

Spezielle Relativitätstheorie in Kontexten

Matthias Borchardt, Bonn

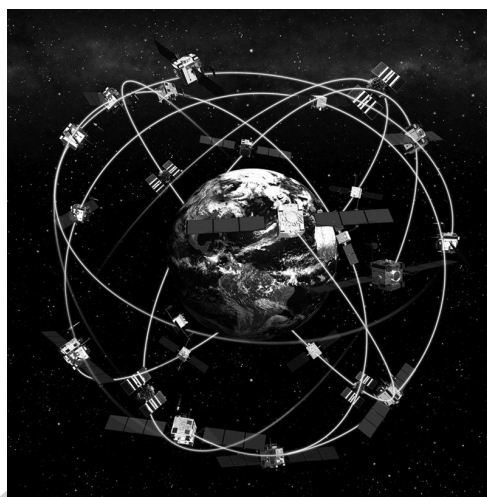
Zeitdilatation, Massenzunahme, Grenzggeschwindigkeit – die Aussagen der Speziellen Relativitätstheorie scheinen absurd. Sie widersprechen dem gesunden Menschenverstand.

In diesem Beitrag

- lernen Ihre Schüler historisch wichtige Bestätigungsexperimente dieser Theorie kennen,
- erfahren, warum die moderne Satellitennavigation (GPS) ohne Einbeziehung der Relativitätstheorie nicht funktionieren würde,

und

- beschäftigen sich mit der Frage, wie Zeitreisen in die Zukunft möglich sein könnten.



© ESA

GPS-Satelliten umkreisen die Erde.

Zeigen Sie einen Film¹
zum Myonenexperiment von
Frisch & Smith!

II/G

Der Beitrag im Überblick

<p>Klasse: 12</p> <p>Dauer: 2–14 Stunden</p> <p>Ihr Plus:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Eine große Spannweite verschiedenster Aspekte zur SRT ✓ Materialien unabhängig voneinander einsetzbar ✓ Computersimulation 	<p>Inhalt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vier wissenschaftshistorisch bedeutende Experimente zur Bestätigung der Zeitdilatation, Grenzggeschwindigkeit und Massenzunahme • GPS und Relativitätstheorie • Zeitdilatation im Science-Fiction-Genre • Relativistisches Sehen
---	--

¹ www.scivee.tv/node/2415

Zahlenformate von 15 Dezimalstellen und mehr zu verarbeiten. Ermöglichen Sie Ihren Schülern daher auch für diese Aufgaben die Benutzung von Computern. Bei allen übrigen Arbeitsblättern kommt man ohne Computer aus – es sei denn, Sie wollen Ihren Schülern die Möglichkeit geben, ihre Lösungen und Protokolle direkt in digitaler Form einzugeben.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. physikalische Kompetenz	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
B 4, B 2, E 10, F 4	... lernen wissenschaftshistorisch wichtige Experimente zur Betätigung der SRT kennen (M 1–M 5),	I, II
E 10, K 2	...erfahren, dass die SRT für die moderne Alltagswelt wichtig geworden ist (GPS) (M 6),	II
F 1, F 4, K 1, B 2	... erkennen, dass die Effekte der SRT nur sichtbar werden, wenn man sich an der Grenze der Lichtgeschwindigkeit befindet oder wenn man hochpräzise Messgeräte (Atomuhren) verwendet,	I, II
F 1, F 2, F 3, F 4, E 2, E 4,	... üben die Anwendung der Formeln für <ul style="list-style-type: none"> – Zeitdilatation, – Lorentzkontraktion, – Massenzunahme und – relativistische Energie, 	II, III
F1, F2, F3, F4	... wiederholen Unterrichtsinhalte wie Zerfallsgesetz (M 1) und Wien'schen Geschwindigkeitsfilter (M 3),	I, II
F 4, E 2, E 4, E 9, E 10, K 5, K 6	... lernen und üben den Umgang mit Tabellenkalkulationsprogrammen (M 2, M 6),	I, II
F 4, F 5, E 9, E 10, K 7	... werten experimentelle Daten aus und interpretieren die Ergebnisse mit Hinblick auf die Erwartungen (M 4),	II, III
F 2, F 4, K 7, B 4	...erfahren, wie die Effekte der SRT die Fantasie anregen und spannende mediale Umsetzungen hervorbringen können (M 7–M 9).	II

Für welche Kompetenzen und Anforderungsbereiche die Abkürzungen stehen, finden Sie auf der beiliegenden CD-ROM 33.

II/G

Mediathek

Zu M 1:

Rossi, Bruno; Hall, David B.: Variation of the Rate of Decay of Mesotrons with Momentum. Phys. Rev. 1941 (59) S. 223–228

Frisch, David H., Smith, James H.: Measurement of Relativistic Time Dilation Using μ -Mesons. American Journal of Physics 1963 (31/5) S. 342–355

Film: <http://www.scivee.tv/node/2415>

Zu M 2:

Hafele, J. C.; Keating, Richard E.: Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains. Science, New Series 1972 (Vol. 177, No. 4044) S. 166–168

Hafele, J. C.; Keating, Richard E.: Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains. Science, New Series 1972 (Vol. 177, No. 4044) S. 168–170

Sexl, Roman; Schmidt, Herbert K.: Raum-Zeit-Relativität. Vieweg Studium. Braunschweig 1979. S. 39–43

Grehn, J.; Krause, J.: Metzler Physik. Bildungshaus Schulbuchverlage, Braunschweig 2007. S. 357

Zu M 3:

Bucherer, Alfred: Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips. Annalen der Physik 1909 (333 (3)) S. 513–536

Im Internet zugänglich: http://de.wikisource.org/wiki/Die_experimentelle_Bestätigung_des_Relativitätsprinzips

Zu M 4 und M 5:

Bertozzi, William: Speed and Kinetic Energy of Relativistic Electrons. American Journal of Physics. 1964 (32, Nr. 7) S. 551–555

Im Internet zugänglich (aber schlechte Qualität):
www.ekkehard-friebe.de/Bertozzi-1964.pdf

Zu M 6:

Grafarend, Erik W. und Schwarze, Volker S.: Das Global Positioning System. Physik Journal. 2002 (1, Nr. 1) S. 39–44

www.mevis-research.de/~richard/mnu05-slides.pdf

Zu M 7 und M 8:

Computerprogramm: <http://www.mabo-physik.de/zeitdehnung.html>

<http://www.hib-wien.at/leute/wurban/physik/relativity/raumflug.pdf>

Lem, Stanislaw: Rückkehr von den Sternen. Ullstein Buchverlage (List Taschenbuch). Berlin 2006. S. 37 und 38 sowie S. 90

Zu M 9:

Gamow, George: Mr. Tompkins seltsame Reisen durch Kosmos und Mikrokosmos. Teubner 1980 (Auflage 7)

www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de

<http://gamelab.mit.edu/games/a-slower-speed-of-light/>

Materialübersicht

⌚ V = Vorbereitungszeit SV = Schülerversuch Ab = Arbeitsblatt/Informationsblatt
 ⌚ D = Durchführungszeit LV = Lehrerversuch Fo = Folie

M 1	Ab	Berg und Tal – das Myonenexperiment von Frisch und Smith (1963)
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
M 2	Ab	Zweimal um die Welt – das Atomuhrenexperiment von Hafele und Keating (1971)
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
	<input type="checkbox"/>	Computer (Tabellenkalkulationsprogramm)
M 3	Ab	Je schneller desto träger – Experiment von Alfred Bucherer (1909)
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
M 4	Ab	Elektronen am Limit – das Experiment von William Bertozzi (1964)
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
M 5	Messung	Oszilloskopbilder zum Bertozzi-Experiment
	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
	<input type="checkbox"/>	Lineal
M 6	Ab	Unzertrennlich – GPS und Relativitätstheorie
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Computer (Tabellenkalkulationsprogramm)
M 7	Ab	Zeitmaschinen – Reisen in die Zukunft
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
	<input type="checkbox"/>	Computerprogramm
M 8	Fiktionale Texte	„Rückkehr von den Sternen“ von S. Lem – Textausschnitte
⌚ D: 25 min		
M 9	Ab	Tempo 30 für Licht – die seltsame Welt des Herrn Gamow
⌚ D: 90 min	<input type="checkbox"/>	Taschenrechner
	<input type="checkbox"/>	Computer mit Internetzugang

Die Erläuterungen und Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 25.

Minimalplan

Die Materialien bauen nicht aufeinander auf. Sie lassen sich daher unabhängig voneinander einsetzen. Wählen Sie bei Zeitnot ein Experiment aus.

II/G



M 1 Berg und Tal – das Myonenexperiment von Frisch und Smith

Kosmische Strahlung besteht zu einem großen Teil aus hochenergetischen Protonen. Treffen diese auf die Luftmoleküle der oberen Atmosphärenschichten, entstehen Pionen (π -Mesonen), die in einer Höhe von 10 bis 12 km über dem Erdboden nach sehr kurzer Zeit in Myonen zerfallen. Diese Myonen bewegen sich mit fast Lichtgeschwindigkeit in Richtung Erde. Myonen weisen Ähnlichkeiten mit Elektronen auf, sind aber rund 200-mal schwerer als diese und nicht stabil. Es ist bekannt, dass (ruhende) Myonen eine Halbwertszeit von $1,52 \mu\text{s}$ haben.

Aufgabe 1

Bestätigen Sie die folgende Aussage durch Rechnung:

Wenn wir von einer Halbwertszeit von $T_H = 1,52 \mu\text{s}$ ausgehen, dann beträgt die „Halbwertslänge“, also die Strecke, nach der die Hälfte der Myonen zerfallen ist, ungefähr $L_H = 456 \text{ m}$.

Tipp

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Rechnen Sie mit diesem Wert.

Wenn bereits nach einem halben Kilometer mehr als die Hälfte der Myonen zerfallen ist, dann dürften nach einer Flugstrecke von über 10 km kaum noch Myonen auf dem Erdboden ankommen. Messungen auf Meeresebene führen allerdings zu einem **völlig anderen Ergebnis** – die Zählraten für die aus der Hochatmosphäre stammenden Myonen sind deutlich höher als erwartet. Dieses erstaunliche Phänomen wurde schon bald nach seiner Entdeckung mit der Relativitätstheorie Albert Einsteins in Verbindung gebracht. Man stellte die Hypothese auf, dass sich die Lebensdauer der Myonen aufgrund ihrer extrem hohen Geschwindigkeit verlängert haben könnte – die innere Uhr der bewegten Myonen ticke wegen der Zeitdilatation langsamer als bei ruhenden Myonen.

Eine erste experimentelle Bestätigung dieser Behauptung wurde 1941 von den Physikern **B. Rossi** und **D. Hall** erbracht, die die Zählraten von Myonen in großer Höhe (Echo Lake in der Nähe von Denver, Colorado) mit der im 1624 m tiefer gelegenen Denver verglichen.¹

Das Experiment von Frisch und Smith (1963)

Präzisere und besser nachvollziehbarere Messungen wurden 1963 von **David Frisch** und **James Smith** durchgeführt. Sie bestimmten experimentell die Anzahl der Myonen in der Nähe des Gipfels des Mount Washington und in der 1907 m tiefer gelegenen Stadt Cambridge (Massachusetts).

Diese Messungen sind Grundlage für die folgenden Aufgaben.



Mount Washington (New Hampshire)

© Balaji Dutt/ Singapur

II/G

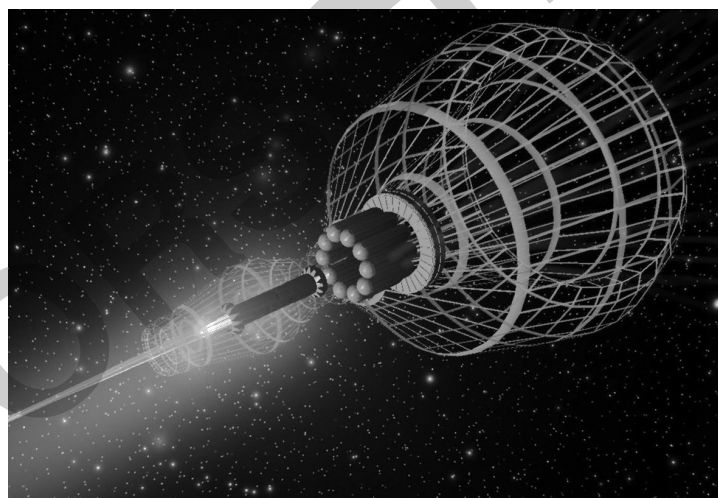
¹ Rossi, Bruno; Hall, David B.: Variation of the Rate of Decay of Mesotrons with Momentum. Phys. Rev. 1941 (59) S. 223–228

M 7 Zeitmaschinen – Reisen in die Zukunft

Einleitung:

Raumschiffe, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegen, könnten Zeitreisen in die Zukunft ermöglichen. Verglichen mit den Uhren auf der Erde würde die Zeit im Raumschiff nämlich deutlich langsamer ablaufen. Käme der Raumfahrer beispielsweise nach 5 Jahren Bordzeit wieder auf die Erde zurück, könnten dort bereits 200 Jahre vergangen sein. Allerdings kennt eine solche Zeitmaschine nur eine Richtung, nämlich die Reise in die Zukunft – ein Zurück in die „alte Zeit“ wäre nicht mehr möglich.

Hinzu kommt, dass ein solches Raumschiff nicht beliebig schnell beschleunigen dürfte, um auf seine Reisegeschwindigkeit zu kommen, denn die auf den menschlichen Körper einwirkenden Trägheitskräfte könnten tödliche Folgen haben. Eine sinnvolle Beschleunigung wäre 1 g, denn dann würden die Astronauten eine Trägheitskraft spüren, die der Erdanziehungskraft entspräche. So könnte man eine künstliche Schwerkraft erzeugen und gleichzeitig das Raumschiff über viele Jahre hinweg immer näher an die Lichtgeschwindigkeit heranführen. Nach der Hälfte der Strecke sollte das Raumschiff sich um 180° drehen und mit 1 g bremsen, was für die Insassen erneut die Schwerkraft simulieren und die Geschwindigkeit wieder auf null abbauen würde. Dies wäre notwendig, um am Missionsziel operieren zu können. Es gibt sogar (ernst gemeinte) Vorschläge, wie man eine konstante Beschleunigung über viele Jahre aufrechterhalten könnte: Bussard-Ramjet-Triebwerke sammeln während des Fluges mithilfe riesiger Trichter den interstellaren Wasserstoff ein und führen diesen den Fusionsbrennkammern zu, in denen der notwendige Schub erzeugt wird.



Raumschiff mit Bussard-Ramjet-Triebwerk

II/G

Die Effekte der Zeitdilatation lassen sich mit der Speziellen Relativitätstheorie berechnen. Da wir es bei der beschriebenen Art von Raumflügen aber mit ständig wachsenden oder sinkenden Geschwindigkeiten zu tun haben, lässt sich die Zeitdilatation nicht einfach mehr mit der bekannten Formel für die Zeitdilatation angeben. Die Zusammenhänge sind komplex und erfordern mathematische Kenntnisse, die in der Schule in der Regel nicht zur Verfügung stehen.³ Ein kleines **Computerprogramm**, mit dem Sie die Zeitdilations-effekte bei beschleunigten Bewegungen bestimmen können, ohne zu rechnen, soll Ihnen hier weiterhelfen.⁴

Die Idee der relativistischen Raumflüge wird gerne im Science-Fiction-Genre aufgegriffen.

⁴ <http://www.hib-wien.at/leute/wurban/physik/relativity/raumflug.pdf>

⁵ Computerprogramm: <http://www.mabo-physik.de/Zeitdilatation.html>

Erläuterungen und Lösungen

M 1 Berg und Tal – das Myonenexperiment von Frisch und Smith

In einigen Internetquellen wird das Experiment auf dem Berg Mount Washington fälschlicherweise den beiden Physikern **Rossi** und **Hall** zugeschrieben. Diese Angabe wurde offenbar des Öfteren ungeprüft übernommen, wobei Jahreszahlen und Ergebnisse ziemlich voneinander abweichen. Das Material bezieht sich auf die Originalarbeit von Frisch und Smith aus dem Jahre 1963 (siehe Mediathek). Das Experiment der beiden Wissenschaftler eignet sich ganz besonders für Ihren Unterricht, da die Versuchsidee leicht zu verstehen ist und außer der Zeitdilatation auch das **Zerfallsgesetz** verwendet werden muss, womit sich der Kontext des Themas nicht nur auf die Relativitätstheorie beschränkt. Für Verwirrung sorgt manchmal die Verwendung zweier Begriffe, die etwas Ähnliches meinen, aber unterschiedlich definiert sind: In manchen Büchern oder Veröffentlichungen zum Myonenproblem wird anstelle der „Halbwertszeit T_H “ der Begriff „mittlere Lebensdauer τ “ verwendet. Die Halbwertszeit bei Myonen beträgt $1,52 \mu\text{s}$, die mittlere Lebensdauer $2,197 \mu\text{s}$. Die mittlere Lebensdauer ist die Zeit, in der nur noch $1/e$ (circa 36,8 %) der Teilchen vorhanden sind. Es gilt: $T_H = \ln(2) \cdot \tau$. In dem Material **M 1** wird der Begriff Halbwertszeit verwendet.

Einen **Film** zum Myonenexperiment von Frisch & Smith finden Sie unter:

<http://www.scivee.tv/node/2415>

Erläuterungen zum Film stellen wir für Sie auf **CD-ROM 33** bereit.

Lösungen:

1. Da die Myonen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit unterwegs sind, gilt:

$$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,52 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 456 \text{ m.}$$

2. Die Durchschnittswerte ergeben sich mithilfe des arithmetischen Mittels:

$$\text{a) } \frac{568/h + 554/h + 582/h + 527/h + 588/h + 559/h}{6} = 563/h$$

$$\frac{412/h + 403/h + 436/h + 395/h + 393/h}{5} = 407,8/h \approx 408/h$$

- b) Die Zeit, um die Strecke von 1907 m zu durchlaufen, beträgt:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1907 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 6,357 \mu\text{s}$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_H} \cdot t} = 563/h \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1,52 \mu\text{s}} \cdot 6,357 \mu\text{s}} = 31/h$$

Man erwartet im tiefer gelegenen Cambridge also im Mittel eine Zählrate von 31 Myonen pro Stunde.

$$\text{c) } t = \frac{s}{v} = \frac{1907 \text{ m}}{0,994 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 6,395 \mu\text{s}$$

$$T_{H2} = T_{H1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1,52 \mu\text{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (0,994)^2}} = 13,896 \mu\text{s}$$

$T_{H2} \hat{=}$ HWZ der Myonen, die eine Messung aus dem ruhenden System (Erde) heraus ergibt

$T_{H1} \hat{=}$ HWZ der Myonen, die jemand messen würde, der mit dem Myon mitfliegt

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_H} \cdot t} = 563/h \cdot e^{-\frac{\ln 2}{13,896 \mu\text{s}} \cdot 6,395 \mu\text{s}} \approx 409/h$$

II/G

Lösungen:

1. Die Elektronen durchlaufen die gekreuzten Felder, wenn sich die Lorentzkraft und die elektrische Feldkraft kompensieren: $F_L = F_{el}$

$$e \cdot v \cdot B = e \cdot E \Leftrightarrow v = \frac{E}{B} \text{ und mit } U_k = E \cdot d \text{ ergibt sich } v = \frac{U_k}{B \cdot d} .$$

2. Die Lorentzkraft wirkt jetzt als kreisbildende Kraft, also als Zentripetalkraft:

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \Leftrightarrow m = \frac{e \cdot B \cdot r}{v} \text{ und mit } \beta = \frac{v}{c} \Leftrightarrow v = \beta \cdot c \text{ ergibt sich: } m = \frac{e \cdot B \cdot r}{\beta \cdot c} .$$

3. Das rechtwinklige Dreieck ergibt:

$$r^2 = (r-z)^2 + L^2 \Rightarrow r^2 = r^2 - 2rz + z^2 + L^2$$

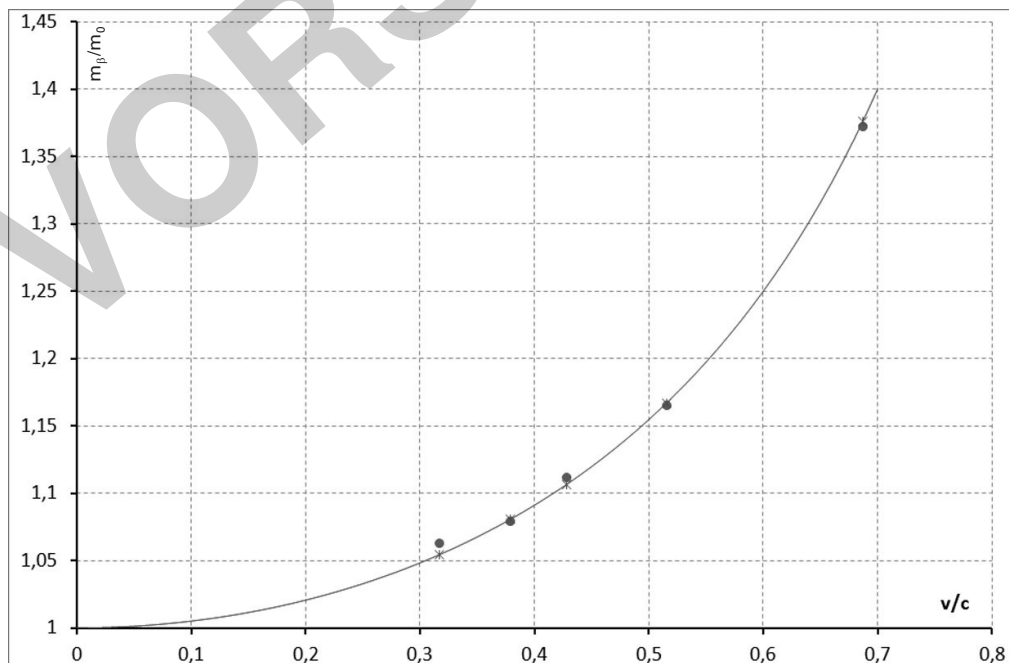
$$\Rightarrow 0 = -2rz + z^2 + L^2 \text{ und dann } r = \frac{L^2 + z^2}{2z} .$$

4. In die Formel $m = \frac{e \cdot B \cdot r}{\beta \cdot c}$ wird einfach $r = \frac{L^2 + z^2}{2z}$ eingesetzt.

5. und 6.

Mit Excel erstellt:

U [V]	B [T]	z [m]	b = v/c	r [m]	m / m0	m / m0 - Theorie
249,2	0,010455	0,01637	0,3171	0,0550	1,0626	1,0544
329,6	0,011578	0,01445	0,3787	0,0603	1,0794	1,0805
411,5	0,012787	0,01350	0,4281	0,0635	1,1116	1,1065
494,2	0,012755	0,01018	0,5154	0,0804	1,1653	1,1669
658,7	0,012755	0,00623	0,6870	0,1261	1,3720	1,3761



7. Die experimentellen Daten passen sehr gut zu der Vorhersage der Relativitätstheorie. Auch wenn es sich nur um fünf Messwerte handelt, scheint das Experiment die relativistische Massenzunahme zu bestätigen.