Können die Flyer rechtzeitig verteilt werden? – Einführung in umgekehrt proportionalen Zuordnungen

Reinhard Sinterhauf, Köditz

Zuordnungen	umgekehrt proportionale Zuordnungen kennenlernen; Größenpaare mit proportionalen und umgekehrt proportionalen Zuordnungen in Wertetabellen bestimmen und darstellen; eine graphischen Darstellung aus einer Wertetabelle entwickeln und auswerten; Sachaufgaben mit umgekehrt proportionalen Zuordnungen lösen

Wissenswertes zu Arten der Zuordnung

Jede Zusammenstellung von Werten zweier Größenbereiche zu Wertepaaren stellt eine Zuordnung dar, da jedem Wert des einen Bereiches ein Wert des zweiten Bereiches entspricht. Die Zuordnung kann dabei willkürlich (nicht proportionale Zuordnung), oder nach einer bestimmten Vorschrift (proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnung) erfolgen.

Bei einer **proportionalen Zuordnung** gehört zum Doppelten der Größe das Doppelte der anderen Größe, z.B. doppelte Menge → doppelter Preis bzw. zur Hälfte der einen Größe gehört die Hälfte der anderen Größe, z.B. halbe Menge → halber Preis. Stellt man eine proportionale Zuordnung im Gitternetz dar, liegen alle einander zugeordneten Werte auf einer Linie, genauer gesagt auf einer Halbgeraden durch den Nullpunkt. Deshalb werden nur zwei Wertepaare für den Graph benötigt.

Bei einer **umgekehrt proportionalen** Zuordnung verhalten sich die einander zugeordneten Größen umgekehrt, d.h. dem 2- (3-, 4-, 5-, …) Fachen einer Größe wird der 2. (3., 4., 5., …) Teil der zugehörigen Größe des Wertebereichs zugeordnet. Es gilt die Beziehung „Je mehr … desto weniger …“ bzw. „Je weniger … desto mehr …“. Je mehr Maschinen zur Verfügung stehen, desto weniger Zeit braucht man bzw. je weniger Maschinen zur Verfügung stehen, desto mehr Zeit braucht man. Stellt man die umgekehrt proportionale Zuordnung im Gitternetz dar, liegen alle Werte auf einer zunächst steil fallenden und dann immer flacher werdenden Kurve (Hyperbel).

Die meisten Zuordnungen im Alltag sind weder proportional noch umgekehrt proportional. Man spricht dann von **nicht proportionalen** Zuordnungen, z.B. Alter und Gewicht eines Menschen, Einkommen und Lohnsteuer bzw. unterschiedliche Preise beim Kauf größerer Mengen einer Ware. Auch Zuordnungen, in die ein Grundbetrag eingearbeitet ist, z.B. eine Handygrundgebühr oder der Grundbetrag bei einem Mietwagen, zählen zu den nicht proportionalen Zuordnung, auch wenn der über die Grundgebühr hinausgehende zu zahlende Betrag proportional ansteigt.

Didaktisch-methodische Hinweise

Im Gegensatz zu den proportionalen Zuordnungen bereitet den Schülerinnen und Schülern der gegenläufige Schluss „Je mehr … desto weniger“, der in vielen Lebensbereichen (z.B. Arbeitszeit und Arbeiter, Weg und Geschwindigkeit oder Vorrat und Verbrauch) relevant ist, immer wieder Schwierigkeiten. Deshalb sollten bei der methodischen Einführung der funktionalen Abhängigkeit mit umgekehrtem Verhältnis den Lernenden entsprechende Lösungshilfen angeboten werden, z.B. Wertetabellen und graphische Darstellungen, um den Lernprozess in angemessener Weise zu unterstützen. Neben diesen operativen Darstellungsweisen sollte unbedingt auf eine intensive Verbalisierung der funktionalen Abhängigkeit geachtet werden, da nur so der mathematische Sachverhalt mit Leben gefüllt wird.

Lösung (M 1)

Foto: Colourbox

Die Flyer wollen verteilt werden.

Thomas möchte sein Taschengeld durch das Verteilen von Flyern aufbessern. In einer Stunde schafft er ungefähr 90 Flyer. Insgesamt soll er diesmal an einem Nachmittag 800 Flyer verteilen. Hat er sich zu vielvorgenommen?
Aufgaben dieser Art werden in der Mathematik als Zuordnungen bezeichnet. Eine Form der Zuordnung kennst du bereits, die **proportionale Zuordnung.**

Merke
Für eine **proportionale Zuordnung** gilt: „Je mehr … desto mehr …" Oder „Je weniger … desto weniger …" Das bedeutet: **Je mehr Flyer** zu verteilen sind, **desto länger** wird Thomas unterwegs sein. Beispiel: Muss er doppelt so viele Flyer verteilen, braucht er doppelt so viele Stunden.

Aufgabe 1

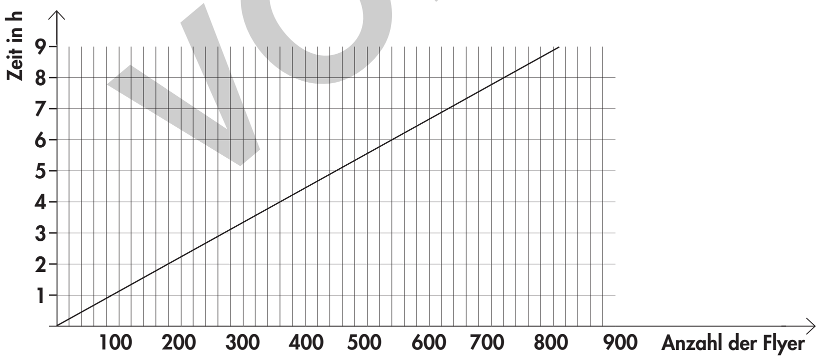
Wie viele Stunden benötigt Thomas für welche Anzahl von Flyern? Ergänze die fehlenden Angaben in der Wertetabelle. Hat Thomas sich zu viel zugemutet?

Anzahl der Flyer	90	180	270	360	450	540	630	720	810
Zeit in h	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Für 800 Flyer benötigt Thomas fast neun Stunden. Er schafft es also nicht an einem Nachmittag.

Aufgabe 2

a) *Trage die Werte aus der Tabelle in Aufgabe 1 in das untere Koordinatensystem ein.*
b) *Verbinde anschließend die eingezeichneten Punkte miteinander. So erhältst du den Graph dieser proportionalen Funktion. Beschreibe ihn.*



Hinweise

Im Rahmen des gemeinsamen Unterrichtsgesprächs sollte die besondere Form dieses Graphen noch einmal zusammenfassend wiederholt werden:
– Der Graph dieser proportionalen Zuordnung ist eine Linie, genauer gesagt eine Halbgerade.
– Der Graph einer proportionalen Zuordnung beginnt im Nullpunkt.

Ebenso kann die Frage der Lehrkraft: „Wie viele Wertepaare brauchst du, um diesen Graphen zeichnen zu können?" an dieser Stelle eindeutig geklärt werden: Da eine Grade durch zwei Punkte bestimmt wird und der Nullpunkt bereits festliegt, genügt ei[illegible] zeichnen zu können.

M 4 Zeige, was du kannst! – Aufgaben aus Abschlussprüfungen

Aufgabe 1

Eine kleine Ortschaft in Spanien mit 250 Haushalten hat ein Speicherbecken angelegt, um in Dürremonaten daraus Wasser entnehmen zu können. Das Becken umfasst 4,5 Millionen Liter.


Foto: Colourbox

Wie lange reicht das Wasser im Becken?

a) *Wie viele Liter Wasser stehen pro Haushalt im Becken zur Verfügung?*

b) *Wie viele Liter Wasser stehen jedem einzelnen Haushalt in Dürrezeiten täglich zur Verfügung, wenn mit Dürrezeiten von 30, 60, 90 oder 120 Tagen gerechnet werden muss? Ergänze die Tabelle.*

angenommene Dürretage	30	60	90	120
tägliche Wassermenge pro Haushalt in Liter				

c) *Trage die Wertepaare in ein Koordinatensystem ein und zeichne den zugehörigen Graphen. Y-Achse: 10 Tage ⇨ 1 cm / X-Achse: 100 Liter ⇨ 1 cm*

Aufgabe 2

Eine Firma nimmt täglich die Sicherung ihrer Computerdaten über Nacht vor. Bei einer durchschnittlich zu sichernden Datenmenge von 160 GB (Gigabyte) brauchen 11 gleichzeitig laufende Computer mit gleicher Leistungsfähigkeit 8 Stunden.

a) *Wegen Wartungsarbeiten steht 1 Computer nicht zur Verfügung. Wie lange dauert die Speicherung der Daten jetzt?*

Tipp Berechne erst einmal, wie lange 1 Computer braucht. Das machst du mit dem Dreisatz.

:11	11 Computer	8 Stunden	•11
	1 Computer		
	10 Computer		

b) Heute sind ausnahmsweise 140 GB an Daten zu sichern. Berechne, wie lange die Sicherung beim Einsatz von 11 Computern dauert.