

Inhalt

	<u>Seite</u>
Vorwort	4
1 Einführung – Wachstum in Märchen und wahren Begebenheiten (Blatt 1-4)	5 - 8
2 Gleichmäßiges Wachstum	9 - 16
2.1 Rapunzels Haare (Blatt 1-3)	9 - 11
2.2 Verallgemeinerung und Übungen (Blatt 1-5)	
Lineares Wachstum	12
Vergleich verschiedener Diagramme	13
Sparen mit Sparschwein	14
Ein Experiment	15
Rätselschnecke – Zahlenrätsel	16
3 Zunehmendes Wachstum	17 - 27
3.1 Der Wettstreit um die Prinzessin	17
3.2 Das Diamantenbäumchen (Blatt 1-2)	18 - 19
3.3 Der schlaue Bauer	20
3.4 „Geht“ Hefeteig gleichmäßig?	21
3.5 Verallgemeinerung und Übungen (Blatt 1-5)	
Zunehmendes Wachstum: Wettlauf der Zweien	22
Vermehrung von Hefezellen	23
Algenplage	24
Für Sparfüchse – Wenn Geld wächst	25
Zahlenrätsel	26
3.6 Die Legende von der Erfindung des Schachspiels	27
4 Fachübergreifende Themen	28 - 35
4.1 Von Bakterien und Viren (Blatt 1-3)	28 - 30
4.2 Wirrwarr der Begriffe in der Corona-Pandemie	31
4.3 Kenngrößen zur Beschreibung einer Pandemie (Blatt 1-4)	
Mathematische Kenngrößen	32
Aufgabe zur Reproduktionszahl	33
Diagramm zur Anzahl der Infizierten	34
Bestimmung der Sieben-Tage-Inzidenz	35
5 Lösungen	36 - 44

Vorwort

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

Wachstum gehört zu den elementaren und bedeutsamen Prozessen in der unbelebten, besonders aber in der belebten Natur. Üppiges Wachstum fasziniert, wird in Märchen und Legenden beschrieben. So sind die ersten Seiten in diesem Heft auch dem märchenhaften Wachstum gewidmet. Ob im Märchen oder in der Realität – die Mathematik hat sich der Aufgabe angenommen, Wachstumsprozesse – ob erwünscht oder unerwünscht – mit Modellen zu beschreiben und die Wachstumsgrößen zu berechnen.

Ausgehend von „Rapunzels“ Haaren wird zunächst das gleichmäßige Wachstum eingeführt und nach weiteren Beispielen für die Zunahme von Geldbeträgen im Sparschwein und Zahlenrätseln mit inhaltlich arithmetischen Zahlenfolgen dann exakt als lineares Wachstum definiert.

Während die Vermehrung der Blüten des Diamantenbäumchens recht märchenhaft dargestellt wird, verbirgt sich doch hinter der Geschichte vom schlauen reichen Bauern, der dem armen Bauern Weizen mit der Forderung von Zinsleistung in Form von Naturalien verleiht, das Wachstum von Kapital im modernen Bankwesen.

Auch die Vermehrung von Hefezellen und Algen erfolgt – anders als bei linearem Wachstum – stark zunehmend, wie den Schülern der Sekundarstufe 1 anhand der Aufgaben, Wertetabellen auszufüllen sowie Diagramme zu ergänzen, gut verständlich gemacht werden soll. Die erst in der Sekundarstufe 2 exakt ausgewiesene Definition der Exponentialfunktion kann in diesem Band nur inhaltlich vorbereitet werden. Das Verständnis dafür, dass dieses stark zunehmende Wachstum lineares Wachstum „überholt“, ist Anliegen des vorliegenden Materials.

Als eindrucksvolles klassisches Beispiel für exponentielles Wachstum wird den Schülern die Legende von der Erfindung des Schachspiels vorgestellt, denn so, wie die Anzahl der Reiskörner auf dem Schachbrett zunimmt, vermehren sich auch Bakterien und Viren.

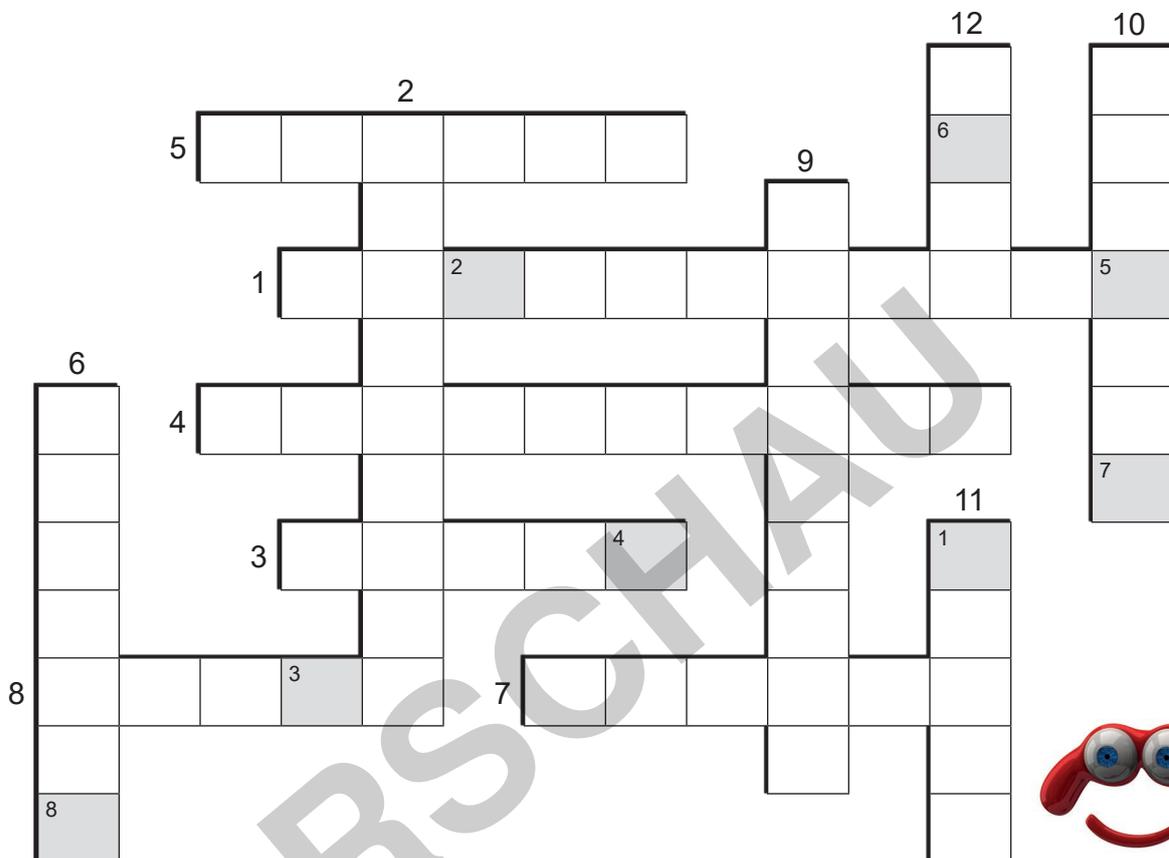
Dieser Sachverhalt bietet einen guten aktuellen und fachübergreifenden Bezug zur Corona-Pandemie. Die Begriffe Sieben-Tage-Inzidenz und R-Faktor werden als Größen zur Beschreibung der Ausbreitung der Pandemie erklärt und einfache Aufgabenbeispiele zum Umgang mit diesen Größen angeboten. Rätsel zu Begriffen rund um die Pandemie runden dieses fachübergreifende Kapitel ab.

Mit dem Ziel, den Schülern zu vermitteln, dass Mathematik interessant und praxisbezogen sein kann, wünschen wir Erfolg beim Arbeiten mit diesem Material.

Das Team des Kohl-Verlages und

Barbara Theuer

Aufgabe 5: Auch in der wirklichen Welt gibt es Wachstum. Dazu sind Begriffe gesucht. Trage die Antworten passend in das Rätselgitter ein. Das Lösungswort ergibt sich aus den Buchstaben der markierten Felder.



Fragen:

1. Der (...) verursacht ein Anwachsen des Meeresspiegels.
2. Die Erwärmung der (...) führt zu einem verstärkten Algenwachstum.
3. Beim Beschleunigen nimmt das (...) eines „Formel-1-Rennwagens“ stark zu.
4. Die Höhe der Flüssigkeitssäule bei einem Thermometer wächst mit steigender (...).
5. Bei einer rollenden (...) wachsen deren Masse und Geschwindigkeit.
6. Ein anderes Wort für Wachstum ist (...).
7. Wenn etwa gleichmäßig wächst, bezeichnet man das Wachstum auch als (...).
8. Die (...) des Menschen wachsen durchschnittlich in 10 Tagen um 3 mm.
9. Mikroskopisch kleine, meist einzellige Lebewesen werden als (...) bezeichnet.
10. Bakterien vermehren sich durch (...).
11. (...) sind keine Lebewesen; sie können sich nur in Wirtszellen vermehren.
12. Wenn man ein 0,1 mm starkes Blatt Papier fiktiv 42-mal faltet, ist das gefaltete Papier mindestens so dick, dass es den Abstand von der Erde bis zum (...) ausfüllt.



1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

3 Zunehmendes Wachstum

3.6 Die Legende von der Erfindung des Schachspiels

Der indische Herrscher Shihram unterdrückte seine Untertanen und stürzte sein Land in Not und Elend. Um dem König möglichst sanft dessen Schwächen nahe zu bringen, schuf der weise Brahmane Sissa das Schachspiel, in dem der König als Hauptfigur ohne Hilfe der anderen Figuren und Bauern nichts ausrichten kann. Das Schachspielen veränderte den König mit der Zeit zum Guten und er ließ das Spiel im Land verbreiten. Nun wollte er sich bei Sissa bedanken; dieser sollte einen Wunsch frei haben. Der Brahmane wünschte sich nun alle Weizenkörner auf einem Schachbrett, wenn man diese so hinlegt:

Auf dem 1. Feld sollte 1 Korn liegen, auf dem 2. Feld 2 Körner, auf dem 3. Feld 4 Körner etc. Auf jedem weiteren Feld liegen immer doppelt so viele Körner wie auf dem davor.

Der König lachte und war zugleich wütend über die Bescheidenheit des Brahmanen. Als sich der König nach dem Stand der Dinge erkundigte, erfuhr er, dass die Rechenmeister immer noch beschäftigt waren. Nach mehreren Tagen erfuhr er dann, dass es in seinem ganzen Reich nicht genug Weizen gab, um den Wunsch zu erfüllen.

Auf allen Feldern eines Schachbretts zusammen wären es $2^{64} - 1$ oder **18.446.744.073.709.551.615** (\approx 18,45 Trillionen) Weizenkörner.

Was sollte man tun? Vielleicht den schlaunen Sissa seine Körner selbst nachzählen lassen?

- Aufgabe 1:** a) *Besorge dir ein Schachbrett, Reiskörner und eine Pinzette. Lege nach Sissas Vorschrift Reiskörner auf die ersten 5 Felder des Schachbretts.*



- b) *Berechne dann die Summe aller Reiskörner, die auf den ersten 10 Feldern liegen.*



4

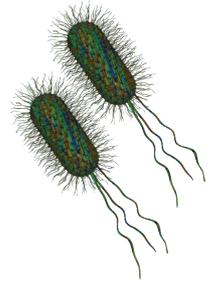
Fachübergreifende Themen

4.1 Von Bakterien und Viren (Blatt 2)

Das Wachstum einer Bakterienkultur wird in einem Labor experimentell untersucht. Hierzu wird die Anzahl der Bakterien pro Milliliter (= ml) Nährlösung stündlich ausgezählt.

Man erhält folgendes Messprotokoll:

Zeit in Stunden	0	1	2	3	4	5
Anzahl Bakterien	200	450	1012		5126	11.533



Aufgabe 2: a) Markiere die entsprechenden Paare (Zeit; Anzahl Bakterien) als Punkte im Diagramm auf dem passenden Graphen.

