

Behalte den Durchblick – eine Einführung in die Potenzrechnung

Von Alessandro Totaro, Stuttgart



In diesem Beitrag lernen Ihre Schülerinnen und Schüler die drei Potenzgesetze kennen und wenden Ihr neu gewonnenes Wissen in alltagsnahen Sachaufgaben an.

Klasse	9/10
Dauer	6 Stunden
Inhalt	Grundbegriffe zur Potenzrechnung, Potenzgesetze, Umgang mit negativen Potenzen, Sachaufgaben
Kompetenzen	mathematische Probleme lösen (K2); mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	differenziertes Übungsmaterial, motivierende Anwendungen und spielerische Übungen

Didaktisch-methodische Hinweise

Der Umgang mit Potenzen bereitet vielen Schülerinnen und Schülern große Schwierigkeiten und ist bis zur Klassenstufe 10 eine wichtige **Grundfertigkeit**, die die Lernenden am besten bereits Anfang Klasse 9 festigen sollten.

Es ist von enormer Bedeutung, dass die Lernenden in der Anwendung von Rechengesetzen und im Umgang mit Potenzen Sicherheit gewinnen. Erst danach können Sie die nächste kognitive Stufe erreichen und diese Regeln bei Prüfungsaufgaben der „mittleren Reife“ anwenden. Dort wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler im Themenbereich „Trigonometrie“ Flächen- oder Rauminhalte mit Variablen angeben können. Dies kann jedoch nur erfolgreich gelingen, wenn die Lernenden die Potenzgesetze sicher beherrschen.

Um Potenzen berechnen zu können sind die folgenden Grundfertigkeiten eine wichtige Voraussetzung: das Unterscheiden von Basis und Exponent, die Anwendung der richtigen Rechenoperation und das Behalten des Überblicks bei komplexeren Aufgabenstellungen. Mithilfe dieser Unterrichtseinheit führen Sie die Potenzgesetze schülerorientiert ein und ihre Schülerinnen und Schüler festigen Ihr Wissen in den Aufgaben.

Um was geht es inhaltlich?

In dieser Übungseinheit erhalten die Schülerinnen und Schüler eine **Einführung im Umgang mit Potenzen**. Sie lernen wichtige Regeln und Gesetze, die bei Potenzen gelten kennen und wenden diese zeitnah an. Die **drei Potenzgesetze** sowie der Umgang mit **negativen Potenzen** werden eingeführt und gefestigt. Außerdem üben die Lernenden Potenzen im Kopf zu berechnen.

Die Übersetzung zwischen innermathematischer und außermathematischer Welt ist eine wichtige Fähigkeit, die auch geübt wird. Das mathematische Modellieren mithilfe von Potenzen kann dazu beitragen ein konkretes Problem zu lösen.

Die Rätselaufgaben behandeln das Thema schülermotivierend, da sie einen spielerischen Charakter haben.

Wie ist die Übungseinheit aufgebaut?

In der Stunde 1 geht es darum **das Grundverständnis zu Potenzen zu wiederholen**. Das **Memory (M 1)** motiviert die Schülerinnen und Schüler, da sie mithilfe des Spiels Grundbegriffe und einfache Potenzen zuordnen sollen und dabei ein Wettbewerbscharakter entsteht. **(M 1)**. Das **Tandem zu Potenzen (M 2)** dient dazu wichtiges Grundwissen zu stärken und zu wiederholen, denn die Lernenden haben sich bereits in den Klassenstufen 5 und 6 mit Potenzaufgaben befasst.

In der Stunde 2 erarbeiten die Schülerinnen und Schüler das **erste Potenzgesetz**. Anhand der **Arbeitsblätter (M 3 und M 4)** werden sie **kleinschrittig motiviert** die passende Regel herauszufinden und erste Grundaufgaben zu lösen.

In der Stunde 3 erarbeiten die Schülerinnen und Schüler das **zweite Potenzgesetz**. Auch hier hilft ihnen ein **kleinschrittiges Vorgehen** mithilfe der **Arbeitsblätter (M 5 und M 6)**.

Beim **Partnerarbeitsblatt (M 7)** erarbeiten die Schülerinnen und Schüler in der Stunde 4 im Team das **dritte Potenzgesetz**. Der **Tandembogen (M 8)** bietet den Lernenden eine gute Übungsmöglichkeit, um Potenzen als Brüche darzustellen. Hier kommen Potenzen mit negativer Hochzahl hinzu.

Auf einen Blick

Stunde 1 Basiswissen – Grundbegriffe und erstes Potenzgesetz

- M 1 (Sp) Memory zu den Grundbegriffen – Finde die passenden Paare
 M 2 (Pa) Tandembogen – Berechne die Potenzen im Kopf

Stunde 2 Erstes Potenzgesetz – Findest du die Regeln heraus?

- M 3 (Ab) Potenzen mit gleicher Basis multiplizieren – Finde die Regel
 M 4 (Ab) Potenzen mit gleicher Basis dividieren – Finde auch diese Regel

Stunde 3 Zweites Potenzgesetz – Findest du die Regeln heraus?

- M 5 (Ab) Potenzen mit gleicher Hochzahl multiplizieren – Finde die Regel
 M 6 (Ab) Potenzen mit gleicher Hochzahl dividieren – Finde auch diese Regel

Stunde 4 Drittes Potenzgesetz – Kommst du selbst drauf?

- M 7 (Pa) Potenzen potenzieren – Gemeinsam sind wir stark!
 M 8 (Pa) Tandembogen – Gib die Potenzen als Bruch an und umgekehrt

Stunde 5/6 Übungssalat – gemischte Übungen

- M 9 (Ab) Übungen zu Potenzen – Übe je nach Niveau
 M 10 (Ab) Sachaufgaben zu Potenzen – Löse diese Rätsel

Lernkontrolle

- M 11 (Lk) Fit für den Test? – Gemischte Aufgaben zum Umgang mit Potenzen

Zusatzmaterial

- M 12 (Bv) Memokarte - Spickzettel zum Thema „Potenzen“

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt, Bv: Bastelvorlage, Lk: Lernerfolgskontrolle, Pa: Partnerarbeit, Sp: Spiel

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für 3 Stunden als Stationenarbeit.

Folgende Materialien eignen sich dafür:

Station 1: Memory zu Grundbegriffen – Finde die passenden Paare	M 1
Station 2: Potenzen potenzieren – Gemeinsam sind wir stark!	M 7
Station 3: Übungen zu Potenzen – Übe je nach Niveau	M 9
Station 4: Sachaufgaben zu Potenzen – Löse diese Rätsel	M 10

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 22.

Memory zu den Grundbegriffen – Finde passende Paare!

M 1

Aufgabe

Schneide zuerst die einzelnen Kärtchen aus.

Welche Karten passen zusammen? Ordne die Paare zu, indem du Memory spielst.

Du kannst das Spiel mit einem oder zwei Mitschülern spielen. Klebe nach dem Spiel die Karten geordnet in dein Heft, um einen Überblick zu den Grundbegriffen der Potenzen zu erhalten.

Viel Spaß beim Suchen der Paare!	$a^1 =$	$a^0 =$	a^8 ist immer...	$3^3 =$
a^2 ist eine...	Bei 3^x ist x ...	Bei x^4 ist x ...	$(-2)^4 =$	$5^2 =$
1	$(-2)^3 =$	a	+16	$(10)^3 =$
Quadrat-zahl	... die Basis	...der Exponent	$5 \cdot 5$	$3 \cdot 3 \cdot 3$
1000	positiv	-8	$11^2 =$	121

M 2 Tandembogen – Berechne die Potenzen im Kopf

So geht's

1. Suche dir einen Partner. Faltet das Arbeitsblatt entlang der Mittellinie.
2. Partner B beginnt, löst die erste Aufgabe und nennt sein Ergebnis. Partner A kontrolliert das Ergebnis (grau) auf seiner Seite. Dann löst Partner A seine erste Aufgabe usw.



Helft euch gegenseitig.

PARTNER A	PARTNER B
<i>Löse die Aufgaben im Kopf! Überprüfe, ob die angegebene Lösung richtig ist</i>	<i>Löse die Aufgaben im Kopf! Überprüfe, ob die angegebene Lösung richtig ist</i>
<u>81</u>	3^4
2^5	<u>32</u>
<u>10000</u>	10^4
5^3	<u>125</u>
<u>64</u>	4^3
3^3	<u>27</u>
<u>16</u>	2^4
2^3	<u>8</u>
<u>625</u>	5^4
6^3	<u>216</u>

Potenzen mit gleicher Basis dividieren – Finde auch diese Regel

M 4

Bei der Division von Potenzen mit gleicher Basis kannst du die Divisionsaufgabe als Bruch darstellen und kürzen. Versuche dies und rechne die Beispiele zu Ende. Findest du die Regel?

Beispiele:

<p>1. $3^5 : 3^3$</p> <p>=</p> <p>=</p>	<p>2. $2^5 : 2^2$</p> <p>=</p> <p>=</p>
--	--

Formuliere nun die Regel:

ERSTES POTENZGESETZ:

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man

Aufgabe 1

a) $2^8 : 2^3 =$

b) $10^{10} : 10^7 =$

c) $5^4 : 5^1 =$

d) $2^8 : 2^2 =$

Aufgabe 2

a) $x^{10} : x^8 =$

b) $y^4 : y =$

c) $x^{22} : x^{13} =$

d) $x^9 : x^7 =$

Aufgabe 3

a) $x^8 : x^{10} =$

b) $x^2 : x^{20} =$

c) $y^{-2} : y^{-8} =$

d) $x^{-3} : x^5 =$

Aufgabe 4

a) $3^x : 3^5 =$

b) $2^a : 2^7 =$

c) $3^{-4} : 3^x =$

d) $4^x : 4^b =$

Hinweise (M 4)

Auch dieses Arbeitsblatt dient zur Einführung des **ersten Potenzgesetzes**.

Die Lernenden erarbeiten hier anhand zwei eindeutiger Beispiele das erste Potenzgesetz. Dabei werden die **Potenzen mit gleicher Basis dividiert**.

Um die neue Regel zu erarbeiten, ist es wichtig, dass die Lernenden wissen, welche Regeln beim Rechnen mit Brüchen gelten. Weisen Sie Lernende mit Schwierigkeiten daraufhin, dass man bei Brüchen kürzen kann. Auch hier trainieren die Lernenden anhand von Grundaufgaben. Die Hochzahl wird zu einer Variablen oder zu einer negativen Zahl. Hierbei ist wichtig, dass die Lernenden darauf hingewiesen werden, dass sich das Vorzeichen bei Minusklammern ändert. Dividiert man durch eine Potenz mit negativer Hochzahl muss dieses Vorwissen aktiviert werden, um die Aufgabe erfolgreich lösen zu können.

Hinweise (M 5)

Dieses Arbeitsblatt dient zur Einführung des **zweiten Potenzgesetzes**.

Die Lernenden erarbeiten hier anhand zwei eindeutiger Beispiele das zweite Potenzgesetz. Dabei werden die **Potenzen mit gleicher Hochzahl multipliziert**.

Um die neue Regel zu erarbeiten, ist es wichtig, dass die Lernenden üben mit dem Taschenrechner **systematisch zu probieren**. Man kann die Potenzen mit dem Rechner leicht berechnen. Um jedoch die Regel herauszufinden, müssen die Schülerinnen und Schüler das Ergebnis als Potenz darstellen. Erst wenn es ihnen gelingt das Ergebnis mit dem gleichen Exponenten wie die Ausgangsrechnung darzustellen, ist die Gesetzmäßigkeit erkennbar.

Um dieses neue Gesetz zu verinnerlichen ist es wichtig Basisaufgaben zu berechnen, so dass durch automatisierendes Lernen die Regel sicher beherrscht wird.

Hinweise (M 6)

Auch dieses Arbeitsblatt dient zur Einführung des **zweiten Potenzgesetzes**.

Die Lernenden erarbeiten hier anhand zwei eindeutiger Beispiele das zweite Potenzgesetz. Dabei werden die **Potenzen mit gleicher Hochzahl dividiert**.

Um diese Regel zu erarbeiten, ist es wichtig, dass die Lernenden wieder mit dem Taschenrechner **systematisch probieren**. Man kann die Potenzen mit dem Rechner leicht berechnen. Um jedoch die Regel herauszufinden, müssen die Schülerinnen und Schüler das Ergebnis als Potenz darstellen. Erst wenn es ihnen gelingt das Ergebnis mit dem gleichen Exponenten wie die Ausgangsrechnung darzustellen, können sie verstehen, wie die Regel funktioniert.

Auch hier ist es wichtig, dass die Lernenden einfache Aufgaben lösen, um ihre Basisfertigkeiten zu stärken.

M 9 Übungen zu Potenzen – Übe je nach Niveau

So geht's

1. Wähle eine der drei Niveaustufen und löse die Aufgaben.
2. Vergleiche deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.

Niveaustufe A (◀)

Aufgabe 1

Schreibe das Ergebnis als Potenz.

- | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------------|----------------------|
| a) $x^5 \cdot x^7$ | b) $x^{-3} \cdot x^{12}$ | c) $3^4 \cdot 5^4$ | d) $x^4 : x^{15}$ |
| e) $100^5 \cdot 2^5$ | f) $25^{-3} \cdot 5^{-3}$ | g) $(3^4)^2$ | h) $y^{-4} : y^{-9}$ |

Aufgabe 2

Ergänze das Potenzgesetz:

Zwei Potenzen mit gleicher Basiszahl werden multipliziert, indem man _____

Niveaustufe B (★★)

Aufgabe

Schreibe das Ergebnis als Potenz.

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| a) $x^{a+5} \cdot x^{a+7}$ | b) $x^{b-3} \cdot x^{12}$ | c) $3^4 \cdot (x+2)^4$ |
| d) $x^4 : x^{x-15}$ | e) $100^5 \cdot (2-x)^5$ | f) $(25x^2)^{-3} : (-5x^2)^{-3}$ |

Niveaustufe C (★★★)

Aufgabe

Schreibe das Ergebnis als Potenz.

- | | | |
|--|---|---|
| a) $(x^2)^{3a-7} \cdot x^{-a+7}$ | b) $(x^3)^{b-5} : x^{12-b}$ | c) $(x+2)^2 \cdot (x+2)^{a-2}$ |
| d) $\frac{(-21)^2}{(-7)^2} \cdot (3^3)^{-1+x}$ | e) $\frac{x \cdot x^{-10}}{x^{-20}} \cdot (x^2)^{-8}$ | f) $\frac{(a^3)^{2z-1} \cdot a^{3+z}}{a^{10z+8}}$ |

Lösungen

Lösung (M 1)

$a^1 =$	a	Bei 3^x ist xder Exponent
$a^0 =$	1	Bei x^4 ist x die Basis
$(-2)^4 =$	-8	a^2 ist eine...	Quadrat- zahl
$(10)^3 =$	1000	$(-2)^4 =$	+16
a^8 ist immer...	...positiv	$11^2 =$	121
$3^3 =$	$3 \cdot 3 \cdot 3$	$5^2 =$	$5 \cdot 5$

Lösung (M 2)

Die Lösung ist jeweils beim Tandempartner.

Lösung (M 3)

Beispiele:

$$\begin{aligned} 1. \quad & 3^2 \cdot 3^7 \\ & = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ & = 3^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & 5^3 \cdot 5^2 \\ & = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ & = 5^5 \end{aligned}$$

Formuliere nun die Regel:

ERSTES POTENZGESETZ:

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Basis beibehält und die Hochzahlen addiert.

Aufgabe 1

- a) 2^9 b) 3^{10} c) 10^9 d) 9^{14}

Aufgabe 2

- a) x^{12} b) x^{13} c) y^{10} d) y^{23}

Aufgabe 3

- a) x^3 b) y^{-2} c) x^{-5} d) y^{-13}

Aufgabe 4

- a) 3^{x+2} b) 2^{v+5} c) 2^{-2+x} d) 4^{x+a}

Lösung (M 4)

Beispiele:

$\begin{aligned} 1. \quad & 3^5 : 3^3 \\ & = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3} \\ & = 3^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 2. \quad & 2^5 : 2^2 \\ & = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} \\ & = 2^3 \end{aligned}$
--	--

Formuliere nun die Regel:

ERSTES POTENZGESETZ:

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basis beibehält und die Hochzahlen subtrahiert.

Aufgabe 1

- a) 2^5 b) 10^3 c) 5^3 d) 2^6

Aufgabe 2

- a) x^2 b) y^3 c) x^9 d) x^2

Aufgabe 3

- a) x^{-2} b) x^{-18} c) y^6 d) x^{-8}

Aufgabe 4

- a) 3^{x-5} b) 2^{a-7} c) 3^{-4-x} d) 4^{x-b}

VORSCHAU