014 km = 140 cm; 16,3 dm = 163 cm; 1 120 mm = 112 cm
Minimum: 112 cm; Maximum: 163 cm; Spannweite: 51 cm

b) Umwandeln z. B. in m^2
10,2 m^2; 546 dm^2 = 5,46 m^2; 11 446 cm^2 = 1,1446 m^2; 0,2 a = 20 m^2; 0,0000054 km^2 = 5,4 m^2
Minimum: 1,1446 m^2; Maximum: 20 m^2; Spannweite: 18,8554 m^2

c) Umwandeln z. B. in Minuten
2 h 12 min = 132 min; 1 h 15 min = 75 min; 55 min; 142 min; 120 min
Minimum: 55 min; Maximum: 132 min; Spannweite: 77 min

3. a) x = 20, denn 35 – 20 = 15 b) x = 28, denn 28 – 13 = 15 c) x = 12, denn 27 – 12 = 15

Station 3: Absolute und relative Häufigkeit

1. Formel: relative Häufigkeit = absolute Häufigkeit : Gesamtanzahl der Befragungen

Rock/Pop: 35 : 125 = $\frac{7}{25}$ = 0,28 = 28%

Techno: 45 : 125 = $\frac{9}{25}$ = 0,36 = 36%

HipHop: 40 : 125 = $\frac{8}{25}$ = 0,32 = 32%

Schlager: 5 : 125 = $\frac{1}{25}$ = 0,04 = 4%

Probe: 0,28 + 0,36 + 0,32 + 0,04 = 1

2. Formel: absolute Häufigkeit = relative Häufigkeit · Gesamtanzahl der Autos

Schwarz: 0,45 · 500 = 225 Fahrzeuge

Silber: 0,3 · 500 = 150 Fahrzeuge

Blau: 0,16 · 500 = 80 Fahrzeuge

Rot: 0,06 · 500 = 30 Fahrzeuge

Grün: 0,03 · 500 = 15 Fahrzeuge

3. *Individuelle Lösung*

Station 4: Statistische Kennwerte II

1. Mittelwert: $\frac{126\ € + 108\ € + 152\ € + 262\ €}{4} = 162\ €$

Rangliste erstellen: 108 €, 126 €, 152 €, 262 € (gerade Anzahl an Werten)

Zentralwert = $\frac{126\ € + 152\ €}{2} = 139\ €$

2. a) Mittelwert: $\frac{23 + 28 + 35 + 29 + 20 + 23 + 26 + 28 + 32 + 36}{10} = 28$ Minuten

Rangliste erstellen: 20, 23, 23, 26, 28, 28, 29, 32, 35, 36 (gerade Anzahl an Werten)

Zentralwert $= \frac{28 + 28}{2} = 28$

b) Mittelwert: $\frac{45 + 52 + 46 + 68 + 58 + 65 + 80 + 65 + 52 + 73 + 67}{11} = 61$ Minuten

Rangliste erstellen: 45, 46, 52, 52, 58, 65, 65, 67, 68, 73, 80 (ungerade Anzahl an Werten)

Zentralwert = 65

3. a) $\frac{x + 193}{5} = 48;\ x = 47$ b) $\frac{x + 190}{5} = 48;\ x = 50$ c) $\frac{x + 295}{7} = 48;\ x = 41$

4. *Individuelle Lösung*

Station 5: Wahrscheinlichkeiten berechnen

1. a) $p\,(3) = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$ $0{,}1\overline{6} \cdot 100 = 16{,}\overline{6}\ \%$

b) $p\,(1 \text{ oder } 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$ $0{,}\overline{3} \cdot 100 = 33{,}\overline{3}\ \%$

c) $p\,(1 \text{ bis } 3) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $0{,}5 \cdot 100 = 50\ \%$

d) $p\,(\text{ungerade Zahl}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $0{,}5 \cdot 100 = 50\ \%$

e) $p\,(\text{keine } 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0{,}8\overline{3}$ $0{,}8\overline{3} \cdot 100 = 83{,}\overline{3}\ \%$

f) $p\,(\text{gerade Zahl}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $0{,}5 \cdot 100 = 50\ \%$

g) $p\,(\text{weder 2 noch 4}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$ $0{,}\overline{6} \cdot 100 = 66{,}\overline{6}\ \%$

2. a) $p\,(1 \text{ bis } 3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0{,}375$ $0{,}375 \cdot 100 = 37{,}5\ \%$

b) $p\,(\text{Primzahl}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $0{,}5 \cdot 100 = 50\ \%$

c) $p\,(\text{keine Primzahl}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $0{,}5 \cdot 100 = 50\ \%$

d) $p\,(\text{höchstens } 4) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = 0{,}625$ $0{,}625 \cdot 100 = 62{,}5\ \%$

e) $p\,(\text{mindestens } 6) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $0{,}25 \cdot 100 = 25\ \%$

f) $p\,(\text{keine } 7) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0{,}875$ $0{,}875 \cdot 100 = 87{,}5\ \%$

g) $p\,(\text{weder 0 noch 1}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ $0{,}75 \cdot 100 = 75\ \%$

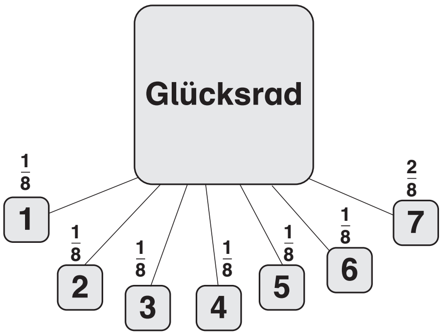
3. a) $p\,(\text{schwarz}) = \frac{3}{12} + \frac{1}{4} = 0{,}25$ $0{,}25 \cdot 100 = 25\ \%$

b) $p\,(\text{schwarz}) = \frac{5}{15} + \frac{1}{5} = 0{,}2$ $0{,}2 \cdot 100 = 20\ \%$

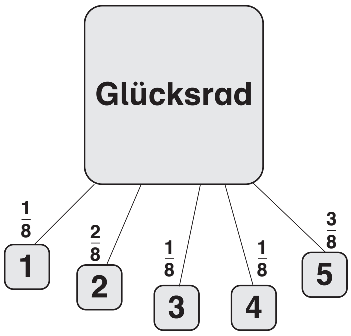
c) $p\,(\text{schwarz oder gepunktet}) = \frac{11}{12} = 0{,}91\overline{6}$ $0{,}91\overline{6} \cdot 100 = 91{,}\overline{6}\ \%$

Station 6: Baumdiagramm

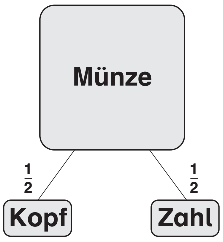
1. a)



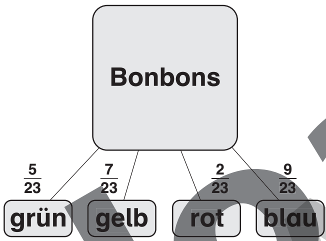
b)



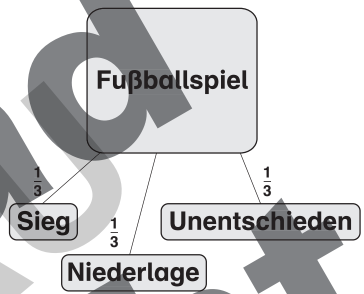
2. a)



b)



c)



Zusatzstation A: Permutationen

1. a) A C B   A B C   C A B   C B A   B A C   B C A

   Formel: $P = 3! = 6$

   b)

A C B D	A C D B	A B C D	A B D C	A D C B	A D B C
C A D B	C B A D	C B D A	C D A B	C D B A	C A B D
B A C D	B A D C	B C A D	B C D A	B D A C	B D C A
D A C B	D A B C	D C A B	D C B A	D B A C	D B C A

   Formel: $P = 4! = 24$

2. a) $4! = 24$ P.
   b) $8! : 2! = 20\,160$ P. Bemerkung: Buchstabe D kommt zweimal vor, daher : 2!
   c) $9! : 4! = 15\,120$ P. Bemerkung: Buchstabe T kommt viermal vor, daher : 4!
   d) $\frac{10!}{2! \cdot 2!} = 907\,200$ P. Bemerkung: Buchstaben S und D kommen zweimal vor

3. a) **Frage:** Wie viele Anordnungen gibt es, wenn nach Farbe unterschieden wird und sonst keine Einschränkung gilt?

   Rechnung: $\frac{12!}{3! \cdot 4! \cdot 5!} = 27\,720$

   Antwort: Es gibt 27 720 verschiedene Anordnungsmöglichkeiten.

b) **Frage:** Wie viele Anordnungen gibt es, wenn gleichfarbige Murmeln nebeneinander liegen sollen?

Rechnung: $3! = 6$

Antwort: Es gibt 6 verschiedene Anordnungsmöglichkeiten.

4. a) **Frage:** Auf wie viele Arten können sich 5 Schüler in eine Reihe setzen?

Rechnung: $5! = 120$

Antwort: Es gibt 120 verschiedene Möglichkeiten für die Schüler.

b) **Frage:** Wie viele Anordnungsmöglichkeiten gibt es, wenn zwei der fünf Schüler unbedingt nebeneinander sitzen wollen?

Rechnung: $4 \cdot 2! \cdot 3! = 48$

Antwort: Es gibt 48 Anordnungsmöglichkeiten, wenn zwei der fünf Schüler unbedingt nebeneinander sitzen wollen.

Zusatzstation B: Sachaufgaben

1. **Frage:** Wie viel Prozent der Schüler haben schwarze Haare?

Rechnung: Gegeben: Gesamtanzahl (G= 25), absolute Häufigkeit (H = 6)
Gesucht: relative Häufigkeit
$h = H : G = 6 : 25 = 0{,}24 = 24\ \%$

Antwort: 24 % der Schüler haben schwarze Haare.

2. **Frage:** Welchen Mittelwert kann man einem Interessenten nennen?

Rechnung: Mittelwert: $\frac{350\ € + 375\ € + 325\ € + 330\ € + 410\ €}{5} = 358\ €$

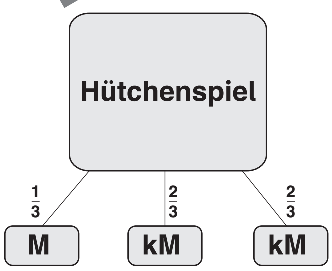
Antwort: Als Mittelwert kann man dem Interessenten 358 € nennen.

3. **Frage:** Wie hoch ist der Notendurchschnitt?

Rechnung: Mittelwert: $\frac{1 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{20} = 3{,}2$

Antwort: Der Notendurchschnitt beträgt 3,2.

4.



a) **Frage:** Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit auf die Münze zu tippen?

Rechnung: p (Münze) $= \frac{1}{3} = 33{,}\overline{3}\ \%$

Antwort: Die Wahrscheinlich auf die Münze z

b) **Frage:** Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit nicht auf die Münze zu tippen?

Rechnung: p (keine Münze) = $\frac{2}{3} = 66{,}\overline{6}$ %

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit nicht auf die Münze zu tippen beträgt $66{,}\overline{6}$ %.

5) a) p (Schnapszahl) = $\frac{4}{50} = \frac{2}{25} = 8$ % (Schnapszahlen: 11, 22, 33, 44)

b) p (durch 5 teilbar) = $\frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 20$ % (durch 5 teilbar: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50)

c) p (einstellig) = $\frac{9}{50} = 18$ % (einstellig: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

d) p (zweistellig ohne 3) = $\frac{28}{50} = \frac{14}{25} = 56$ %

(zweistellig ohne 3: 10,11,12,14,15,16,17,18,19,20,21,22,24,25,26,27,28,29,40,41,42,44, 45,46,47,48,49,50)

6. **Frage:** Wie viele Tore erzielt Marek?

Rechnung: Gegeben: Gesamtanzahl (G = 30), relative Häufigkeit = 0,7, absolute Häufigkeit (H)

Gesucht: H = G · h = 30 · 0,7 = 21

Antwort: Marek schießt 21 Tore.

Zusatzstation C: Quartile

1. Sortieren nach einer Rangliste, a) und c) ganzzahlig, b) nicht ganzzahlig

a) q_u: $\frac{16 + 16}{2} = 16$; q_o: $\frac{23 + 23}{2} = 23$

b) q_u: 38 ; q_o: 43

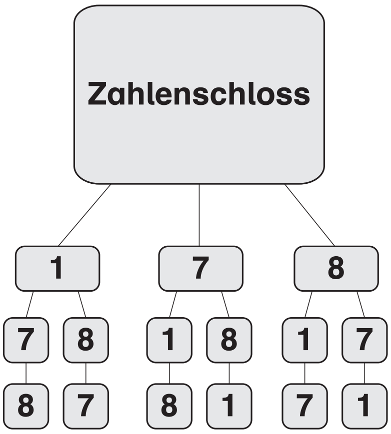
c) q_u: $\frac{50 + 53}{2} = 51{,}5$; q_o: $\frac{60 + 62}{2} = 61$

2.

	a)	b)	c)	d)
Minimum	5	7	0	3,5
Maximum	13	18	10	12
unteres Quartil	6	8	1	7
oberes Quartil	11	14	9	9,5
Spannweite	8	11	10	8,5
Quartilabstand	5	6	8	2,5

Abschließende Bündelung des Stationenlernens

1.



Es gibt insgesamt 6 ($1 \cdot 2 \cdot 3 = 3!$) Möglichkeiten, um das Zahlenschloss zu knacken:

1	7	8
1	8	7
7	1	8
7	8	1
8	1	7
8	7	1

2. Herr Braun: G = 90 : 400 = 0,225; 0,225 · 100 = 22,5 %
   absolute Häufigkeit: 90; relative Häufigkeit: 22,5 %

   Frau Weber: G = 80 : 400 = 0,2; 0,2 · 100 = 20 %
   absolute Häufigkeit: 80; relative Häufigkeit: 20 %

   Herr Bender: G: x : 400 = 12,5 %; x = 400 · 0,125 = 50
   absolute Häufigkeit: 50; relative Häufigkeit: 12,5 %

   Herr Fritz: G: x : 400 = 17,5 %; x = 400 · 0,175 = 70
   absolute Häufigkeit: 70; relative Häufigkeit: 17,5 %

   Herr Johann: G: 110 : 400 = 0,275; 0,275 · 100 = 27,5 %
   absolute Häufigkeit: 110; relative Häufigkeit: 27,5 %

3. a) Minimum: 6 kg   Maximum: 20 kg   Spannweite: 14 kg

   Rangliste erstellen: 6 kg, 8 kg, 12 kg, 13 kg, 13 kg, 14 kg, 16 kg, 16 kg, 19 kg, 20 kg

   $$\text{Mittelwert} = \frac{6\text{ kg} + 8\text{ kg} + 12\text{ kg} + 13\text{ kg} + 13\text{ kg} + 14\text{ kg} + 16\text{ kg} + 16\text{ kg} + 19\text{ kg} + 20\text{ kg}}{10} = 13{,}7\text{ kg}$$

   $$\text{Zentralwert (gerade Anzahl)} = \frac{13\text{ kg} + 14\text{ kg}}{2} = 13{,}5\text{ kg}$$

   Interpretation:
   Keines der Pakete ist leichter als 6 kg oder schwerer als 20 kg. Das schwerste Paket ist 14 kg schwerer als das leichteste. Das durchschnittliche Gewicht der Pakete beträgt 13,7 kg.

   b) n = 10 Pakete

   q_u: 10 · 0,25 = 2,5 (nicht ganzzahlig), Wert des 3. Platzes in der Rangliste = 12 kg

   q_o: 10 · 0,75 = 7,5 (nicht ganzzahlig), Wert des 8. Platzes in der Rangliste = 16 kg

4. a) Da ein Kartenspiel 16 schwarze und 16 rote Karten enthält, beträgt die Wahrscheinlichkeit:

   $$p\text{ (schwarz)} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\ \%$$

   b) Da ein Kartenspiel 4 Damen enthält, gilt:

   $$p\text{ (Dame)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$$

c) Da zwei schwarze 7 vorhanden sind, gilt:

p (schwarze 7) = $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$ = 6,25 %

d) Da 4 Könige vorhanden sind, gibt es 28 Möglichkeiten keinen König zu ziehen und daher gilt:

p (kein König) = $\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$ = 87,5 %

e) Da nur ein Herz- Ass vorhanden ist, gilt:

p (Herz Ass) = $\frac{1}{32}$ = 3,125 %

f) Da vier mal 8, 9 und 10 vorhanden ist gilt:

p (8, 9, 10) = $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ = 37,5 %

5. a) 3! = 6 P.

b) 4! = 24 P.

c) 7! : 2! = 2 520 P.

d) $\frac{12!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$ = 19 958 400P.

e) 5! : 2! = 60 P.

Zusätzlich: Müssen die 2 T im Wort Ratte nebeneinander stehen, gibt es 4 · 2! = 8 Permutationen.

Coverillustration: Mele Brink
Grafik: Julia Flasche
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH

Bestellnr.: 23365DA6

www.persen.de