

Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort	5
2. Methodisch-didaktische Hinweise	5
2.1 Stolpersteine bei Wurzeln und Potenzen	5
2.2 Kompetenzerwartungen	7
2.3 Anregungen zum Einstieg in das Thema	8
2.4 Durch Kooperation Inklusion ermöglichen	8
2.5 Erläuterung der Kopiervorlagen	10



Kopiervorlagen

Wurzeln

Was sind Quadratwurzeln?	11
Was sind Quadratwurzeln?	12
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 1	13
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 2	14
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 3	15
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 1	16
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 2	17
Übungen zur Quadratwurzelberechnung 3	18
Einschachteln	19
Heron-Verfahren	20
Heron-Verfahren	21
Quadrieren einer Quadratwurzel 1	22
Quadrieren einer Quadratwurzel 2	23
Quadrieren einer Quadratwurzel 1	24
Quadrieren einer Quadratwurzel 2	25
Wurzelgesetz für die Multiplikation 1	26
Wurzelgesetz für die Multiplikation 2	27
Wurzelgesetz für die Multiplikation 1	28
Wurzelgesetz für die Multiplikation 2	29
Wurzelgesetz für die Division 1	30
Wurzelgesetz für die Division 2	31
Wurzelgesetz für die Division 1	32
Wurzelgesetz für die Division 2	33
Wurzelgesetz zum teilweisen Wurzelziehen	34
Wurzelgesetz zum teilweisen Wurzelziehen 1	35
Wurzelgesetz zum teilweisen Wurzelziehen 2	36
Die einschränkende Bedingung	37
Vermischte Übungen zu den Wurzelgesetzen 1	38
Vermischte Übungen zu den Wurzelgesetzen 2	39
Vermischte Übungen zu den Wurzelgesetzen 1	40
Vermischte Übungen zu den Wurzelgesetzen 2	41
Distributivgesetz und Wurzelterme 1	42
Distributivgesetz und Wurzelterme 2	43
Distributivgesetz und Wurzelterme 1	44
Distributivgesetz und Wurzelterme 2	45

Binomische Formeln und Wurzelterme 1	46
Binomische Formeln und Wurzelterme 2	47
Binomische Formeln und Wurzelterme 1	48
Binomische Formeln und Wurzelterme 2	49
Lernzielkontrolle	50
Lernzielkontrolle 1	51
Lernzielkontrolle 2	52
Wurzelmemory 1	53
Wurzelmemory 2	54



Potenzen

Allgemeines zu Potenzen

Was sind Potenzen?	55
Was sind Potenzen?	56
Potenzen berechnen 1	57
Potenzen berechnen 2	58
Potenzen berechnen 1	59
Potenzen berechnen 2	60
Wissenschaftliche Schreibweise von Potenzen mit natürlichen Exponenten	61
Scientific Notation – Wissenschaftliche Schreibweise von Potenzen mit natürlichen Exponenten	62



Potenzgesetze für natürliche Exponenten

Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichen Exponenten	63
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichen Exponenten	64
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichen Exponenten	65
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichen Exponenten	66
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleichen natürlichen Exponenten	67
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleichen natürlichen Exponenten	68
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleichen natürlichen Exponenten	69
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleichen natürlichen Exponenten	70
Potenzgesetz für das Potenzieren einer Potenz mit natürlichen Exponenten	71
Potenzgesetz für das Potenzieren einer Potenz mit natürlichen Exponenten	72
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen für Potenzen mit natürlichen Exponenten	73
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen für Potenzen mit natürlichen Exponenten	74

Inhaltsverzeichnis



Potenzgesetze für ganzzahlige Exponenten

Definition von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	75
Definition von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	76
Berechnung von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	77
Berechnung von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	78
Wissenschaftliche Schreibweise von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	79
Scientific Notation – Wissenschaftliche Schreibweise von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	80
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und ganzzahligen Exponenten	81
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und ganzzahligen Exponenten	82
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis und ganzzahligen Exponenten	83
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis und ganzzahligen Exponenten	84
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleichen ganzzahligen Exponenten	85
Potenzgesetz für die Multiplikation von Potenzen mit gleichen ganzzahligen Exponenten	86
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleichen ganzzahligen Exponenten	87
Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleichen ganzzahligen Exponenten	88
Potenzgesetz für das Potenzieren einer Potenz mit ganzzahligen Exponenten	89
Potenzgesetz für das Potenzieren einer Potenz mit ganzzahligen Exponenten	90
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	91
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	92



Potenzgesetze für rationale Exponenten

Kubikwurzel bzw. 3. Wurzel	93
Kubikwurzel bzw. 3. Wurzel	94
n-te Wurzel	95
n-te Wurzel	96
Definition von Potenzen mit rationalen Exponenten	97
Definition von Potenzen mit rationalen Exponenten	98
Berechnung von Potenzen mit rationalen Exponenten ...	99
Berechnung von Potenzen mit rationalen Exponenten ...	100
Potenzgesetze für die Multiplikation und das Potenzieren von Potenzen mit rationalen Exponenten ...	101
Potenzgesetze für die Multiplikation und das Potenzieren von Potenzen mit rationalen Exponenten ...	102
Potenzgesetze für die Division von Potenzen mit rationalen Exponenten	103
Potenzgesetze für die Division von Potenzen mit rationalen Exponenten	104
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen	105
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen 1	106
Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen 2	107
Lernzielkontrolle	108
Lernzielkontrolle 1	109
Lernzielkontrolle 2	110
Potenzmemory 1	111
Potenzmemory 2	112

Grau unterlegte Arbeitsblätter im Inhaltsverzeichnis sind die Arbeitsblätter für die Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf.

Zusatzmaterial: Lösungen im PDF-Format



Was sind Quadratwurzeln?



Info

Die Quadratwurzel (kurz: Wurzel) aus einer positiven Zahl a ist diejenige positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert die Zahl a ergibt.

Das Wurzelziehen ist die Gegenrechnung zum Quadrieren.

$$\begin{array}{c} \text{Quadrieren} \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \sqrt{25} = 5, \text{ denn } 5^2 = 25 \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \\ \text{Wurzelziehen} \end{array}$$

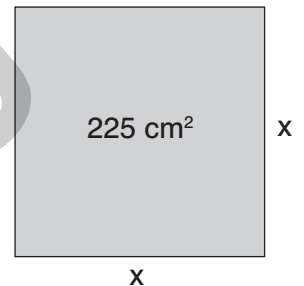
$$\text{allgemein: } \sqrt{a \cdot a} = \sqrt{a^2} = a$$

Bezeichnung:

$$\text{Wurzel} \rightarrow \sqrt{25} \leftarrow \text{Radikand}$$

1 Berechne.

Eine Wandfliese hat einen Flächeninhalt von 225 cm^2 . Wie lang ist eine Seitenlänge x ? Erinnerung: die Flächeninhaltsformel für das Quadrat und löse die Aufgabe durch Probieren.



2 Ergänze die Tabellen.

Zahl x		2		4		6		8		10
Quadratzahl x^2	1		9		25		49		81	

Zahl x		12		14		16		18		20
Quadratzahl x^2	121		169		225		289		361	

Tip: Lerne die Tabelle am besten auswendig!

3 Schreibe als Wurzel.

a) $2 = \sqrt{\square} = \sqrt{\square}$ b) $3 = \sqrt{\square} = \sqrt{\square}$ c) $18 = \sqrt{\square} = \sqrt{\square}$

Beispiel:

$$5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$$

4 Bestimme die Quadratwurzel. Begründe dein Ergebnis.

a) $\sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$, denn $\underline{\hspace{2cm}}$

b) $\sqrt{25} = \underline{\hspace{2cm}}$, denn $\underline{\hspace{2cm}}$

c) $\sqrt{64} = \underline{\hspace{2cm}}$, denn $\underline{\hspace{2cm}}$

d) $\sqrt{0} = \underline{\hspace{2cm}}$, denn $\underline{\hspace{2cm}}$

Beispiel:

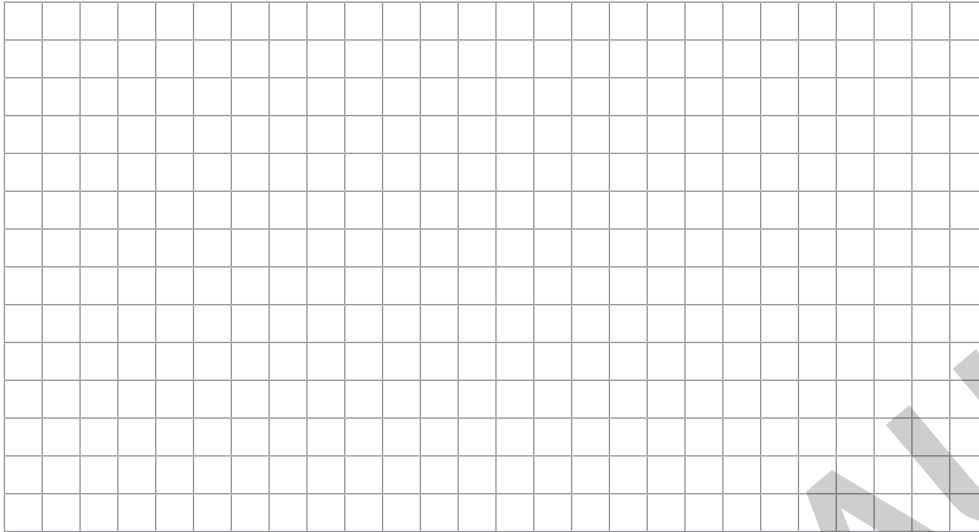
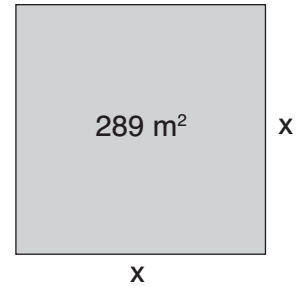
$$\begin{array}{l} \sqrt{4} = 2, \text{ denn} \\ 2 \cdot 2 = 2^2 = 4 \end{array}$$





Was sind Quadratwurzeln?

- 1 Das abgebildete quadratförmige Grundstück hat einen Flächeninhalt von 289 m^2 . Wie lang ist eine Seitenlänge x ? Erwinnere dich an die Flächeninhaltsformel für das Quadrat und löse die Aufgabe durch Probieren.



Info

In der obigen Aufgabe muss aus 289 cm^2 die Quadratwurzel gezogen werden.

Abkürzend schreibt man dafür: $\sqrt{289 \text{ cm}^2}$.

Was genau ist eine **Quadratwurzel**? Unter der Quadratwurzel aus einer Zahl a versteht man diejenige nichtnegative Zahl, deren Quadrat a ergibt. Also $\sqrt{a^2} = a$.

Die Zahl unter dem Wurzelzeichen wird als **Radikand** bezeichnet.

Das Ermitteln der Quadratwurzel heißt **Wurzelziehen**.



- 2 Bestimme die Quadratwurzel.

a) $\sqrt{4} = \underline{\quad}$ b) $\sqrt{25} = \underline{\quad}$ c) $\sqrt{100} = \underline{\quad}$ d) $\sqrt{64} = \underline{\quad}$

e) $\sqrt{0} = \underline{\quad}$ f) $\sqrt{-25} = \underline{\quad}$ g) $\sqrt{400} = \underline{\quad}$ h) $\sqrt{1} = \underline{\quad}$

- 3 Schreibe als Wurzel.

a) $6 = \sqrt{\underline{\quad}}$ b) $9 = \sqrt{\underline{\quad}}$ c) $12 = \sqrt{\underline{\quad}}$ d) $1 = \sqrt{\underline{\quad}}$

e) $625 = \sqrt{\underline{\quad}}$ f) $4 = \sqrt{\underline{\quad}}$ g) $11 = \sqrt{\underline{\quad}}$ h) $225 = \sqrt{\underline{\quad}}$



Vermischte Übungen zu den Wurzelgesetzen 1

1 ▶ Verbinde.

$\sqrt{2,25}$

$\sqrt{1,21}$

$\sqrt{0,0324}$

$\sqrt{0,04}$

$\sqrt{2,89}$

$\sqrt{0,0169}$

$\sqrt{4,41}$

1,1

0,2

0,18

1,7

2,1

1,5

0,13

2 ▶ Schreibe die Zahlen als Quadratwurzel.

a) $6 =$ _____

b) $9 =$ _____

c) $12 =$ _____

d) $\frac{2}{3} =$ _____

e) $0,9 =$ _____

Beispiel:

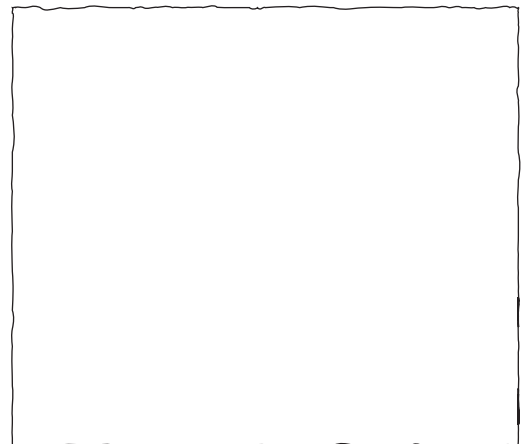
$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$

Denke daran:

Wandle Kommazahlen erst in Brüche um.

3 ▶ Löse die Aufgabe. Fertige eine Skizze an.

Ein quadratisches Grundstück ist 576 m^2 groß. Es soll mit einem Zaun umgeben werden, wobei auf der Vorderseite ein 3 m breites Tor auf das Grundstück gelassen werden soll. Wie viel m Zaun wird benötigt?



4 ▶ Löse die Aufgaben.

a) $x^2 = 361$

$x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____

b) $b^2 = 2,25$

$b_1 =$ _____

$b_2 =$ _____

c) $a^2 = -36$

$a_1 =$ _____

$a_2 =$ _____



Wurzelmemory 1

Schneidet die Karten aus, mischt sie und legt sie mit den Termen nach unten auf den Tisch. Ein Schüler beginnt und dreht zwei Karten um. Haben diese denselben Wert, darf er sie behalten und zwei neue Karten umdrehen. Gehören die Karten nicht zusammen, ist der nächste Schüler an der Reihe usw. Das Spiel ist fertig, wenn alle Karten verteilt sind. Der Spieler, der die meisten Karten hat, hat gewonnen. Um die Schwierigkeit zu erhöhen, kann das Spiel mit den Karten von Wurzelmemory Nr. 2 vermischt werden.

$\sqrt{81}$	9	$\sqrt{16}$	4
$\sqrt{36}$	6	$(\sqrt{5})^2$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{\sqrt{81}}$	3	$\sqrt{8}$	$\sqrt{\sqrt{64}}$
$(\sqrt{8})^2$	$\sqrt{64}$	8	$\sqrt{(-8)^2}$
$(\sqrt{2})^2$	2	$-\sqrt{81}$	-9

3

Potenzgesetz für die Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichen Exponenten

1 Berechne und vergleiche die Ergebnisse.

a) $2^4 - 2^2 = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$

b) $4^2 - 4^1 = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$2^4 : 2^2 = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$4^2 : 4^1 = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$2^2 = \underline{\quad}$

$4^1 = \underline{\quad}$

Was fällt dir auf? _____

2 Setze ein: Exponenten, Grundzahl, subtrahiert, bleibt gleich

Regel:

Bei der Division von Potenzen mit gleicher Basis (_____)

und verschiedenen _____ (Hochzahlen) gilt: Die Basis

_____, die Exponenten werden _____.

allgemein: $a^m : a^n = a^{m-n}$

3 Wende die Regel an.

a) $4^5 : 4^2$

b) $10^9 : 10^6$

c) $7^3 : 7$

d) $\frac{(-5)^8}{(-5)^5}$

4 Fülle die Lücken aus.

a) $2^5 = 2^9 : \underline{\quad}$

b) $(-3)^2 = (-3)^5 : \underline{\quad}$

c) $x^2 = \underline{\quad} : x^1$

d) $(2 \cdot y^3) = \underline{\quad} : (2 \cdot y^1)$

5 Schreibe die Potenz als Quotient. Gib zwei Möglichkeiten an.

a) $(-1)^3 = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad} : \underline{\quad}$

b) $2^4 = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad} : \underline{\quad}$

c) $0,5^2 = \underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad} : \underline{\quad}$

Beispiel:

$$3^2 = 3^3 : 3^1 = 3^4 : 5^2$$

$$= 3^5 : 3^3 = \dots$$





Berechnung von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten



Info

Wenn die Hochzahl negativ ist, kannst du den Term auch als Bruch schreiben.

Beispiel: $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

allgemein: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

andersherum gilt auch

Beispiel: $\frac{1}{2^{-2}} = 2^2$

allgemein: $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$

Die Grundzahl darf nicht 0 sein, da man sonst durch 0 teilen müsste und das ist nicht erlaubt.

1 ▶ **Schreibe als Bruch und berechne mit dem Taschenrechner. Runde auf 3 Stellen nach dem Komma.**

a) $4^{-3} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

b) $(-4)^{-3} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

c) $7^{-2} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

d) $(-7)^{-2} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

2 ▶ **Fülle die Lücken aus.**

a) $2^{-5} = \frac{1}{2^{\square}}$

b) $(-2)^{-4} = \frac{\square}{(-2)^4}$

c) $3^{-4} = \frac{1}{\square^4}$

3 ▶ **Berechne die Potenzen ohne Taschenrechner.**

a)	2^{-5}	2^{-4}	2^{-3}	2^{-2}	2^{-1}	2^0

b)	5^{-5}	5^{-4}	5^{-3}	5^{-2}	5^{-1}	5^0

4 ▶ **Setze ein: >, < oder =.**

a) $3^3 \underline{\hspace{1cm}} 3^{-3}$

b) $(-3)^3 \underline{\hspace{1cm}} -3^3$

c) $3^{-3} \underline{\hspace{1cm}} (-3)^{-3}$

d) $5^2 \underline{\hspace{1cm}} (-5)^2$

5 ▶ **Schreibe ohne negative Hochzahl und berechne.**

a) $4^{-3} + 8^{-2}$

b) $9 \cdot 3^{-5}$

c) $2^{-7} \cdot 4^3$