

Eine runde Sache – den Kreis und die Winkel begreifen

Michael Piechatzek, Dortmund



Wie weit reißt das Krokodil sein Maul auf?

Foto: Pixelio

I/D

Klasse	6
Dauer	9 Stunden
Inhalt	Einführung des Kreises und der Winkel; Sehne, Kreissegment, Kreissektor, Kreisbogen, Tangente, Sekante, Passante, Mittelpunkt, Durchmesser und Radius eines Kreises; verschiedene Arten von Winkeln
Ihr Plus	Material für einen Stationenlauf; den sicheren Umgang mit dem Geodreieck und dem Zirkel trainieren

Mit jedem Blick auf eine handelsübliche Uhr haben die Schülerinnen und Schüler einen Kreis vor Augen. Auch die Personenwaage im Badezimmer, das Barometer im Wohnzimmer bzw. das Tachometer im Auto besitzen kreisförmige Skalen. Untersuchen Sie mit Ihrer Klasse, wie man in der Mathematik Kreise beschreibt, definiert, einteilt und zeichnet.

Den Winkeln ist der zweite Teil der Unterrichtseinheit gewidmet. Spitz und stumpf, Stufen-, Wechsel-, Scheitel- und Nebenwinkel – Winkel finden Sie überall, aber in ganz unterschiedlicher Form. Selbst im Maul des Krokodils erkennt der aufmerksame Betrachter einen Winkel. Zeigen Sie Ihren Schülerinnen und Schülern, wie man die Größe solcher Winkel messen kann.

Reihe 41 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Materialien M 1 bis M 11 vermitteln den Schülerinnen und Schülern

- die Einteilung des Kreises in Grad,
- die Begriffe *Mittelpunkt*, *Radius*, *Durchmesser* und *Umfang* eines Kreises,
- die Begriffe *Sehne*, *Abschnitt*, *Ausschnitt*, *Bogen*, *Tangente*, *Sekante* und *Passante*,
- die Klassifikation der Winkel sowie ihre Bezeichnung und wo sie auftreten,
- die Beziehungen zwischen den Winkeln in geometrischen Figuren.

Die Schülerinnen und Schüler wenden ihr Wissen in Form einer Gruppenarbeit an, um plausibel zu machen, dass die Winkelsumme im Dreieck gleich 180° ist.

Verlauf

Die Unterrichtseinheit beginnt mit einem Regentief um Dortmund. So könnten die Schülerinnen und Schüler es in den Nachrichten gehört haben. In welchem Umkreis ist man noch vom schlechten Wetter betroffen?

Die Stationen (M 2) vermitteln einen sicheren Umgang mit dem Zirkel. Dabei orientieren sich die Schülerinnen und Schüler an den vorgegebenen Regeln zum Umgang mit diesem Zeichengerät. Zur Förderung und Aktivierung der Kreativität bietet Station 3 eine Gestaltungsaufgabe. Die Sozialform der Stationenarbeit fördert die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler untereinander. Die Begriffe *Sehne*, *Bogen*, *Abschnitt*, *Ausschnitt*, *Tangente*, *Sekante* und *Passante* erarbeiten sich die Lernenden in Station 4. Lassen Sie ein Gruppenmitglied seine Ergebnisse der Klasse vorstellen und dabei die Begriffe verdeutlichen.

Kopieren Sie M 3 auf Folie oder drucken Sie sich die Datei auf CD-ROM 39 aus. Die Schülerinnen und Schüler identifizieren in ihrem Umfeld kreisförmige Gegenstände und beginnen, Bezüge herzustellen. Darauf folgt die Einteilung des Kreises am Beispiel des Tachometers (M 4). Hierbei handelt es sich um eine Verknüpfung von Mathematik und Technik.

Das Beispiel des Krokodilmauls (M 7) zeigt, dass Winkel ihren Platz neben der Technik auch in der Natur haben. Tipps und methodische Hilfestellung erleichtern das erste Zeichnen von Winkeln. In M 8 lernen die Schülerinnen und Schüler nicht nur das genaue Zeichnen von Winkeln, sondern auch die Bezeichnung der Winkel durch Buchstaben des griechischen Alphabets. Die wichtigsten griechischen Buchstaben liegen in einer kurzen Übersicht vor. Zur mathematischen Festigung folgt eine Definition der Winkel (M 9).

Nach der Übersicht und der Übung zur Einteilung der Winkel an alltäglichen Beispielen folgen die Winkelbeziehungen (M 10) anhand eines Querschnitts eines Dachbodens. Zum einen üben die Lernenden das Messen von Winkeln. Zum anderen müssen sie Beziehungen zwischen den Winkeln eigenständig herausfinden, Gemeinsamkeiten erkennen und anschließend Zuordnungen treffen.

Die abschließenden Aufgaben in M 11 zur Winkelsumme in Figuren fordern eine Verknüpfung der erlernten Kenntnisse.

Methode

Die Materialien können – ausgenommen die Lernstationen – in Einzel- oder Gruppenarbeit bearbeitet werden. Die Aufgaben eignen sich somit als Hausaufgaben. Einzelne Arbeitsaufträge – besonders bei mathematischen Bezügen – sollten Sie mit den Schülerinnen und Schülern besprechen.

I/D

Reihe 41 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
M 1	Mittelpunkt, Radius und Durchmesser – einen Kreis beschreiben Einstieg in das Thema anhand eines Landkartenausschnitts (Dortmund und Umgebung); Umkreis, Durchmesser und Radius des Kreises; erste Erfahrungen mit dem Zirkel sammeln	Hausaufgabe
M 2	Kreisstationen – Stationenlernen zum Kreis Kreisstationen: Mit dem Zirkel runde Gegenstände zeichnen (Station 1); Kreise im Koordinatensystem (Station 2); die Kreativität der Schülerinnen und Schüler fördern (Station 3); Sehne, Kreisbogen, Kreisabschnitt, Kreisausschnitt, Tangente, Sekante und Passante (Station 4)	1 – 2
M 3	100 Kilogramm, 1013 Millibar und 7 Uhr – Kreise und ihre Einteilung Die Einteilung des Kreises kennenlernen; die Messung der Winkel mit dem Gradmaß einführen	3
M 4	In acht Sekunden von null auf 100 km/h – Kreisausschnitte Einen Kreis mithilfe des Durchmessers in eine (gerade) Anzahl von Sektoren einteilen; ist auch eine ungerade Anzahl möglich?	
M 5	Alles dreht sich um die Grade – ein Kreis mit seinen 360° Winkel und Winkelbögen, das Gradmaß	4
M 6	Einrad fahren – den Kreisumfang berechnen Die Kreiszahl π näherungsweise bestimmen; den Umfang eines Kreises ($U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$) berechnen	5
M 7	Wie weit reißt das Krokodil sein Maul auf? – Winkel messen Den sicheren Umgang mit dem Geodreieck beim Zeichnen und Messen von Winkeln üben	6
M 8	Alpha und Phi in der Mathematik – Winkel messen und bezeichnen Winkel durch griechische Buchstaben bezeichnen	
M 9	Verschiedene Arten von Winkeln – Winkel unterscheiden Die Einteilung der Winkel kennenlernen	7
M 10	Schrägvermessung bei Schmidts – Winkelbeziehungen Beziehungen zwischen Winkeln entdecken; Stufen-, Wechsel-, Scheitel- und Nebenwinkel	8
M 11	Schablonenkunst – die Winkelsumme in Figuren Die Winkelsumme im Dreieck und Viereck Die Schülerinnen und Schüler lernen bereits hier, mathematisch zu argumentieren.	9

I/D

Reihe 41	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 1 Mittelpunkt, Radius und Durchmesser – einen Kreis beschreiben

Die Wettervorhersage im Fernsehen meldet: *Im Umkreis von rund 20 km um Dortmund sorgt morgen ein Regentief für schlechtes Wetter.* Gut, dass Dortmund im Ruhrgebiet liegt und so weit weg ist. Oder doch nicht? Gehörst du eventuell zu den Betroffenen?

Aufgaben

- Sieh dir die Karte an. Welche Städte sind vom Regentief betroffen? Schreibe alle Städte in dein Heft. Vergleiche dein Ergebnis anschließend mit deinem Tischnachbarn.

Tipp Stelle mit dem Zirkel einen Radius von 2,5 cm ein. Das entspricht bei dieser Karte in etwa 20 km. Stich mit der Zirkelspitze genau in die Mitte von Dortmund und ziehe einen Kreis um Dortmund.



- Fülle den Lückentext aus.

Merke

Der **Mittelpunkt** liegt in der Mitte des Kreises und wird mit M bezeichnet. Jede Strecke, die vom Mittelpunkt zum Rand des Kreises führt, ist _____ lang.

Der **Durchmesser** des Kreises geht durch den Mittelpunkt und durch zwei Punkte auf dem Kreis. Er wird mit d bezeichnet. Er teilt den Kreis in _____ gleich große Flächen.

Der **Radius** geht vom Mittelpunkt aus und reicht bis zum Rand des Kreises. Du bezeichnest ihn mit r. Er ist _____ so lang wie der Durchmesser. Wenn du mit dem Zirkel einen Kreis zeichnest, stellst du den Radius mit dem Zirkel ein.

- Ein Kreis hat den Radius $r = 4$ cm [5 cm, 8 cm, 2 dm, 7 m, 12 km]. Gib jeweils seinen Durchmesser [in cm] an.
 - Ein Kreis hat den Durchmesser $d = 28$ cm [45 cm, 70 dm, 11 m, 350 km]. Gib jeweils seinen Radius [in cm] an.

I/D

Reihe 41	Verlauf	Material S 2	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 2 Kreisstationen – Stationenlernen zum Kreis

Station 1: Ein Kreis – hast du heute schon einen gesehen?

Sei es auf deinem Schulweg, in der Schule oder zu Hause – überall in deiner Umgebung gibt es Kreise.

Aufgaben

- Überlege einmal gemeinsam mit deinen Kameraden, wo du heute schon Kreise gesehen hast, und mache dir dazu Notizen.
- Auf dem Tisch siehst du verschiedene Gegenstände, die eine Kreisform haben. Lege jeweils einen der Gegenstände auf ein Blatt Papier und zeichne den Kreis ab. Schneide ihn aus und versuche, den Radius zu bestimmen.

Hilf deinen Kameraden, die Gegenstände festzuhalten. Schau in deiner Schultasche nach, ob sich nicht noch mehr kreisförmige Gegenstände finden, und wiederhole die Aufgabe mit diesen Gegenständen.

- Nimm jetzt deinen Zirkel zu Hilfe. Aufgabe ist es, einen Kreis mit dem Radius von 4 cm [6 cm] in dein Heft zu zeichnen. Gehe dabei wie folgt vor:

Anleitung: Wie geht man mit dem Zirkel um?

- Nimm ein Geodreieck und den Zirkel zur Hand. Setze die Spitze des Zirkels auf die Null am Geodreieck und stelle die Zirkelspitze auf 4 cm [6 cm].

Tipp Nicht alle Zirkel haben eine Schraube zur Festigung in der Mitte, sei also ganz vorsichtig, damit du den Radius nicht wieder verstellst.

- Markiere einen Mittelpunkt auf dem Blatt Papier mit einem kleinen Kreuz. Benenne den Punkt mit M.
- Stich nun mit der Metallspitze des Zirkels in den Mittelpunkt und setze die Zirkelspitze auf das Papier.

VORSICHT: Halte den Zirkel nur am Griff ganz oben fest. Deine Finger dürfen die Schenkel nicht berühren, da du sonst eventuell den Radius verstellst.

- Wenn du den Kreis gezeichnet hast, schliesse die Schenkel des Zirkels wieder, damit du dich nicht verletzt.



Station 2: Der Kreis im Koordinatensystem

Aufgaben

- Trage einen Kreis mit dem Mittelpunkt M (4|8) und dem Radius $r = 2$ cm in ein Koordinatensystem ein. Überlege zunächst, wie groß das Koordinatensystem sein muss.
- Zeichne einen Kreis um den Mittelpunkt M, der durch den Punkt Q geht. Bestimme anschließend den Radius und den Durchmesser des Kreises.

a) $M_1 (4|4)$; $Q_1 (4|6,5)$

b) $M_2 (11|5)$; $Q_2 (8|5)$

So geht's

Zeichne zuerst ein Koordinatensystem (2 Kästchen = 1 cm). Markiere einen Punkt mit einem Kreuz, der der Mittelpunkt M deines Kreises werden soll. Trage dann den Radius r ab.

Station 3: Designer für Tiffany gesucht! – Mit Kreisen Schmuck gestalten

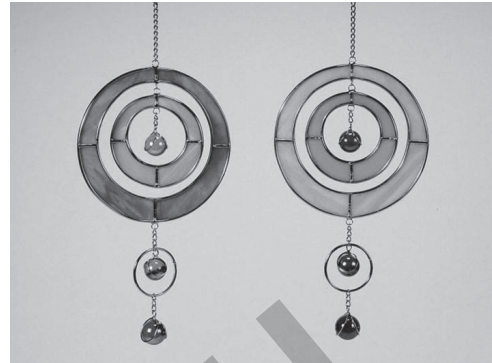
Die Glasdesignerei *Tiffany* sucht Entwürfe für ihre neue Kollektion der Glasfensterbilder. Nun bist du gefordert, Entwürfe zu erstellen.

Eine Regel musst du allerdings beachten:

Die Zeichnungen dürfen nur Kreise enthalten. Zeichne die Kreise ausschließlich mit dem Zirkel!

Wenn du früher fertig bist als deine Klassenkameraden, kannst du deinen Entwurf auch bunt ausmalen.

Am Ende könnt ihr die schönsten Entwürfe im Klassenraum ausstellen.



Glaskunst bei Tiffany.

Foto: <http://www.jahresdeko.de/Fensterbild-Haenger-Tiffany-Glas-Kreis-26cm-sortiert>

I/D



Station 4: Einen Kreis zerteilen – Ausschnitt, Bogen, Sehne ...

Neben dem Mittelpunkt, dem Radius und dem Durchmesser gibt es noch weitere Begriffe, die Kreise beschreiben. Was bekommst du, wenn du ein Stück vom Kreis abschneidest? Oder wenn du ein Stück vom Mittelpunkt herausschneidest, ganz so wie bei einer Torte?

Aufgabe

Zeichne auf ein Stück Fotokarton zwei Kreise mit dem Radius $r = 5$ cm. Schneide beide Kreise sehr sorgfältig aus. Bezeichne in beiden Kreisen den Mittelpunkt mit M und zeichne den Radius r und den Durchmesser d ein. Klebe nun den einen Kreis in dein Heft. Den anderen lege beiseite. Kennzeichne in bzw. an dem eingeklebten Kreis folgende Dinge:

Merke

Sehne	Die Sehne ist eine Verbindungsstrecke zweier Kreispunkte. Sie schneidet bildhaft gesehen einen Teil des Kreises ab, ohne durch den Mittelpunkt zu führen.
Kreisbogen	Der Kreisbogen ist ein Teil des Kreises. Er verbindet zwei Punkte auf der Kreislinie.
Kreisabschnitt (Kreissegment)	Der von der Sehne abgetrennte Teil eines Kreises heißt Kreisabschnitt. Er setzt sich zusammen aus einem Kreisbogen und der Sehne.
Kreisausschnitt (Kreissektor)	Der Kreisausschnitt ist begrenzt durch zwei Radien und einen Kreisbogen. Seine Spitze ist der Mittelpunkt. Er ähnelt einem Tortenstück.
Tangente	Die Tangente berührt den Kreisbogen an exakt einer Stelle.
Sekante	Die Sekante schneidet den Kreisbogen in zwei Punkten.
Passante	Die Passante berührt den Kreis nicht und schneidet ihn auch nicht. Sie führt am Kreis vorbei.

Schneide nun aus dem zweiten Kreis einen *Kreisabschnitt* und einen *Kreisausschnitt* aus und klebe beide zu deinem Kreis ins Heft. Beschrifte die beiden Teile.

M 8 Alpha und Phi in der Mathematik – Winkel messen und bezeichnen

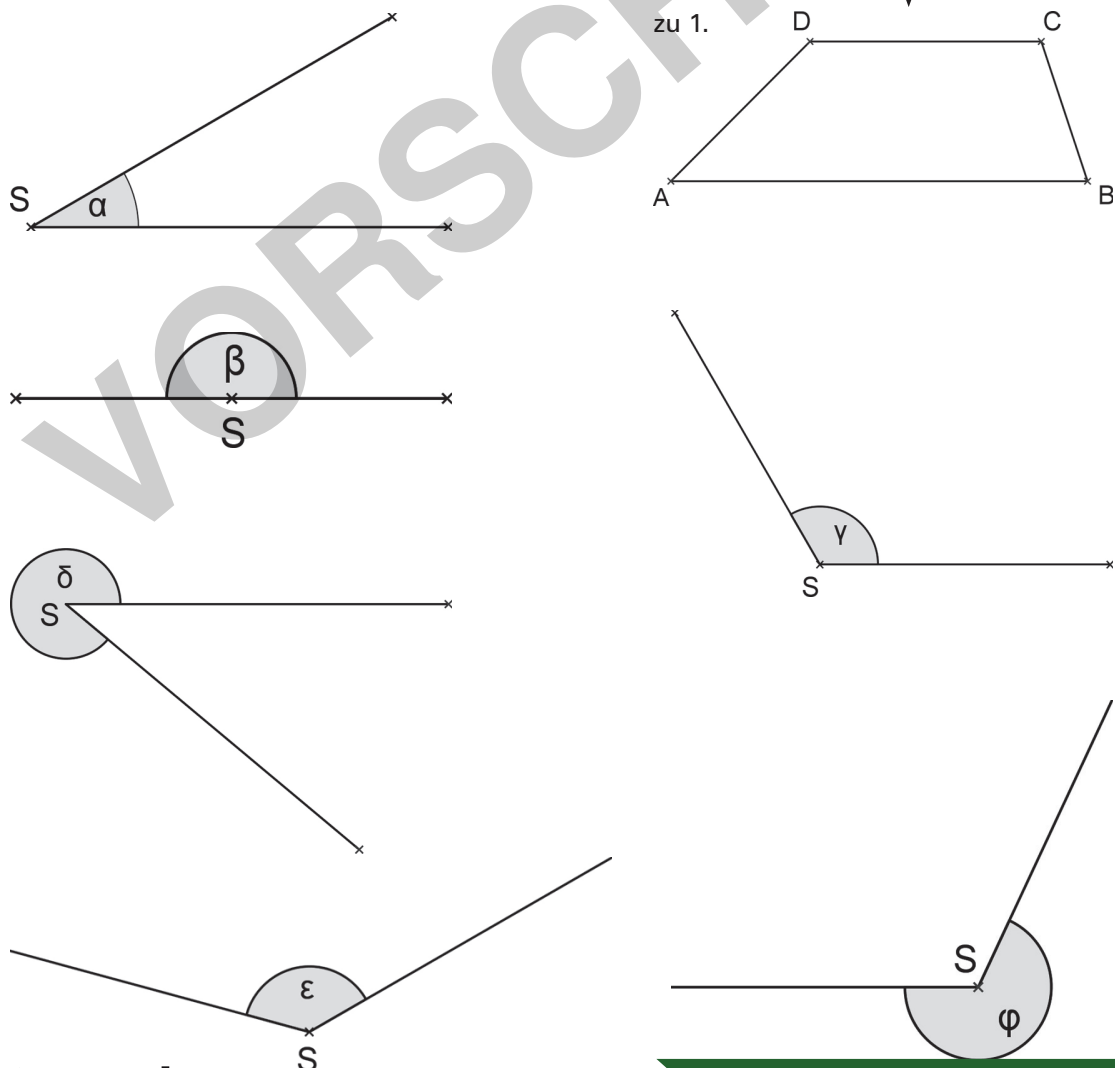
Willst du mehrere Winkel, beispielsweise in einer geometrischen Figur, benennen, benutzt du zur Unterscheidung verschiedene Bezeichnungen (nicht nur α).

Generell werden Winkel mit griechischen Buchstaben bezeichnet. Hier findest du eine kleine Übersicht über die wichtigsten griechischen Buchstaben, die du zur Benennung von Winkeln nutzen kannst.

α	Alpha	ε	Epsilon
β	Beta	η	Eta
γ	Gamma	φ	Phi
δ	Delta	λ	Lambda

Aufgaben

- Kennzeichne alle Winkel im Viereck mit einem Winkelbogen und einem griechischen Buchstaben.
 - Miss die Größe aller Winkel in dieser Figur.
Um welches spezielle Viereck handelt es sich?
- Gib die Größe der folgenden Winkel an:



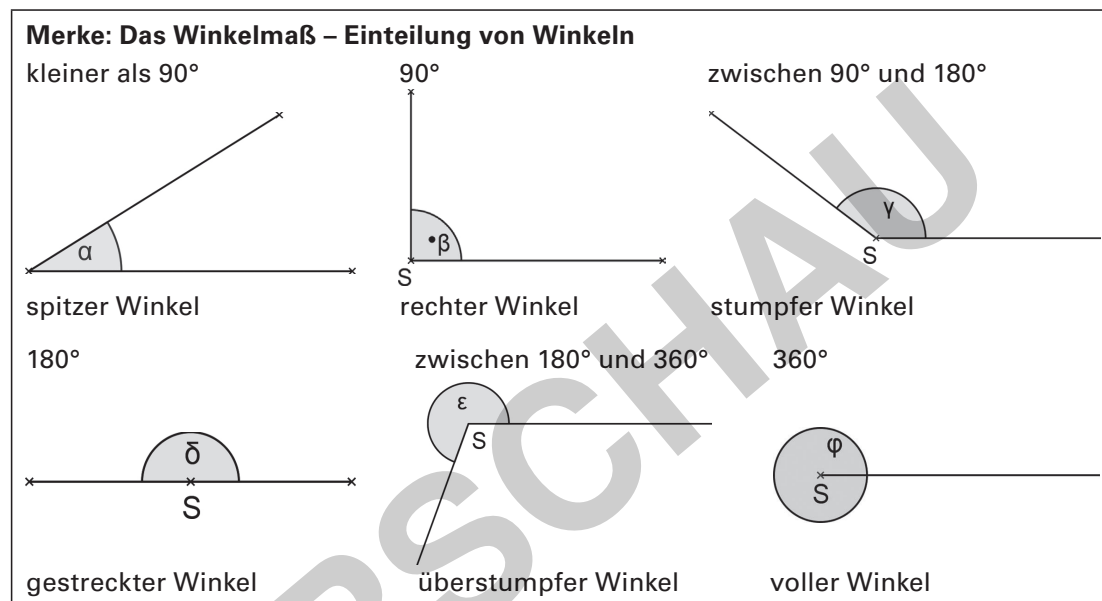
I/D

Reihe 41	Verlauf	Material S 10	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	------------------	-----	---------	----------

M 9 Verschiedene Arten von Winkeln – Winkel unterscheiden

Winkel können ganz unterschiedlich groß sein. Vergleiche einmal die Spitze deines Geodreiecks mit dem Mathebuch, das lotrecht im Regal steht. Erkennst du den Unterschied?

Wir unterscheiden Winkel, indem wir sie in Klassen einteilen. Folgende Übersicht zeigt dir, welche Arten von Winkeln es gibt.



Rätsel: Was ist gemeint?

In den folgenden Sätzen wird jeweils eine Winkelart beschrieben. Beantworte die Fragen und versuche, mithilfe der Beschreibung herauszufinden, um welche Art von Winkel es sich handelt. Ordne ihm eine Größe zu.

- Eine Kugel umfasst einen Winkel von _____ $^\circ$.
- Die Längs- und Querseite eines DIN-A4-Blattes bilden einen Winkel von _____ $^\circ$. Man sagt, die beiden Seiten stehen senkrecht zueinander und bilden einen _____ Winkel. Überprüfe, ob dein Blatt Papier richtig genormt ist.
- Eine in zwölf Teile zerschnittene Torte, aus der man zwei nebeneinanderliegende Stücke herausgenommen hat, umfasst dann noch einen _____ Winkel.
- Der Winkel gegenüber der Null deines Geodreiecks hat _____ $^\circ$. Es ist ein _____ Winkel.
- Die Spitze eines Kreisels bildet einen Winkel von circa 120° zur Straße. Wie nennt man einen solchen Winkel?
- Die Spitze eines angespitzten Bleistifts hat ungefähr einen Winkel von 25° zum Stift. Nimm deinen Bleistift zur Hand und überprüfe diese Aussage. Stimmt es? Um welchen Winkeltyp handelt es sich bei 25° ?
- Tina und Tom liegen im Urlaub am Strand. Die Sonne geht unter. Tom sagt zu Tina: „Die Sonne bildet mit dem Horizont einen Winkel von _____ $^\circ$.“

Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

M 1 Mittelpunkt, Radius und Durchmesser – einen Kreis beschreiben

Aufgaben

1. Städte, die vom Regentief betroffen sind: Schwerte, Hagen, Unna, Lünen, Castrop-Rauxel, Herne, Bochum, Witten, Kamen, Datteln, Dortmund.

2.

Merke

Der **Mittelpunkt** liegt in der Mitte des Kreises und wird mit M bezeichnet. Jede Strecke, die vom Mittelpunkt zum Rand des Kreises führt, ist **gleich** lang.

Der **Durchmesser** des Kreises geht durch den Mittelpunkt und durch zwei Punkte auf dem Kreis. Er wird mit d bezeichnet. Er teilt den Kreis in **zwei** gleich große Flächen.

Der **Radius** geht vom Mittelpunkt aus und reicht bis zum Rand des Kreises. Du bezeichnest ihn mit r. Er ist **halb** so lang wie der Durchmesser. Wenn du mit dem Zirkel einen Kreis zeichnest, stellst du den Radius mit dem Zirkel ein.

3. a)

Radius (r)	4 cm	5 cm	8 cm	2 dm	7 m	12 km
Durchmesser (d = 2r)	8 cm	10 cm	16 cm	40 cm	1400 cm	2 400 000 cm

b)

Durchmesser (d)	28 cm	45 cm	70 dm	11 m	350 km
Radius (r = d/2)	14 cm	22,5 cm	350 cm	550 cm	17 500 000 cm

M 2 Kreisstationen – Stationenlernen zum Kreis

Station 1

■ Halten Sie kreisförmige Gegenstände bereit und eventuell kariertes Papier. Lösung zu Aufgabe 3: siehe Abbildung.

