

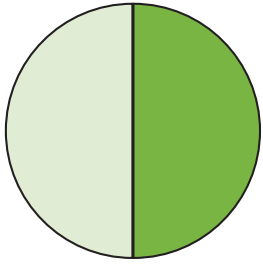
3 Bruchrechnen

3.1. Bruchteile

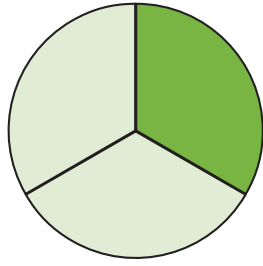
Bruchteile sind gleich große Teile von einem Ganzen.

Wird ein Ganzes in 2, 3, 4, 5, ... gleich große Teile zerlegt, erhält man Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel,

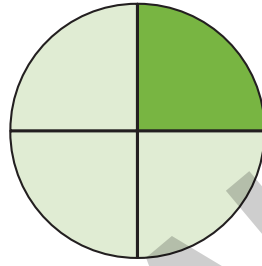
Dafür schreibt man $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ Das sind Brüche.



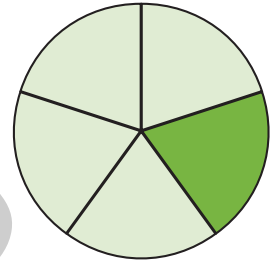
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{5}$$

Bruchstrich → $\frac{2}{3}$ ← **Zähler**
← **Nenner**

3.2. Nenner und Zähler

Nenner

Der **Nenner** sagt uns, in wie viele Teile das Ganze geteilt worden ist.

Bei dem Bruch $\frac{2}{3}$ ist der Nenner **3**, das bedeutet, das Ganze ist in **drei** Teile geteilt worden.

Der **Nenner** steht unter dem Bruchstrich.

3 Bruchrechnen

Erweitern mit 4

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

•4
↻
•4

Erweitern mit 3

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

•3
↻
•3

Kürzen

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Brüche können auch durch Kürzen gleichnamig gemacht werden.

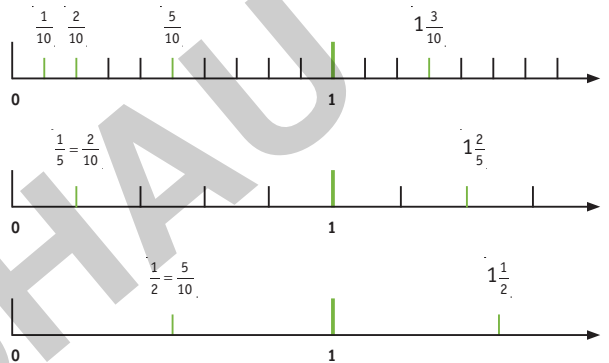
3.6. Darstellung von Brüchen am Zahlenstrahl

Auf einem Zahlenstrahl kann man jede natürliche Zahl und jeden Bruch einem Punkt zuordnen.



3 Bruchrechnen

Wenn man einen Bruch am Zahlenstrahl darstellen will, teilt man die Strecke zwischen zwei natürlichen Zahlen in so viele Teile, wie im Nenner stehen.



Je weiter rechts am Zahlenstrahl ein Bruch angeordnet ist, desto größer ist er.

$$\frac{1}{10} < \frac{2}{10}; \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2} < 1 < \frac{3}{10} < 1 \frac{2}{5} < 1 \frac{1}{2}$$

3.7. Addition und Subtraktion von Brüchen

Addition von gleichnamigen Brüchen

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

+

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

3 Bruchrechnen

Multiplikation von Brüchen mit ganzen Zahlen

Waldemar macht von Montag bis Freitag täglich eine $\frac{3}{4}$ Stunde Hausaufgaben.
Wie viele Stunden sind das in einer Woche?

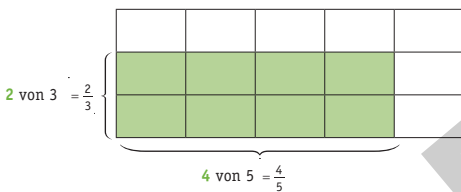
$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} \quad \text{oder}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Waldemar macht in den 5 Tagen $3\frac{3}{4}$ Stunden Hausaufgaben.

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den **Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert**.
Der Nenner wird beibehalten.

Multiplikation von Brüchen miteinander



Das ganze Rechteck besteht aus 15 Teilen, also $1 = \frac{15}{15}$.

Die grüne Teilfläche des Rechtecks ist wieder ein Rechteck, dessen eine Seite $\frac{2}{3}$ und dessen andere $\frac{4}{5}$ Einheiten lang ist. Es besteht aus 8 Teilen, also $\frac{8}{15}$.

Dieses Ergebnis muss auch bei der Berechnung der Fläche herauskommen.

Für das grüne Rechteck gilt also $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$

Ein Bruch wird mit einem Bruch multipliziert, indem man die **Zähler miteinander und die Nenner miteinander multipliziert**.

3 Bruchrechnen

$$\frac{\text{Zähler mal Zähler}}{\text{Nenner mal Nenner}}$$

$$\frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

Werden mehrere Brüche miteinander multipliziert, schreibt man sie auf einen langen Bruchstrich. Bevor man dann multipliziert, sollte man kürzen.

$$\frac{2 \cdot \cancel{8} \cdot 15}{5 \cdot 9 \cdot \cancel{24}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \cancel{15}}{\cancel{5} \cdot 9 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \cancel{3}}{1 \cdot 9 \cdot \cancel{3}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 9 \cdot 1} = \frac{2}{9}$$

Wichtig: Man kann immer nur **eine Zahl** aus dem **Zähler mit einer Zahl** aus dem **Nenner** gleichzeitig kürzen. Anschließend kann man weiter kürzen – auch mit schon gekürzten Zahlen. Die Zahlen, die man kürzt, streicht man durch.