

Inhalt

1	Grundlagen	5
1.1	Grundrechenarten	5
1.2	Mengen	5
1.3	Rechengesetze	6
1.4	Vielfache und Teiler (kgV und ggT)	7
1.5	Runden	8
1.6	Einheiten	9
2	Bruchrechnung	11
3	Negative Zahlen	13
4	Ausmultiplizieren/Faktorisieren (Ausklammern)	15
5	Terme und Gleichungen	17
6	Zuordnungen und Dreisatz	21
6.1	Proportionale Zuordnungen	22
6.2	Antiproportionale Zuordnungen	24
7	Prozent- und Zinsrechnung	27
7.1	Prozentrechnung	27
7.2	Vermehrter und verminderter Grundwert	29
7.3	Zinsrechnung	30
8	Lineare Funktionen	33
8.1	Steigung und Schnittpunkt mit der y -Achse	33
8.2	Punkt-Steigungs-Form	35
8.3	Nullstelle einer linearen Funktion	36
8.4	Parallele Geraden zur x - und zur y -Achse	36
9	Binomische Formeln	37

10	Gleichungen lösen	39
10.1	Lineare Funktionen	39
10.2	Quadratische Funktionen	39
11	Lineare Gleichungssysteme	45
11.1	Zeichnerisches Lösen	45
11.2	Rechnerisches Lösen	46
11.3	Textaufgaben	51
12	Quadratische Gleichungen	53
13	Quadratische Funktionen	57
13.1	Verschiebung in x -Richtung	58
13.2	Verschiebung in y -Richtung	58
13.3	Streckung/Stauchung	60
13.4	Spiegelung an der x -Achse	61
13.5	Nullstellen einer Parabel	62
13.6	Allgemeine Form \leftrightarrow Scheitelpunktform	62
14	Wurzel/Wurzelberechnungen	65
15	Zentrische Streckung	67
15.1	Ähnlichkeit	69
15.2	Kongruenz	69
15.3	Strahlensätze	70
16	Satzgruppe des Pythagoras	73
16.1	Satz des Pythagoras	73
16.2	Höhen- und Kathetensatz	76
17	Flächen und Flächenberechnung	77
18	Winkel	81
19	Körper	83
20	Potenzen und Logarithmus	85
21	Exponentialfunktion	87
21.1	Exponentielles Wachstum	87
21.2	Exponentielle Abnahme	89
21.3	Zinseszinsen als Sonderfall des exponentiellen Wachstums	90

22	Trigonometrie	93
23	Statistik	95
23.1	Urliste, Rangliste, absolute und relative Häufigkeit	95
23.2	Arithmetisches Mittel oder Mittelwert	96
23.3	Median oder Zentralwert	97
23.4	Streifen-, Säulen- und Kreisdiagramme	97
24	Wahrscheinlichkeitsrechnung	99
24.1	Laplace-Wahrscheinlichkeiten	99
24.2	Baumdiagramme (mit und ohne Zurücklegen)	99
25	Tabellenkalkulation (Excel)	103
A	Aufgaben auf Prüfungsniveau	107
B	Lösungen zu Aufgaben	113

VORSCHAU



1

Grundlagen

1.1 Grundrechenarten

Wir unterscheiden grundsätzlich die vier folgenden Grundrechenarten mit ihren jeweiligen Komponenten. Mach dich mit den Begrifflichkeiten vertraut, da diese im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen und erwähnt werden.



Grundrechenarten

Grundrechenart	Komponenten
Addition „+“	$\underbrace{2}_{\text{Summand}} + \underbrace{4}_{\text{Summand}} = \underbrace{6}_{\text{Summe}}$
Subtraktion „-“	$\underbrace{7}_{\text{Minuend}} - \underbrace{3}_{\text{Subtrahend}} = \underbrace{4}_{\text{Differenz}}$
Multiplikation „·“	$\underbrace{2}_{\text{Faktor}} \cdot \underbrace{3}_{\text{Faktor}} = \underbrace{6}_{\text{Produkt}}$
Division „:“ oder „÷“	$\underbrace{4}_{\text{Dividend}} : \underbrace{2}_{\text{Divisor}} = \underbrace{2}_{\text{Quotient}}$

1.2 Mengen

Nachfolgend findest du eine Übersicht über die wichtigsten und dir (hoffentlich bereits) bekannten Zahlenmengen.



Zahlenmengen

- Natürliche Zahlen¹

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \rightarrow$ Natürliche Zahlen sind ganze, positive Zahlen

- Ganze Zahlen

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \rightarrow$ Ganze Zahlen sind sowohl ganze positive als auch ganze negative Zahlen mit der Null

¹Es kann auch sein, dass die 0 nicht enthalten ist. Das ist nicht einheitlich. Frag bitte deinen Lehrer!

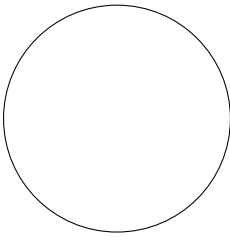
2

Bruchrechnung

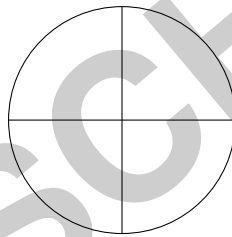
Der Nenner (unten) gibt an, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird. Der Zähler (oben) gibt an, wie viele Teile davon genommen werden.

Beispiel: $\frac{3}{4}$ Zähler
Nenner

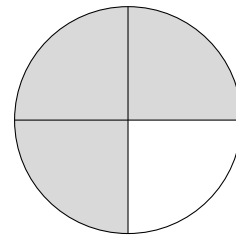
Ein Ganzes



Vier gleich große Teile



$\frac{3}{4}$ Zähler
Nenner



Einstieg

Beim Rechnen mit Brüchen gelten die folgenden Regeln:

- Erweitern: Ein Bruch wird erweitert, indem sowohl der Zähler (oben) als auch der Nenner (unten) mit der gleichen Zahl multipliziert wird. Die Zahl über dem Pfeil gibt an, dass der Bruch mit 2 erweitert wird:

$$\frac{3}{7} \xrightarrow{2} \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}$$

- Kürzen: Ein Bruch wird gekürzt, indem sowohl der Zähler (oben) als auch der Nenner (unten) durch die gleiche Zahl geteilt wird. Die Zahl unter dem Pfeil gibt an, dass der Bruch mit 9 gekürzt wird:

$$\frac{9}{27} \xrightarrow{9} \frac{9 \div 9}{27 \div 9} = \frac{1}{3}$$

- Gemischte Zahl \leftrightarrow Unechter Bruch: Eine gemischte Zahl (ganze Zahl und Bruch z.B. $2\frac{1}{4}$) kann nach dem folgenden Schema in einen unechten Bruch (Zähler $>$ Nenner) umgewandelt werden:

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$



erweitern,
kürzen und
addieren



unechter Bruch



Hauptnenner
finden



mehrere Brüche
addieren



multiplizieren
und dividieren



mehrere Brüche
multiplizieren

- **Addition:** Zwei Brüche werden addiert, indem der Nenner (unten) gleichnamig gemacht wird und anschließend die beiden Zähler (oben) addiert werden. Das kgV von 7 und 5 ist 35.

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{15}{35} + \frac{28}{35} = \frac{15 + 28}{35} = \frac{43}{35}$$

- **Subtraktion:** Zwei Brüche werden subtrahiert, indem der Nenner (unten) gleichnamig gemacht wird und anschließend die beiden Zähler (oben) voneinander subtrahiert werden:

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{7} = \frac{28}{35} - \frac{15}{35} = \frac{28 - 15}{35} = \frac{13}{35}$$

- **Multiplikation:** Zwei Brüche werden multipliziert, indem der Zähler mit dem Zähler und der Nenner mit dem Nenner multipliziert wird:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

Du solltest, falls möglich, die Brüche vor der Multiplikation *über Kreuz* kürzen:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{14} 2}{\cancel{7} 1 \cdot \cancel{27} 9} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 9} = \frac{2}{9}$$

- **Division:** Zwei Brüche werden dividiert, indem bei dem Bruch, durch den geteilt wird, der Zähler und der Nenner vertauscht werden (Kehrwert bilden) und danach die beiden Brüche miteinander multipliziert werden:

$$\frac{3}{7} \div \frac{27}{14} = \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{14} 2}{\cancel{7} 1 \cdot \cancel{27} 9} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 9} = \frac{2}{9}$$

Hinweis: Bitte das Ergebnis bei allen vier Grundrechenarten immer vollständig kürzen!

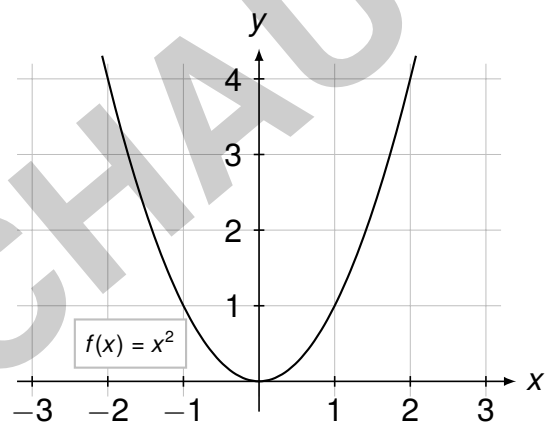
13 Quadratische Funktionen

Was ist eine quadratische Funktion? Der Graph einer quadratischen Funktion ist immer eine Parabel.

Zu Beginn schauen wir uns einmal die sogenannte Normalparabel

$$f(x) = x^2$$

an. Wir sehen, dass die Normalparabel ihren Scheitelpunkt im Koordinatenursprung $(0|0)$ hat. Der Scheitelpunkt ist der tiefste oder höchste Punkt einer Parabel.



Diese Normalparabel können wir auf verschiedene Arten und Weisen transformieren (verändern oder manipulieren).

Das bedeutet, dass wir

- ihren Scheitelpunkt in x -Richtung verschieben (nach links oder nach rechts)
- in y -Richtung verschieben (nach oben oder nach unten)
- sie strecken (schmäler machen) oder stauchen (breiter machen)
- sie an der x -Achse spiegeln, so dass ihre Öffnung nach unten zeigt

13.1 Verschiebung in x-Richtung



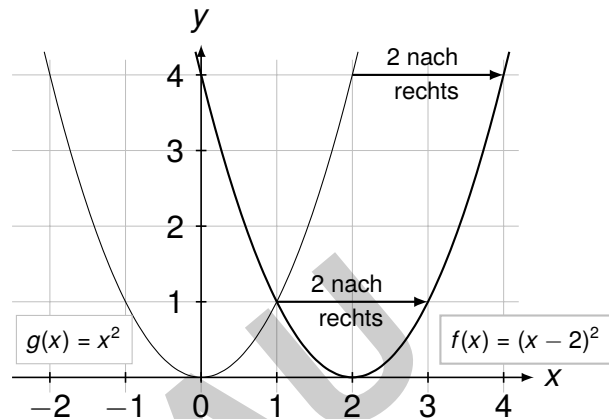
Übersicht
Transformation

Die Verschiebung in x -Richtung können wir in unserer Funktionsgleichung wie folgt berücksichtigen.

Dazu werfen wir einen Blick auf das nebenstehende Koordinatensystem. Der Scheitelpunkt dieser Parabel und alle anderen Punkte wurden ausgehend von der Normalparabel (hier: $g(x) = x^2$) um 2 Einheiten nach rechts verschoben.

Wenn wir einen Blick auf die Funktionsgleichung werfen, sehen wir, dass sie wie folgt lautet:

$$f(x) = (x - 2)^2$$

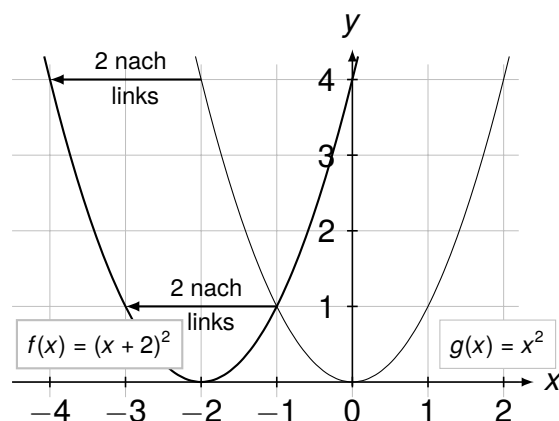


Eine Verschiebung in x -Richtung kann immer daran erkannt werden, dass der Wert, um welchen die Parabel verschoben wurde, mit umgekehrten Vorzeichen in der Klammer auftaucht.

Dazu wollen wir uns ebenfalls eine Parabel angucken, welche nach links verschoben wurde. Die Funktionsgleichung dieser Parabel lautet:

$$f(x) = (x + 2)^2$$

Die Parabel wurde um 2 Einheiten nach links verschoben. Das erkennen wir daran, dass die -2 in unserer Gleichung innerhalb der Klammer mit einem umgekehrten Vorzeichen auftaucht.



13.2 Verschiebung in y-Richtung

Die Verschiebung in y -Richtung erkennen wir daran, dass der Wert, um den die Parabel in y -Richtung verschoben wurde, ohne Klammer mit dem korrekten Vorzeichen angehängt wird.

Betrachten wir die linke Parabel. Diese Parabel wurde um 2 Einheiten nach oben verschoben. Die zugehörige Funktionsgleichung muss also $f(x) = x^2 + 2$ lauten.

25 Tabellenkalkulation (Excel)

In den vergangenen Jahren ist es immer wieder vorgekommen, dass du in der Prüfung eine kurze Aufgabe zum Thema Tabellenkalkulation (Excel) lösen sollst. Aus Erfahrung wissen wir, dass nicht alle von euch mit dem Thema Tabellenkalkulation (Excel) vertraut sind und dieses Thema auch in der Schule sehr häufig überhaupt nicht angesprochen wird. Deswegen wollen wir uns an dieser Stelle einer solchen Aufgabe widmen.

Dazu wollen wir uns den folgenden Sachverhalt angucken:

Ein Sportverein möchte seine Einnahmen der ersten fünf Spieltage unter Zuhilfenahme eines Tabellenkalkulationsprogramms darstellen und analysieren. Bei der Erstellung sind leider einige Werte verloren gegangen.

	A	B	C	D
1	Spieltag	Zuschauer	Preis/Karte	Einnahmen [In €]
2	1	12.500	17 €	212.500,00 €
3	2	11.300	17 €	192.100,00 €
4	3	12.050	17 €	
5	4		17 €	188.700,00 €
6	5	9.990	17 €	
7	Gesamt	56.940		967.980,00 €

a) Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.

Bevor wir diese Teilaufgabe lösen, wollen wir uns kurz klarmachen, was in dieser Tabelle überhaupt dargestellt ist. In der ersten Spalte (A) wurden die vorher angesprochenen fünf Spieltage durchnummeriert. In der zweiten Spalte (B) könnt ihr sehen, wie viele Zuschauer am jeweiligen Spieltag zugegen waren. Dort sehen wir, dass zum Beispiel am 3. Spieltag 12.050 Zuschauer anwesend waren. Die dritte Spalte (C) gibt den Eintrittspreis (17 Euro) an. In der vierten Spalte (D) sind die Einnahmen, sortiert nach den einzelnen Spieltagen, zu sehen. Am ersten Spieltag betragen diese 212.500 Euro.

Wir schauen uns jetzt die leeren Zellen an. Die erste leer gebliebene Zelle ist D4. In dieser Zelle sollten also normalerweise die Einnahmen des 3. Spieltags einzusehen sein.

Wir ergänzen diesen Wert, indem wir die folgende Rechnung durchführen:

12.050 multipliziert mit dem Eintrittspreis von 17 Euro ergibt 204.850 Euro.

Das bedeutet, dass am 3. Spieltag Einnahmen in Höhe von 204.850 Euro erzielt wurden. Die nächste leere Zelle ist B5. In der Spalte B wird angegeben, wie viele Zuschauer am jeweiligen Spieltag im Stadion waren. Wir kennen in diesem Fall aber nur die Einnahmen und den konstanten Eintrittspreis.

Jetzt können wir die Gesamteinnahmen in Höhe von 188.700 Euro durch den Eintrittspreis von 17 Euro teilen und erhalten dann die Anzahl der Zuschauer. Also, 188.700 Euro geteilt durch 17 Euro macht 11.100 Zuschauer.

Am vierten Spieltag waren also 11.100 Zuschauer anwesend. Die letzte frei gebliebene Zelle D6 wird nach dem gleichen Schema wie D4 berechnet. Dort erhalten wir 169.830 Euro.

Jetzt werfen wir noch einen abschließenden Blick auf unsere vollständig ausgefüllte Tabelle:

	A	B	C	D
1	Spieltag	Zuschauer	Preis/Karte	Einnahmen [In €]
2	1	12.500	17 €	212.500,00 €
3	2	11.300	17 €	192.100,00 €
4	3	12.050	17 €	204.850,00 €
5	4	11.100	17 €	188.700,00 €
6	5	9.990	17 €	169.830,00 €
7	Gesamt	56.940		967.980,00 €

b) Gib eine Formel zur Berechnung der Zellen D3 und B7 an.

Um diese Frage beantworten zu können, solltest du dir klarmachen, dass Tabellenkalkulationsprogramme unter anderem auch mit Formeln arbeiten. In der Zelle D3 finden wir die Einnahmen des 2. Spieltags. Diese werden berechnet, indem wir die Anzahl der Zuschauer (11.300) mit dem Eintrittspreis von 17 Euro multiplizieren. Anders gesagt: Wir multiplizieren den Wert aus der Zelle B3 mit dem Wert aus der Zelle D6. Hier haben wir nun unterschiedliche Möglichkeiten der Darstellung. Dabei symbolisieren *, × und ·, dass hier eine Multiplikation stattfinden soll.

A

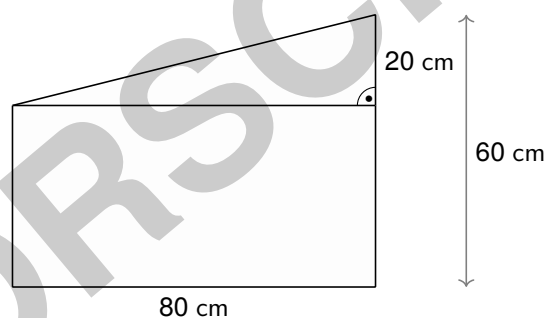
Aufgaben auf Prüfungsniveau

Diese Aufgabensammlung enthält 21 Aufgaben auf Prüfungsniveau. Zusätzlich geben wir Dir zu jeder Aufgabe eine vollständige Lösung an die Hand und versehen jede Lösung mit nützlichen Hinweisen und Tipps. Wir empfehlen Dir, diese Aufgaben zuerst selbstständig zu lösen und erst danach solltest Du einen Blick auf die Lösungen, Hinweise und Tipps werfen.

Wir wünschen Dir viel Erfolg und gutes Gelingen bei der Bearbeitung der Aufgaben!

Aufgabe 1 - Zusammengesetzte Flächen:

Berechne den Flächeninhalt der zusammengesetzten Fläche und gib das Ergebnis in m^2 an.



Aufgabe 2 - Zahlenfertigkeit:

Ordne die folgenden Zahlen nach ihrer Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl:

$$0,25; \frac{1}{5}; -0,3; 0,225; -\frac{1}{3}$$

Aufgabe 3 - Zuordnungen und Dreisatz:

Carlo fährt mit seinem Motorrad von Paderborn nach Beckum. Er benötigt für die 80 km lange Strecke normalerweise 64 Minuten. Heute hat er nach 20 km eine Panne. Wie viel Zeit ist bis dahin vergangen? Notiere Deine Rechnung.

Aufgabe 4 - Prozentrechnung:

Eine Dose mit 125 g Fruchtgummi kostet 1,50 Euro. Ein Discounter wirbt mit dem folgenden Plakat:

Angebot
125 g + 30 % mehr Inhalt
für nur 1,99 Euro