

III.48

Form und Raum

Volumen- und Oberflächenberechnung von Quadern und Würfeln – Verschönerung der Schule

Tatjana Mast

Illustrationen von Julia Lenzmann und Sellig



© kali9/iStock/Getty Images Plus

Wie viel Sand brauche ich für den Sandkasten? Wie viel Wasser werden für das Aquarium benötigt? Die Antworten auf diese und andere Fragen lernen Ihre Schülerinnen und Schüler in dieser lehrplanrelevanten Einheit zum Thema der Berechnung des Volumens und der Oberfläche von Würfeln und Quadern. Vermitteln Sie den Lernstoff anschaulich anhand von Aufgaben mit Lebensweltbezug. Mit dreifach differenzierten Aufgaben und Stationenarbeit fördern Sie die Selbstständigkeit der Lernenden.

KOMPETENZPROFIL

| | |
|----------------------|---|
| Klassenstufe: | 5/6 |
| Dauer: | 9 Stunden |
| Inhalt: | Volumenberechnung von Quadern und Würfeln, Oberflächenberechnung von Quadern und Würfeln, Volumenberechnung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern |
| Kompetenzen: | mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mathematisch kommunizieren (K6) |

Auf einen Blick

Gl = Grundlagen, Lek = Lernerfolgskontrolle, Sd = Selbstdiagnose, Te = Themeneinstieg, Üb = Übung, Wh = Wiederholung, St = Stationenlernen

1. Stunde

Thema: Erarbeitung der Volumenberechnung von Quadern

M 1 (Te, Gl) Volumen von Quadern und Würfeln bestimmen

Benötigt:

- würfelförmige Gegenstände in einer Größe (Bauklötze, Einerwürfel ...)
- quaderförmiger Gegenstand

2. Stunde

Thema: Volumenberechnung von Quadern und Würfeln

M 2 (Üb) Übungen zur Volumenberechnung

3. Stunde

Thema: Erarbeitung der Oberflächenbestimmung von Quadern

M 3 (Gl) Oberfläche von Quadern und Würfeln bestimmen

Benötigt:

- Quader (zum Beispiel ein Karton), der sich zu einem Netz abwickeln lässt

4./5. Stunde

Thema: Volumen- und Oberflächenberechnung von Quadern und Würfeln

M 4 (Üb) Übungen zur Oberflächenberechnung

M 5 (Üb) Übungen zur Volumen- und Oberflächenberechnung

6. Stunde

Thema: Zusammengesetzte Körper

M 6 (Üb) Volumen von zusammengesetzten Quadern

7./8. Stunde

Thema: Anwendungsaufgaben: Volumen- und Oberflächenberechnung

M 7 (St) Stationenarbeit: Verschönerung der Kepler-Schule

Benötigt:

- 2 unterschiedlich große quaderförmige Kisten (fakultativ für Station 1)
- Zollstock (fakultativ für Station 1)
- gleich große Gegenstände wie Bauklötze, Notizboxen, Schwämme ... (fakultativ für Station 1)

- quaderförmige Kiste (fakultativ für Station 2)
- Papier (fakultativ für Station 2)
- Legosteine (fakultativ für Station 2)
- kariertes oder weißes DIN-A4-Blatt (für Station 3 und eventuell Station 2)
- Schere (für Station 3 und eventuell Station 2)
- Kleber (für Station 3 und eventuell Station 2)
- Murmeln (fakultativ für Station 3)

9. Stunde

Thema: Wiederholung der gesamten Einheit

M 8 (Lek) Teste dich selbst

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Dann überspringen Sie M 5 und kürzen die Stationenarbeit. Selbstverständlich sparen Sie auch Zeit, wenn die Schülerinnen und Schüler bei M 1, M 3 sowie den Stationen 1 und 2 ohne Material arbeiten.

Erklärung zu den Symbolen

| | | |
|---|--|---|
|  | Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird. | |
|  |  |  |
| einfaches Niveau | mittleres Niveau | schwieriges Niveau |
|  | Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben. | |
|  | Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten. | |
|  | Dieses Symbol markiert Gruppenarbeit. | |
|  | Dieses Symbol markiert Wichtiges und Merksätze. | |
|  | Dieses Symbol markiert Tipps. | |

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

M 2 Übungen zur Volumenberechnung

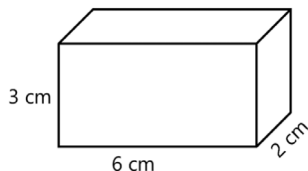
Übe nun das Volumen der verschiedenen Quader und Würfel zu berechnen.



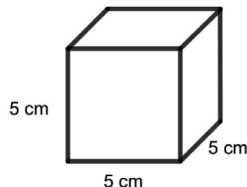
Aufgabe 1

Berechne das Volumen der Quader.

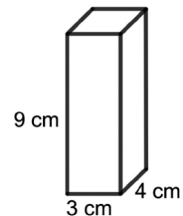
a)



b)



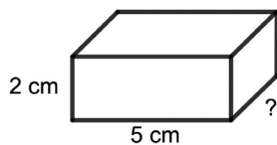
c)



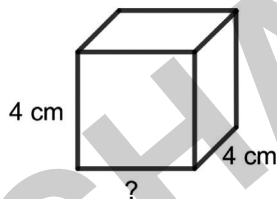
Aufgabe 2

Berechne nun die gesuchte Seitenlänge.

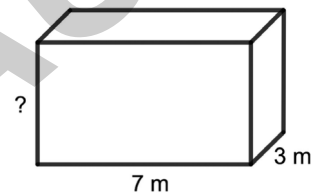
a) Volumen = 40 cm^3



b) Volumen = 64 cm^3



c) Volumen = 84 m^3



Aufgabe 3

Berechne jeweils den gesuchten Wert.

| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|----------|-------|-------|-------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| Länge a | 10 cm | 4 m | 3 cm | | 5 cm | 80 cm |
| Breite b | 3 cm | 25 cm | 5 cm | 1 m | | 7 dm |
| Höhe c | 4 cm | 1 dm | | 2 cm | 6 mm | |
| Volumen | | | 60 cm^3 | $1\,000 \text{ cm}^3$ | $2\,700 \text{ mm}^3$ | $33\,600 \text{ cm}^3$ |



Tipp

Wandle bei verschiedenen Längeneinheiten zuerst alle Längen in eine gemeinsame Einheit **um**. **Berechne** erst dann das Volumen bzw. die fehlende Länge.

Übungen zur Volumen- und Oberflächenberechnung

M 5

Hier kannst du zeigen, ob du schon ein Profi bist.

Aufgabe 1

Berechne jeweils den gesuchten Wert in cm/cm^3 und male das entsprechende Feld an.

| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|----------|------|------|--------|-------|-----------------|-----------------------|
| Länge a | 8 cm | 4 cm | 5 cm | 30 mm | | 50 cm |
| Breite b | 3 cm | 4 cm | 2 cm | 6 cm | 3 m | 3 m |
| Höhe c | 2 cm | 4 cm | 1,5 cm | 40 mm | 4 m | |
| Volumen | | | | | 84 m^3 | 900 000 cm^3 |

Aufgabe 2

Berechne jeweils den gesuchten Wert in cm/cm^2 und male das entsprechende Feld an.

| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|------------|------|------|------|--------|--------|------------------|
| Länge a | 2 cm | 5 cm | 4 cm | 3 cm | 0,04 m | |
| Breite b | 4 cm | 3 cm | 4 cm | 0,5 dm | 1,5 dm | 3 cm |
| Höhe c | 1 cm | 3 cm | 4 cm | 6 cm | 9 cm | 4 cm |
| Oberfläche | | | | | | 52 cm^2 |

Rätselbild zu Aufgabe 1 und 2

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 90 | 56 | 36 | 96 | 50 | 712 | 258 |
| 4 | 820 | 15 | 240 | 64 | 20 | 9 |
| 520 | 78 | 10 | 8 | 364 | 28 | 344 |
| 18 | 700 | 120 | 652 | 16 | 126 | 148 |
| 100 | 462 | 48 | 2 | 60 | 72 | 1 |

Tipp

- **Wandle** bei verschiedenen Längeneinheiten zuerst alle Längen in eine gemeinsame Einheit **um**.
- Ein Würfel hat sechs quadratförmige Seitenflächen mit gleich langen Seiten. Hier kannst du die Oberfläche schneller berechnen.

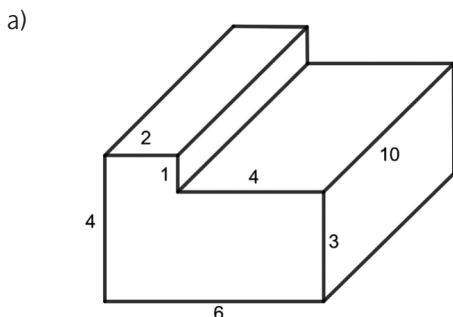


M 6 Volumen von zusammengesetzten Quadern

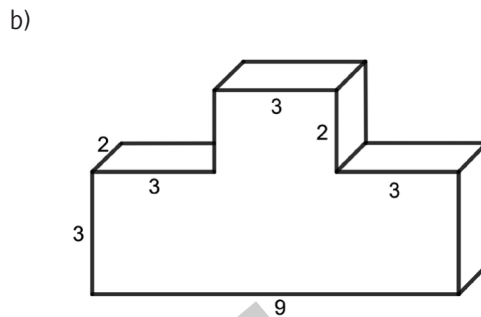
So geht's:

Berechne das Volumen der zusammengesetzten Quader.

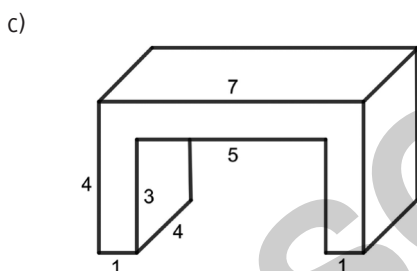
Die Buchstaben unter der richtigen Lösung ergeben ein Lösungswort.



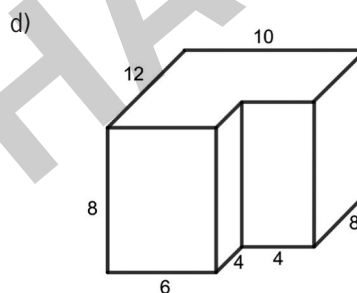
| | | |
|-----|-----|-----|
| 100 | 200 | 180 |
| S | T | M |



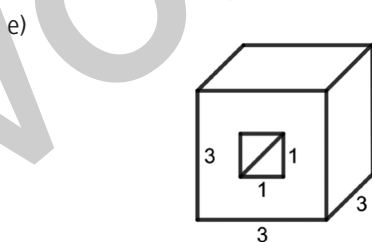
| | | |
|----|----|----|
| 66 | 84 | 72 |
| H | A | E |



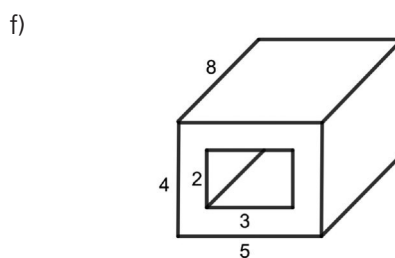
| | | |
|----|----|----|
| 48 | 52 | 56 |
| R | A | G |



| | | |
|-----|-----|-----|
| 832 | 156 | 568 |
| L | E | N |



| | | |
|----|----|----|
| 24 | 56 | 18 |
| E | T | O |



| | | |
|-----|-----|-----|
| 100 | 124 | 112 |
| R | N | S |

Das Lösungswort lautet: _____

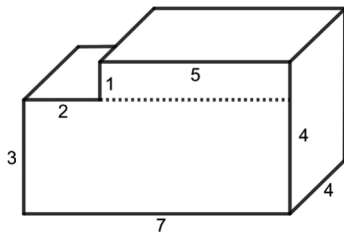
Tipp-Karten

Tipp 1

Wie berechnet man das Volumen von zusammengesetzten Körpern?

Teile den zusammengesetzten Körper in einzelne Quader.

Berechne dann die einzelnen Quader. Die Summe der einzelnen Quader ergibt das Volumen des gesamten Körpers.



Beispiel:

Berechne den oberen Quader:

$$V_1 = 1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$$

Berechne den unteren Quader:

$$V_2 = 3 \cdot 7 \cdot 4 = 84$$

Berechne nun die Summe der einzelnen Quader:

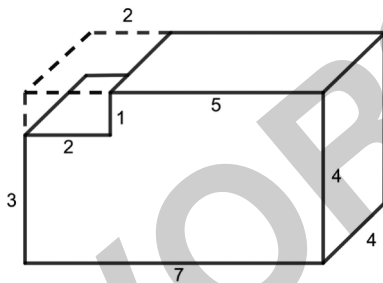
$$20 + 84 = 104$$

Tipp 2

Wie berechnet man das Volumen eines Quaders, aus dem ein kleinerer Quader herausgeschnitten ist?

Hier ist ein kleiner Quader aus einem großen Quader geschnitten.

Berechne zunächst den großen und den kleinen Quader. Ziehe nun das Volumen des kleinen Quaders vom großen Quader ab.



Beispiel:

Berechne den großen Quader:

$$V_1 = 7 \cdot 4 \cdot 4 = 112$$

Berechne den kleineren Quader:

$$V_2 = 2 \cdot 1 \cdot 4 = 8$$

Ziehe nun den kleinen vom großen Quader ab:

$$112 - 8 = 104$$

Stationenarbeit: Verschönerung der Kepler-Schule

M 7

Die Kepler-Schule möchte die Räume verschönern und attraktiver gestalten. Hilf den Schülerinnen und Schülern bei der Renovierung.

Station 1 (mit Material): Aufbewahrungskisten

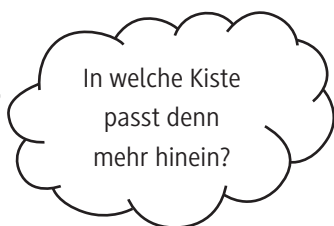
Die Klasse 6b will Ordnung schaffen und kleinere Gegenstände in eine Kiste packen. Hierzu gibt es zwei Kisten zur Auswahl.

Aufgabe

Serap überlegt:



Grafik: Julia Lenzmann



Vergleiche das Volumen.



Station 1 (ohne Material): Aufbewahrungskisten

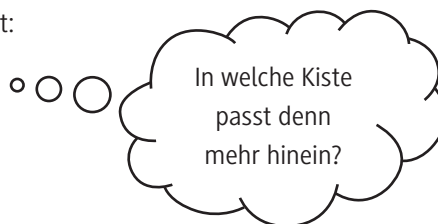
Die Kepler-Schule will Ordnung schaffen und kleinere Gegenstände in eine Kiste packen. Hierzu gibt es zwei Kisten zur Auswahl.

Aufgabe

Serap überlegt:

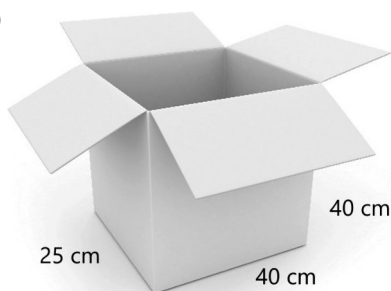


Grafik: Julia Lenzmann



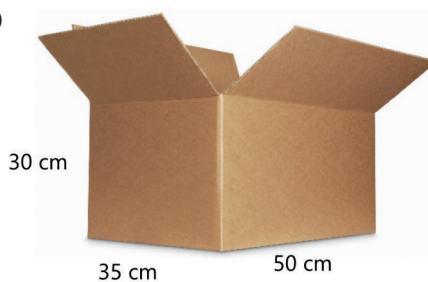
Vergleiche das Volumen.

①



© pagadesign/E+

②






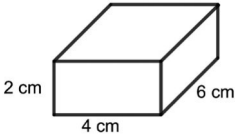
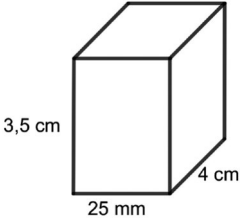
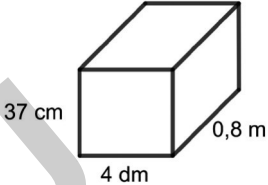
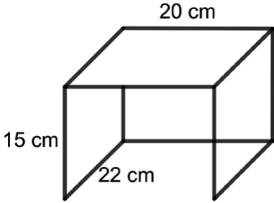
© TARIK KIZILKAYAE+

Teste dich selbst

M 8

So geht's

Wähle für jede Aufgabe eine der drei Niveaustufen.

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>Aufgabe 1 a) Berechne das Volumen. b) Berechne die Oberfläche.</p>  | <p>Aufgabe 1 a) Berechne das Volumen. b) Berechne die Oberfläche.</p>  | <p>Aufgabe 1 a) Berechne das Volumen. b) Berechne die Oberfläche.</p>  |
| <p>Aufgabe 2 Berechne die Höhe des Quaders. a = 2 cm b = 4 cm V = 40 cm³</p> | <p>Aufgabe 2 Berechne die Höhe des Quaders. a = 9 cm b = 8 cm V = 792 cm³</p> | <p>Aufgabe 2 Berechne die Höhe des Quaders. a = 0,3 dm b = 40 mm V = 144 cm³</p> |
| <p>Aufgabe 3 Ein Schwimmbecken ist 25 m lang, 6 m breit und 2 m tief. Berechne das Volumen des Beckens.</p> | <p>Aufgabe 3 Eine Kiste ist 50 cm lang, 40 cm breit und 50 cm hoch. Aylin behauptet, dass 300 Kisten dieser Größe in ihr Zimmer (3 m lang, 4 m breit, 2,50 m hoch) passen. Stimmt das? Überprüfe diese Aussage.</p> | <p>Aufgabe 3 Ein Aquarium ist 100 cm lang, 40 cm breit und 50 cm hoch. Berechne, wie hoch man es mit Wasser füllen muss, damit 160 l Wasser hineinpassen.</p> |
| <p>Aufgabe 4 Sofie beklebt ihre Aufbewahrungsbox mit Glanzpapier. Die Box hat die Form eines Würfels mit einer Seitenlänge von 10 cm. Berechne, wie viel cm² Glanzpapier man hierfür braucht.</p> | <p>Aufgabe 4 Ein quaderförmiger Saal (20 m lang, 16 m breit, 3 m hoch) soll mit Farbe bestrichen werden. Der Fußboden und die Tür (2 m hoch, 2 m breit) werden dabei allerdings nicht gestrichen. Berechne, wie viel Liter Farbe man braucht, wenn 1 l Farbe für 5 m² reicht.</p> | <p>Aufgabe 4 Mohammed baut einen Unterschlupf ohne Boden für seine Schildkröten. Vorne ist der Unterschlupf offen. Berechne, wie viel cm² Holz er benötigt.</p>  |