Wer wird Funktionsmeister? Funktionen als Leitidee spielerisch vermitteln

Grit Viehweg und Thomas Gyöngyösi, Quedlinburg

VORSCHAU

Klasse:	7/8
Inhalt:	Einführung in die Funktionenlehre; lineare und quadratische Funktionen
Dauer:	30–45 Min. pro Thema
Ihr Plus:	✓ geeignet für Vertretungsstunden ✓ Integration in einem Stationenzirkel ✓ individuelle Erweiterung der Aufgabenvielfalt möglich

Ein Ziel des modernen Mathematikunterrichts ist es, mathematische Kompetenzen zu erwerben. Um diese nachhaltig vermitteln und deren Bedeutung für die Erfassung und Gestaltung des Alltags verdeutlichen zu können, werden mathematische Inhalte verschiedener Themengebiete zu Leitideen zusammengefasst. Eine dieser Leitideen bildet in Anlehnung an die Bildungsstandards der **funktionale Zusammenhang**.

Den meisten Schülern ist dieser funktionale Zusammenhang klar, wenn er auf ein konkretes Beispiel bezogen ist. Doch dass bestimmte Grundkonzepte in der inner- sowie außermathematischen Funktionenlehre immer gleichen Gesetzmäßigkeiten unterliegen und somit auf die gleiche Art gelöst werden können, haben die Lernenden meist noch nicht erkannt.

Dieser Beitrag zeigt anhand dreier Themen (Einführung in die Funktionenlehre, lineare und quadratische Funktionen) innerhalb der Leitidee des funktionalen Zusammenhangs, wo in den Lösungsansätzen Analogien liegen.

netzwerk lernen

zur Vollversion

I/C

Didaktisch-methodische Hinweise

Einordnung in den Lehrplan

Das Leitthema **Funktionen** taucht im Mathematikunterricht ab Klasse 7 kontinuierlich auf. Funktionale Ansätze werden erstmals im Themengebiet der **Proportionalität** behandelt. Auf diesen Konzepten bauen die Inhalte zu **linearen** und **quadratischen Funktionen** in den nachfolgenden Klassenstufen auf. Obwohl diese Gebiete auch die Grundlage für weitere Betrachtungen in der Sekundarstufe II bilden, liegt der Schwerpunkt der unterrichtlichen Behandlung des funktionalen Zusammenhangs in der Sekundarstufe I.

So setzen Sie den Beitrag ein

Eine tabellarische Übersicht über die Materialien finden Sie im Abschnitt **Auf einen Blick**.

Vorschläge für die genaue Umsetzung der einzelnen Materialien sind unter dem Abschnitt **Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz** vermerkt.

Material **M 1** stellt die Spielregeln des Brettspiels kurz vor. Für die Durchführung und Umsetzung des Spiels in Gruppenarbeit benötigen Sie die Materialien **M 2** bis **M 6**. Dabei stellt das **farbige Spielfeld** (**M 2**) die Grundlage für den Verlauf des Spiels sowie die Ablageflächen für die **Start- und Aktionskarten** (**M 3** und **M 4**) dar. Als Erstes treten die **Startkarten** (**M 3**) in den Vordergrund. Diese Karten beinhalten einfache Aufgabenstellungen, um den Spieler zu motivieren und um seine Spielfigur in das Spiel zu bringen. Die **Aktionskarten** (**M 4**) werden immer dann genutzt, wenn die Spielfigur eines Spielers nach dem Würfeln auf ein Feld mit Ausrufezeichen (!) gelangt. Während des Spiels werden entsprechend den **Spielregeln** (**M 1**) die **Aufgabenkarten** (**M 5**) eingesetzt. Eine Kontrolle der Antworten zu den Aufgabenkarten erfolgt durch die Lösungsvorschläge der **Lösungskarten** (**M 6**). Die Auswahl der **Aufgabenkarten** (**M 5**) ist dabei variabel. Je nachdem, welches Ziel Sie mit dem Einsatz des Beitrages verfolgen, können Sie verschiedene Varianten durchführen:

Spielvarianten

<u>**Variante 1:**</u> Sie möchten <u>nach</u> der Erarbeitung der Stoffgebiete Proportionalität, lineare oder quadratische Funktionen in spielerischer Form das Vermittelte <u>sichern</u> oder in der nachfolgenden Stunde das entsprechende Thema erneut aufgreifen und üben. Dann empfiehlt sich der isolierte Einsatz der Aufgabenkarten der jeweiligen Themengebiete. Sie entscheiden, an welcher Stelle Ihres Stundenablaufs der Einsatz am besten geeignet ist. Ob als wiederholender Stundeneinstieg, als Auflockerung zwischendurch oder als abrundender Abschluss am Ende der Stunde – Ihre Schüler werden die spielerische Abwechslung motiviert und dankend annehmen.

<u>**Variante 2:**</u> Auch als <u>Einstieg</u> in das neue Themengebiet der linearen bzw. quadratischen Funktionen können Sie die Aufgabenkarten einsetzen. Um beispielsweise in das Thema lineare Funktionen einsteigen zu können, bedarf es einer Wiederholung einzelner Aspekte des Themas der Proportionalität. Entsprechendes gilt für den Beginn des Stoffgebiets quadratische Funktionen und zu wiederholende Zusammenhänge zu den linearen Funktionen. Sie geben den Schülern die Möglichkeit der Reaktivierung ihres Vorwissens und erhalten gleichzeitig eine Rückmeldung für Ihren Unterricht, an welchen Stellen Probleme auftreten. Ähnlich wie in Variante 1 beschrieben, können Sie die Aufgabenkarten entsprechend der Thematik getrennt einsetzen.

<u>**Variante 3:**</u> Neben dem isolierten Einsatz der themenbezogenen Aufgabenkarten, wie in den Varianten 1 und 2 beschrieben, sind die Karten auch kombinierbar. Als Sicherung der Inhalte zu linearen Funktionen nutzen Sie beispielsweise sowohl die Aufgabenkarten zur Proportionalität als auch die Karten mit den Aufgaben zum Thema lineare Funktionen.

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Die gleiche Zusammenstellung können Sie als Einstieg in das Stoffgebiet quadratische Funktionen wählen. Auch die Kombination aller Aufgabenkarten am Ende des Themas quadratische Funktionen ist möglich. Diese Variante lohnt sich besonders, wenn Sie die Leitidee des funktionalen Zusammenhangs sowie die innere Verbindung der Themen aufzeigen möchten.

Ausblick

Da die Leitidee des funktionalen Zusammenhangs nicht mit den quadratischen Funktionen endet, können Sie die Aufgabenkarten immer dann einsetzen, wenn Sie Inhalte dieser Themengebiete behandeln, sodass sich auch der Einsatz in der Sekundarstufe II lohnt. Außerdem ist es möglich, dass Sie die Aufgabenkarten individuell und auf das neue Thema bezogen erweitern.

Unterrichtliche Voraussetzungen

Je nachdem, zu welcher Thematik Sie diesen Beitrag einsetzen, ist unterschiedliches Vorwissen erforderlich:

– Zuordnungen und ihre Graphen

– direkte und indirekte Proportionalität (indirekte Proportionalität = Antiproportionalität)

– lineare Funktionen

– quadratische Funktionen

– Scheitelpunktform und Normalform einer quadratischen Funktion

Die Materialien sind grundsätzlich auf die Sicherung und Wiederholung der benannten Themen ausgelegt, sodass die wichtigsten Fachbegriffe und Zusammenhänge bekannt sein müssen, um einen motivierenden Verlauf des Spieles zu gewährleisten.

Dabei spielt es keine Rolle, ob Sie die Materialien als wiederholenden Einstieg in das neue Thema oder als Sicherung und Übung des bereits vermittelten Stoffgebietes bzw. mit separierten, themenbezogenen Aufgabenkarten oder in Kombination einsetzen wollen.

Bezugsadressen

- Für den Mathematikunterricht ist der **Würfelkoffer von Betzold** sehr zu empfehlen. Dieser Würfelkoffer enthält zahlreiche Würfel, die Sie für einen abwechslungsreichen Mathematikunterricht benötigen. Dieser Klassensatz an verschiedenartigen Würfeln lässt sich außerdem in der Stochastik oder anderen Themengebieten einsetzen – hierbei sind Ihrer Fantasie keine Grenzen gesetzt.

Bezug möglich über: Arnulf Betzold GmbH, Würfelkoffer (mit 162 Würfeln), 24,50 €,

http://www.betzold.de/wuerfelkoffer.html,

Tel.: 07961 9000 – 0

- **Spielfiguren aus Holz** erhalten Sie bei **Spielematerial.de**.

Bezug möglich über: www.spielematerial.de, Standard-Pöppel, ab 0,08 € pro Figur,

http://www.spielematerial.de/de/standard-poeppel.html,

Tel.: 02166–621226

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler...	Anforderungsbereich
K 4, K 5, K 6	L 1, L 4	... erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge in den Themengebieten Proportionalität und lineare und quadratische Funktionen, ... üben die Verwendung der unterschiedlichen Darstellungsformen von Funktionen am Beispiel der linearen und quadratischen Funktionen **(M 3–M 5),**	I–III
K 1, K 2	L 4	... wählen geeignete Strategien und Prinzipien beim Lösen der funktionalen Problemfragen aus und entwickeln mathematische Argumentationen, ... beschreiben ihre Lösungswege verständlich bei der Beantwortung der Start- und Aufgabenkarten **(M 3–M 5),**	I–III
K 6	L 4	... kommunizieren und argumentieren mit ihren Gruppenmitgliedern über Funktionen unter Nutzung der Fachsprache, ...verstehen Äußerungen von anderen zu funktionalen Themen und überprüfen die von den Mitschülern angegebenen Lösungen oder die auf den Lösungskarten vorgegebenen Lösungsansätze kritisch **(M 3–M 6).**	I–III

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

M 3 Die Startkarten

Startkarten – Vorderseite

Startkarte – 1 Feld Nenne eine Definition für den Begriff „Funktion“. A: Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, bei der jedem Argument genau ein Funktionswert zugeordnet wird.	**Startkarte – 1 Feld** Gib den Fachbegriff für die x-Achse eines Koordinatensystems an. A: Abszissenachse
Startkarte – 1 Feld Gib den Fachbegriff für die y-Achse eines Koordinatensystems an. A: Ordinatenachse	**Startkarte – 1 Feld** Ein Koordinatensystem lässt sich in vier ... einteilen. A: Quadranten
Startkarte – 2 Felder Der Graph einer Funktion schneidet die Abszissenachse im Punkt S(–4|0). Gib die Nullstelle dieser Funktion an. A: $x_N = -4$	**Startkarte – 2 Felder** Eine Funktion hat die Nullstelle $x_N = 2$. Gib die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen der Funktion mit der x-Achse an. A: $S_x(2\|0)$
Startkarte – 2 Felder Für einen Punkt P(x|y) im Koordinatensystem heißt y auch ... A: Funktionswert	**Startkarte – 2 Felder** Für einen Punkt P(x|y) im Koordinatensystem heißt x auch ... A: Argument
Startkarte – 3 Felder Gib die Fachbegriffe für die x- und y-Achse eines Koordinatensystems an. A: Abszissenachse (x-Achse) und Ordinatenachse (y-Achse)	**Startkarte – 3 Felder** Die Darstellung der Argumente und Funktionswerte in einer Tabelle heißt ... A: Wertetabelle
Startkarte – 3 Felder Entscheide: direkt oder indirekt proportional? Gewicht (in kg) – Preis (in €) A: direkt proportional	**Startkarte – 3 Felder** Entscheide: direkt oder indirekt proportional? Anzahl der Arbeiter – Arbeitszeit A: indirekt proportional (oder antiproportional)
Startkarte – 4 Felder Nenne zwei Darstellungsformen für Funktionen. A: z. B. Graph, Wertetabelle	**Startkarte – 4 Felder** Berechne für die Zuordnung $y = f(x) = 2x^2$ den Funktionswert für $x = -0{,}25$. A: $y = f(-0{,}25) = 0{,}125 = \frac{1}{8}$

I/C

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

M 4 Die Aktionskarten

Aktionskarten - Rückseite

Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten
Aktionskarten	Aktionskarten

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

M 6 Die Lösungskarten IV

Quadratische Funktionen (blau)

1. z. B. $y = f(x) = -x^2 + 1$
2. z. B. $y = f(x) = (x - 4)^2$ und $y = f(x) = -(x - 4)^2$
3. z. B. $y = f(x) = (x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$
4. z. B. $y = f(x) = (x + 3)^2 + 2$; $y = f(x) = 2(x + 3)^2 + 2$ und $y = f(x) = -(x + 3)^2 + 2$
5. Verschiebung der Normalparabel entlang der y-Achse (für $e < 0$ nach unten, d. h. in negative y-Richtung, für $e > 0$ nach oben, d. h. in positive y-Richtung und für $e = 0$ keine Verschiebung)
6. z. B. $y = f(x) = (x - 1)^2 + 1$; $y = f(x) = (x + 1)^2 + 1$; $y = f(x) = (x + 1)^2 - 1$; $y = f(x) = (x - 1)^2 - 1$

Quadratische Funktionen (rot)

1. z. B. $y = f(x) = (x - 2)^2 + 5$
2. im Intervall $2 < x \le \infty$
3. keine Nullstellen, da sie um 5 Einheiten <u>nach</u> <u>oben</u> verschoben ist
4. a ($|a| > 1$: Streckung in y-Richtung, $a = 1$: Normalparabel, $0 < |a| < 1$: Stauchung in y-Richtung, $a < 0$: Spiegelung), d (Verschiebung entlang der x-Achse), e (Verschiebung entlang der y-Achse)
5. keine Nullstelle: $y = f(x) = x^2 + 1$, genau eine Nullstelle: $y = f(x) = x^2$, zwei Nullstellen: $y = f(x) = x^2 - 1$
6. z. B. $y = f(x) = (x - 3)^2$; $x_N = 3$

Quadratische Funktionen (grün)

1. $S(-1|-3)$
2. Streckung für $|a| > 1$, Stauchung für $0 < |a| < 1$, Spiegelung für $a < 0$, $a = 1$ Normalparabel
3. z. B. $y = f(x) = (x + 7)^2$ und $y = f(x) = -(x + 7)^2$
4. Die Nullstelle ist $x = -5$.
5. z. B. $y = f(x) = x^2 + 1$; diese Parabel ist gegenüber der Normalparabel um 1 nach oben verschoben und hat daher keine Nullstelle.
6. $y \in \mathbb{R}$; $y \le 8$

Quadratische Funktionen (gelb)

1. $y \in \mathbb{R}$; $y \ge 5$
2. $y = f(x) = (x + 3)^2 - 2$
3. $f(x) = a \cdot (x - d) + e$; $a, d, e \in \mathbb{R}$, $a \ne 0$
   Verschiebung der Normalparabel entlang der x-Achse (für $d < 0$ nach links, d. h. in negative x-Richtung und für $d > 0$ nach rechts, d. h. in positive x-Richtung)
4. im Intervall $0 < x \le \infty$
5. z. B. $y = f(x) = (x + 2)^2$; $x_N = -2$; $N(-2|0)$
6. z. B. $y = f(x) = -0{,}5(x + 2)^2$ und $y = f(x) = -3(x + 2)^2$

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion