Inhalt

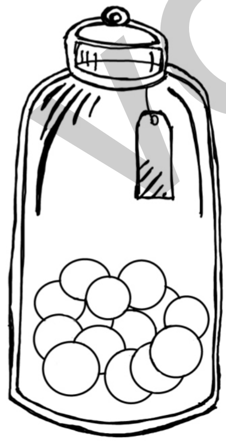
1 Zahlen darstellen

In der Grundschule haben wir die **natürlichen Zahlen** bereits kennen gelernt, auch wenn wir sie vielleicht nicht so genannt haben. Einfach gesagt versteht man darunter alle ganzen Zahlen, die man ordnen oder zählen kann. Am Anfang, in der 1. Klasse, kannten wir nur die Zahlen zwischen null und zehn und später dann sogar bis zur Million. Mittlerweile haben wir gelernt, dass es unendlich viele natürliche Zahlen gibt! Wie man mit dieser unglaublichen Menge an Zahlen umgeht ohne den Kopf zu verlieren, besprechen wir in diesem Kapitel.

1.1 Schätzen

Alle Menschen haben ein natürliches Gefühl für Zahlen. So kann jeder der ein großes Glas mit Bonbons sieht, ungefähr sagen wie viele enthalten sind. Diese Methode ist zwar viel ungenauer als würde man nachzählen, aber manchmal ist es auch nützlich, wenn man die Anzahl einfach nur eingrenzen kann.

Beispiel 1.1 *Betrachten wir einmal dieses Glas:*

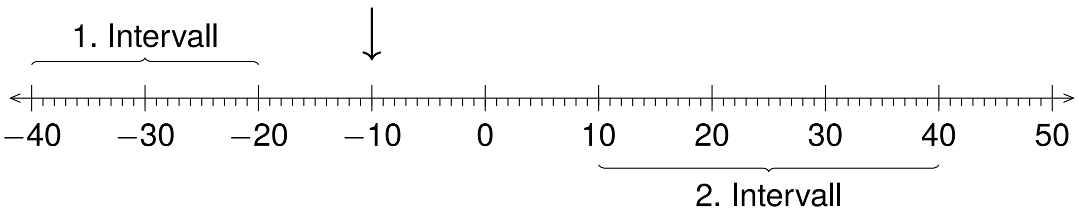


Auch wenn wir die genaue Anzahl nicht kennen, können wir mit Sicherheit sagen, dass in dem Glas mehr als fünf und weniger als 100 Bonbons enthalten sind. Ich denke es sind insgesamt 42.

1.2 Zahlenstrahl

Einen Zahlenstrahl haben wir alle schon oft gesehen. Zum Beispiel ist ein Thermometer nichts anderes. Die Abstände zwischen den Zahlen sind immer gleich und er beschreibt in diesem Beispiel den Bereich zwischen $-40°$C und $50°$C. Die Zahlen sind so sortiert, dass links die kleinsten Zahlen stehen, zum Beispiel kleine Negative, und rechts die Größten, zum Beispiel große Positive.

Beispiel 1.2 *Ein Thermometer als Zahlenstrahl:*



WIEDERHOLUNG NEGATIVER ZAHLEN:

*Der Pfeil zeigt die Temperatur von $-10°C$. Einen Bereich „von … bis“ nennt man **Intervall**. So beschreibt das 1. Intervall alle Temperaturen von $-40°C$ bis $-20°C$ und das 2. Intervall alle Temperaturen von $10°C$ bis $40°C$.*
Auffällig ist, dass rechts und links des Zahlenstrahls noch jeweils Pfeile aufgezeigt sind. Diese verdeutlichen, dass nur ein Ausschnitt gezeigt ist und jeweils noch höhere und niedrigere Zahlen existieren, wie zum Beispiel $-50°C$.

1.3 Zerlegen und notieren

Besonders bei großen Zahlen, ist es einfach den Überblick zu verlieren. So sind etwa:

$$1000 \text{ Tausender} = 1 \text{ Million} = 1000000$$
$$1000 \text{ Millionen} = 1 \text{ Milliarde} = 1000000000$$

Aber wie kann schnell erkannt werden, welche Zahl größer ist? Betrachten wir zum Beispiel die Zahlen 2100500030 und 42000000077. Es gibt eine einfache Methoden diese beiden zu vergleichen um sicher sagen zu können, welche größer ist. Dazu nutzen wir die Stellenwerttabelle.

Stellenwerttabellen

Bei einer Stellenwerttabelle werden die Zahlen nach ihren Einerstellen, Zehnerstellen, Hunderterstellen (und so weiter) aufgeschlüsselt.

2 Daten und Zufall

Viele Brett- oder Kartenspiele basieren zu einem gewissen Maße auf Zufall. Bei Mensch-ärgere-dich-nicht zum Beispiel beginnt jede Runde damit, dass gewürfelt wird. Das Ergebnis bestimmt dann, ob man seine Figur aus dem Haus setzen, seinen Mitspieler schmeißen oder einfach nur ziehen darf. In diesem Kapitel wollen wir den Zufall ein wenig näher betrachten, denn auch wenn wir das Ergebnis vorher nicht wissen, können wir doch Aussagen darüber treffen, wie wahrscheinlich gewisse Ereignisse sind. Bevor wir auf den Zufall zu sprechen kommen, schauen wir uns verschiedene Darstellungsmöglichkeiten von Daten an.

2.1 Daten erheben und Strichlisten

Eine Strichliste hilft dabei, Daten schnell aufzuzeichnen. Wenn du zum Beispiel deine Mitschüler fragst, wer mit dem Fahrrad und wer mit dem Bus zur Schule kommt, dann machst du für jeden Schüler, den du gefragt hast in der entsprechenden Kategorie einen Strich. Mit jedem fünften Strich werden die vorherigen vier durchgestrichen, so bleibt es übersichtlich. Wenn du am Ende alle Striche zusammenzählst, erhältst du die **Häufigkeit** der jeweiligen Kategorie.

Schüler mit	
Fahrrad	𝍸 |
Bus	𝍸 𝍸 |||

In dem oben abgebildeten Beispiel wäre die **Häufigkeitstabelle** somit:

Schüler mit	
Fahrrad	6
Bus	13

2.2 Daten in Diagrammen

Diagramme werden genutzt um Daten anschaulich darzustellen. Zum Beispiel kann eine Strichliste einfach in ein Säulendiagramm übertragen werden. Oder ein Liniendiagramm zeigt verständlich zeitliche Veränderungen auf. Wenn wir ein Diagramm zeichnen wollen, dann müssen wir uns überlegen:

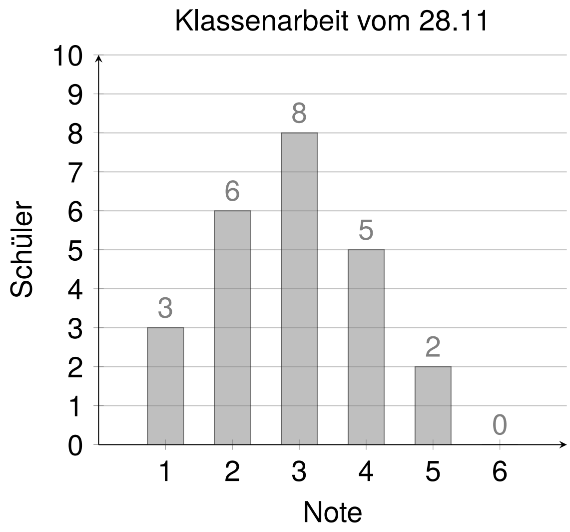
- Welche Art von Diagramm?
- Wie groß und breit soll das Diagramm werden?
- Was ist unsere Überschrift und Achsenbeschriftung?

Übersicht verschiedener Diagramme:

2.2.1 Säulendiagramm

Ein Säulendiagramm gibt die Häufigkeiten eines bestimmten Ereignisses an. An der waagerechten Achse (der x-Achse) stehen die untersuchten Daten, im Beispiel von oben also „Fahrrad“ und „Bus“. An der senkrechten Achse (der y-Achse) werden die Häufigkeiten aufgetragen. An der Höhe einer Säule erkennen wir dann schnell, welches Ereignis häufiger und welches weniger häufig auftritt. Ein Säulendiagramm ist vor allem dann sinnvoll, wenn die Datenmenge überschaubar ist (wie die Noten 1-6, oder die 12 Monate).

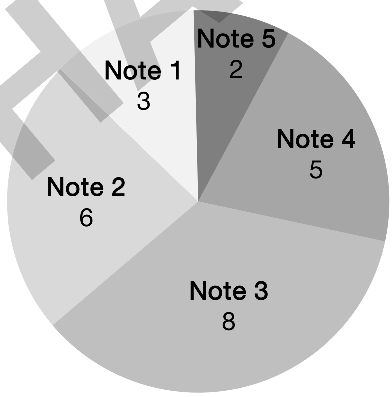
Das Folgende Säulendiagramm beschreibt, wie oft welche Note in der letzten Klassenarbeit geschrieben wurde. Hier können wir ablesen:



- Wie viele Schüler gehen in die Klasse?
- Wie viele Schüler haben eine 1 (bzw. 2 . . . 6) geschrieben?
- Wann war die Klassenarbeit?
- Welche Note wurde am Häufigsten bzw. Seltensten geschrieben?

2.2.2 Kreisdiagramm

Ein Kreisdiagramm eignet sich, wenn zum Beispiel eine Menge in verschiedene Bereiche aufgeteilt werden soll, also die Summe aller Bereiche ein sinnvolles Ganzes darstellt. In diesem Fall, also die Anzahl aller Schüler in der Klasse. Ebenso wie im obigen Säulendiagramm ist hier die Notenverteilung der Schüler dargestellt.



2.2.3 Balkendiagramm

Ein Balkendiagramm ist ein um 90° gedrehtes Säulendiagramm. Beide eignen sich zur Darstellung von Häufigkeiten. In der Praxis wählst du die Art des Diagramms meist abhängig davon, wie viele Merkmale du hast. Stell dir vor du hast sehr lange Beschriftungen, sehr viele Merkmale oder möchtest eine bestimmte Rangfolge hervorheben, dann bietet sich der Übersicht wegen eher ein Balkendiagramm an.

In dem unten abgebildeten Balkendiagramm ist die Größe der einzelnen Kontinente in km^2 aufgezeigt. In diesem Fall eignet sich ein Balkendiagramm, da wir so die Kontinente sehr schön ihrer Größe nach Ordnen können und direkt sehen welcher Kontinent zum Beispiel der kleinste ist. Damit wir im Diagramm den Überblick behalten sind die Zahlen natürlich nur grobe Größenordnungen, die wir noch mit $\cdot 10^6$ mal nehmen müssten, um auf eine ungefähr richtige km^2-Angabe zu kommen.

8 Zweidimensionale Figuren

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit geometrischen Figuren in der Ebene, also im zweidimensionalen Raum. Die wichtigsten Figuren in der Ebene sind:

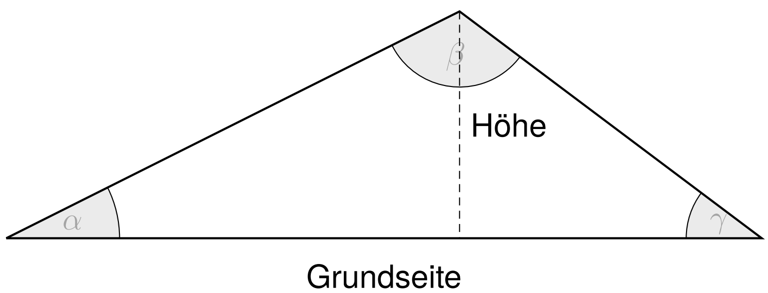
- Punkte
- Geraden
- Polygone

Unter einem Polygon versteht man eine Figur die aus mindestens drei (oder mehr) Punkten besteht, welche durch Strecken miteinander verbunden wurden. Eines der einfachsten Polygone sind Dreiecke. Indem wir mehr Punkte miteinander verbinden, erhalten wir Vierecke, Fünfecke und so weiter. Indem wir zusätzliche Bedingungen stellen, wie zum Beispiel bestimme Winkelgrößen zwischen den Strecken, lassen sich Spezialfälle wie Rechtecke oder Quadrate definieren.

8.1 Wichtige Figuren

8.1.1 Dreieck

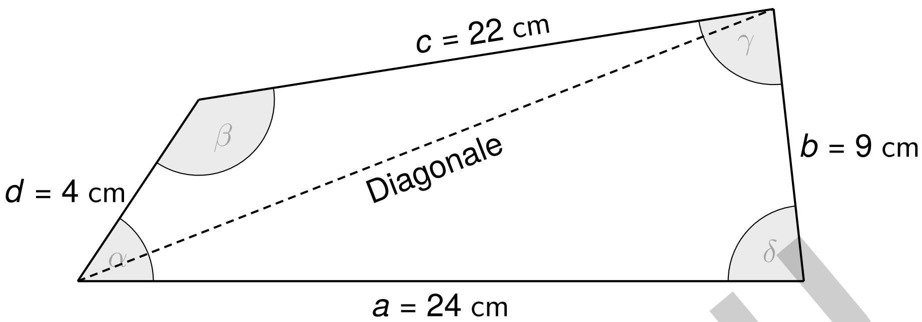
Ein Dreieck ist das einfachste Polygon und besteht, wie der Name schon vermuten lässt, aus drei Punkten die durch Strecken miteinander verbunden sind.



Die inneren Winkel eines Dreiecks (farbig markiert in der Abbildung) bilden immer eine Summe von 180°, sprich $\alpha + \beta + \gamma = 18°$.

8.1.2 Vierecke

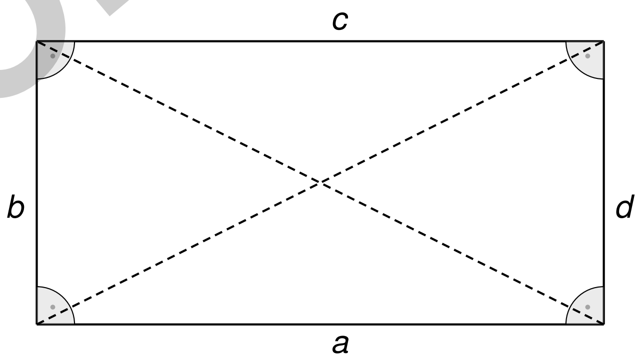
Vierecke lassen sich aus vier beliebigen Punkten konstruieren, welche wir durch Strecken miteinander verbinden. Die vier Winkel in den Ecken summieren sich immer zu 360° auf, also $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$.



Eine Strecke, die zwei gegenüberliegende Punkte verbindet, nennen wir **Diagonale**. Im obigen Viereck ist die Diagonale durch eine schwarz gestrichelte Strecke dargestellt.

Rechteck

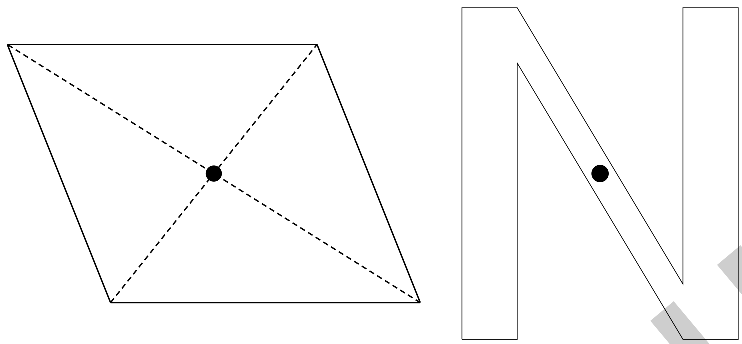
Das Rechteck ist ein Spezialfall des Vierecks. Dieses besteht, ebenso wie das Viereck, aus vier Punkten welche miteinander verbunden wurden, allerdings mit der Besonderheit, dass zwischen den Strecken immer ein rechter Winkel ist. Ein Rechteck sieht also so aus:



Aufgrund der rechten Winkel (gekennzeichnet durch den Punkt im Winkel), sind die gegenüberliegenden Seiten immer gleich lang und parallel zueinander. Die beiden Diagonalen sind ebenfalls gleich lang und halbieren sich gegenseitig.

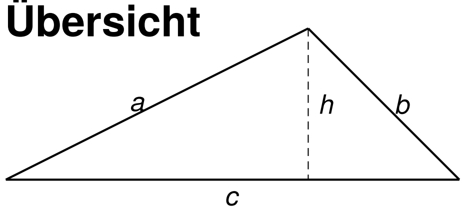
8.2.2 Punktsymmetrische Figuren

Eine Figur ist punktsymmetrisch, wenn sich ein Punkt finden lässt, der diese Figur auf sich selbst abbildet. Ein Parallelogramm und eine Raute sind zum Beispiel punktsymmetrisch im Diagonalenschnittpunkt.

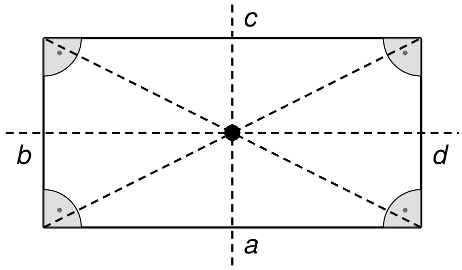


Den schwarzen Punkt bezeichnen wir als Symmetriezentrum.

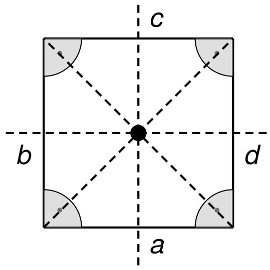
8.4 Übersicht



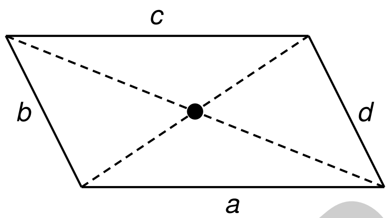
Dreieck: Ein Polygon bestehend aus drei Punkten in der Ebene. Die Summe der Innenwinkel beträgt 180°. Grundseite *c*, Höhe *h* und Seiten *a* und *b*.



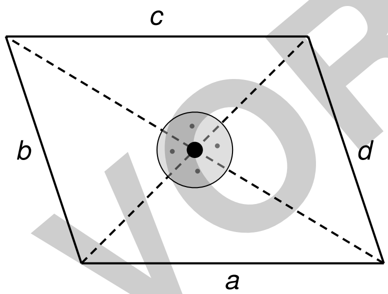
Rechteck: Ein Viereck mit vier gleich großen (und damit rechten) Winkeln. Bezüglich der Mittelsenkrechten und dem Diagonalenschnittpunkt symmetrisch. Die Diagonalen sind gleich lang und halbieren sich.
Es gilt: $a = c$ und $b = d$.



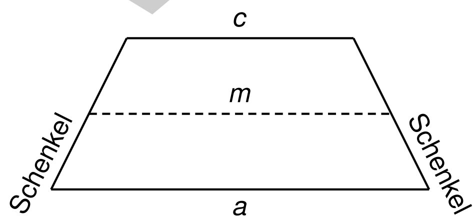
Quadrat: Ein Rechteck mit vier gleich langen Seiten. Es gilt: $a = b = c = d$.



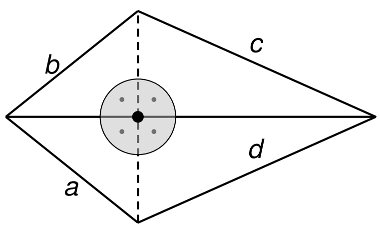
Parallelogramm: Ein Viereck mit gleich langen und parallelen Gegenseiten. Punktsymmetrisch im Diagonalenschnittpunkt.
Es gilt: $a = c$ und $b = d$.



Raute: Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten. Bezüglich der Diagonalen und dem Diagonalenschnittpunkt symmetrisch. Die Diagonalen sind gleich lang und halbieren sich gegenseitig rechtwinklig.
Es gilt: $a = b = c = d$.



Trapez: Ein Viereck mit genau zwei parallelen Gegenseiten. Die Mittellinie *m* ist zu den Grundseiten parallel, verbindet die Schenkel und ist halb so lang wie beide Grundseiten zusammen: $m = (a + c) : 2$.



Drachenviereck: Ein Viereck, in dem an gegenüberliegenden Ecken gleich lange Seiten zusammenstoßen. Bezüglich einer Diagonalen symmetrisch. Eine Diagonale wird von der anderen rechtwinklig halbiert.
Es gilt: $a = d$ und $b = c$.