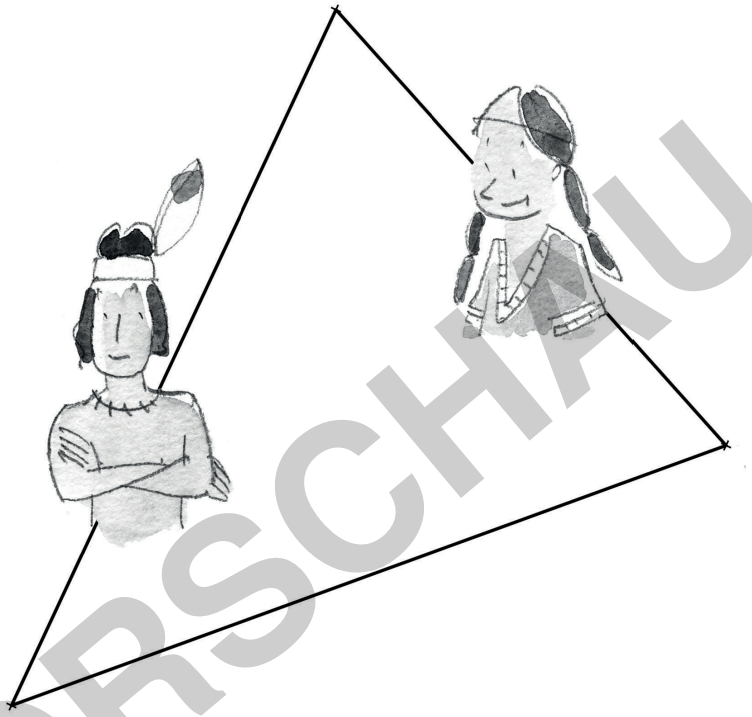
Zu Besuch bei den Indianern – Dreiecke und ihre Eigenschaften

Von Dr. Christina Collet, Mainz



Ihre Schülerinnen und Schüler üben mit diesen Aufgaben den Umgang mit geometrischen Konstruktionen ein.

VORSCHAU

Klasse	9-10
Dauer	8 Stunden
Inhalt	Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden, Höhen und Seitenhalbierenden am Dreieck; deren Schnittpunkte; Umkreis
Kompetenzen	mathematische Probleme lösen (K2); mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	binnendifferenziertes Material, Beweispuzzles und Farbfolie

netzwerk lernen

zur Vollversion

Didaktisch-methodische Hinweise

Diese Unterrichtsreihe verfolgt einen ganzheitlichen Ansatz. Das Thema *Besondere Linien am Dreieck* eignet sich sehr gut zur ganzheitlichen Förderung der Schülerinnen und Schüler. Geometrische Konstrukte wie Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden, Höhen und Seitenhalbierenden am Dreieck, ihre Schnittpunkte, Umkreis und Inkreis erschließen sich den Lernenden auf **visuellem Wege**.

Der Kontext Jahrmarkt bei den Cherokee motiviert die Schülerinnen und Schüler. Die Vorstellungsübung macht die Mittelsenkrechten erfahrbar. Mithilfe eines Dreieckmodells, das man in die Hand nehmen kann, stellen die Lernenden die Bewegung der drei Freunde auf der Wiese nach. Bestimmte Linien am Dreieck exakt zu konstruieren, ist eine intellektuelle Leistung. Diese Leistung ist hier eingebunden in einen Kontext aus Erfahren, Entdecken, Erforschen und Handeln.

Aufbau dieser Unterrichtsreihe

Die Unterrichtsreihe besteht aus zwei Einheiten:

– Die Mittelsenkrechten in einer Vorstellungsübung visualisieren und erkunden (M 1 und M 2); Geschichte zu den Cherokee mit der Konstruktion der Mittelsenkrechten (M 3); Beweispuzzle (M 4) und Expertenaufgabe zur Konstruktion des Umkreises (M 5)

– Lerntheke: Die Winkelhalbierenden im Dreieck (inklusive Beweispuzzle und Aufgabe zur Konstruktion des Inkreises, M 5 bis M 8); binnendifferenziertes Material zu den Höhen im Dreieck (M 10 und M 11) und zu den Seitenhalbierenden (M 12)

So setzen Sie den Beitrag ein

Vorstellungsübung zu den Mittelsenkrechten am Dreieck (M 1 und M 2)

Als Einstieg lesen Sie den Schülerinnen und Schülern den Text der Vorstellungsübung vor (M 1). Dabei haben die Lernenden die Augen geschlossen. Der Text regt die Bildung individueller Gedanken an. Schließen Sie die Phase des Vorstellens durch zwei Fragen ab, eine mathematische Frage („Wo befindet sich der Punkt, an dem sich die Fußspuren der drei Freunde kreuzen?“) und eine allgemeine Frage („Welche Vorstellungen hast du im Laufe der Übung aufgebaut?“).

Die Schülerinnen und Schüler erhalten circa 2 Minuten Zeit, sich mit diesen Fragen zu beschäftigen, während sie weiterhin die Augen geschlossen halten. Da die Vorstellungsübung als Auftakt der Unterrichtseinheit dient, lassen Sie die Lernenden ihre Vermutungen zu den Fragen schriftlich im Heft fixieren. Sie sollen in dieser Phase nicht miteinander reden. Nach circa 5 Minuten tauschen sich die Schülerinnen und Schüler aus. Sie schildern dabei ihre Gedanken zu den drei Freunden und den Spuren im Schnee. Beurteilen Sie sie nicht. Es geht vielmehr um eine angstfreie und produktive Weiterentwicklung der Ideen.

Der Erkundungsauftrag zu den Mittelsenkrechten (M 2) greift die in der Übung entwickelten Vorstellungen auf und entwickelt sie weiter. Sie geben Ihren Schülerinnen und Schülern hier Gelegenheit, die in der Vorstellungsübung beschriebene Situation in Gruppenarbeit (4 bis 6 Schülerinnen und Schüler) nachzustellen. Den Begriff Mittelsenkrechte benennen die Schülerinnen und Schüler selbst. Damit alle wissen, was zu tun ist, ist es sinnvoll, ihnen den Arbeitsauftrag und den Einsatz der Materialien (Dreieck, Korkplatte, Gummiringe, Pinnwandnadeln) zu erklären.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

Die intuitive Vorstellung in eine analytische Vorgehensweise überführen

Zur Präzisierung der Vorstellungen setzen Sie die Materialien M 3 bis M 5 ein. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler ihre Vorstellung von den Mittelsenkrechten auf einen anderen Kontext übertragen und ihre Vorgehensweise in der Sprache der Mathematik formulieren. Die Beantwortung der Frage, welcher Punkt von Tahlequah (T), Dorf A und Dorf B gleich weit entfernt ist, setzt voraus, dass man den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten konstruieren kann und weiß, dass dieser Punkt Mittelpunkt des Umkreises ist. Der Mittelpunkt des Umkreises ist von T, A und B gleich weit entfernt.

Das Konstruieren der Mittelsenkrechten mit Zirkel und Lineal ist neu für die Schülerinnen und Schüler. Sie sollen es möglichst eigenständig entdecken. Das gelingt, wenn Sie nach circa 10 Minuten erste tragfähige Lösungsideen im Plenum sammeln. Lassen Sie die Lernenden dann mit den Tipps an der Lösung des Problems weiterarbeiten. Mit dieser Vorgehensweise sichern Sie das Ausgangsniveau zum Thema Mittelsenkrechten für alle Schülerinnen und Schüler gemeinsam, bevor es in die offene Unterrichtsphase der Lerntheke geht.

Zu dem Indianerstamm der Cherokee finden Sie Informationen in der **Mediothek** auf der 38. CD.

Die Argumentationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler fördern Sie durch zwei Beweispuzzle (M 4 zu den Mittelsenkrechten und M 9 zu den Winkelhalbierenden). Hier muss man jeder Feststellung zunächst die passende Begründung zuordnen und die Sätze dann in die richtige Reihenfolge bringen. Den Beweis, dass sich auch die Höhen in einem Punkt schneiden müssen (M 11), entwickeln die Lernenden anhand einer Zeichnung.

Lerntheke zu den besonderen Linien am Dreieck

An der Lerntheke entdecken die Schülerinnen und Schüler die anderen besonderen Linien am Dreieck und lernen, sie zu konstruieren.

Geben Sie den Lernenden vorab eine Orientierungshilfe zum Ablauf. Erklären Sie ihnen das Material, die Arbeitsaufträge und die **Idee des Passes** (Vorlage auf 38. CD) sowie der **Übersicht** (Vorlage auch auf 38. CD). Optisch trennen Sie die Arbeitsaufträge voneinander, indem Sie die Blätter auf unterschiedlich farbigem Papier ausdrucken.

Die Übersicht hängen Sie an die Tafel. Die Schülerinnen und Schüler haken die von ihnen bearbeiteten Materialien ab. Vorteil dieser Methode ist, dass einerseits Sie einen Überblick über den aktuellen Leistungsstand der Lernenden haben und andererseits die Schülerinnen und Schüler selbst wissen, wo sie im Vergleich zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern stehen.

Der Pass ist als individuelle Übersicht gedacht. Die Lernenden kleben ihn in ihr Lerntagebuch ein. Wenn eine Schülerin oder ein Schüler eine oder mehrere Materialien bearbeitet hat, lässt sie oder er sich diese von Ihnen abzeichnen. Die Schülerinnen und Schüler kontrollieren ihre Lösungen selbstständig. Legen Sie entsprechende Lösungsblätter am Lehrerpult aus.

In der ersten Doppelstunde lassen Sie alle Lernenden Materialien zu den Winkelhalbierenden (M 6 bis M 9) bearbeiten. Fassen Sie am Ende der Doppelstunde die Ergebnisse zusammen. So stellen Sie sicher, dass alle die Konstruktion der Winkelhalbierenden verstanden haben. Erst in den beiden folgenden Stunden erarbeiten sich die Schülerinnen und Schüler das Thema Höhen und Seitenhalbierenden am Dreieck (M 10 bis M 12). Die Materialien der Lerntheke regen eine schülerorientierte Auseinandersetzung mit den besonderen Linien am Dreieck an.

Zu allen Arbeitsaufträgen gibt es Info-Texte (I 1 bis I 6). Die meisten Arbeitsblätter sind für die Einzelarbeit gedacht. Die Beweispuzzle (M 4 und M 9) eignen sich für die Partnerarbeit. M 5 und M 11 sind Zusatzmaterialien für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler.

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Auf einen Blick

Stunde 1–3 Einstieg: Die Mittelsenkrechten

M 1 (Ab) Die Mittelsenkrechten im Dreieck – eine Vorstellungsübung
M 2 (Ab) Zur Vorstellungsübung: die Mittelsenkrechten erkunden
M 3 (Ab) O si yo! Bodaway da wa' toi a!
M 4 (Pz) Ein Beweispuzzle zu den Mittelsenkrechten lösen
M 5 (Ab) Für Experten: Das Zirkuszelt aufbauen

Stunde 4–5 Lerntheke zu den Winkelhalbierenden

M 6 (Ab) Die Geschwister beraten – die Winkelhalbierenden entdecken
M 7 (Fo) Darts spielen – die Winkelhalbierenden konstruieren
M 8 (Ab) Für Tüftler – den Inkreis konstruieren
M 9 (Ab) Wo schneiden sich die Winkelhalbierenden? – Ein Beweispuzzle lösen

Stunde 5–6 Lerntheke zu den Höhen und Seitenhalbierenden

M 10 (Ab) Der Freefall-Tower – die Höhen im Dreieck konstruieren
M 11 (Ab) Für Experten: Ein Beweis zum Schnittpunkt der Höhen
M 12 (Ab) Tische der besonderen Art – die Seitenhalbierenden konstruieren

Infotexte zu den einzelnen Materialien

M 13 (I 1) Die Mittelsenkrechten (zu M 1 bis M 5)
(I 2) Die Winkelhalbierenden (zu M 6 bis M 9)
(I 3) Der Umkreis (zu M 5)
(I 4) Der Inkreis (zu M 8)
(I 5) Die Höhen (zu M 10 und M 11)
(I 6) Die Seitenhalbierenden (zu M 12)

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt, **I:** Infotext, **Pz:** Puzzle

Zusatzmaterial auf CD 38

Checkliste.doc, Cherokee-Indianer_Links.doc, Lerntagebuch.doc, Mediothek.doc, Stationenpass.doc, Stationsuebersicht.doc, Beweisvorlagen.doc

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Die beiden Einheiten lassen sich unabhängig voneinander einsetzen und grundsätzlich auch in verkürzter Form realisieren. Lassen Sie dann die Zusatzaufgaben für Experten weg.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 24.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

Die Mittelsenkrechten im Dreieck – eine Vorstellungsübung M 1

Lesen Sie Ihrer Lerngruppe den folgenden Text vor. Sprechen Sie ruhig und gelassen und machen Sie genügend Pausen zum Atmen.

Phase 1: Individuelle Vorstellungen aufbauen

Stelle dir eine große, ebene Wiese vor. Auf dieser Wiese hat ein Bauer in einiger Entfernung voneinander drei Pflöcke in den Boden geschlagen. Sie begrenzen ein allgemeines Dreieck, also ein Dreieck, das keinerlei Besonderheiten (wie einen rechten Winkel oder gleich lange Schenkel) aufweist. Zwischen den Pflöcken sind drei lange Gummibänder gespannt, die jeweils die Ecken des Dreiecks miteinander verbinden.

Fußspuren im Schnee Foto: Pixelio

Es ist Winter. Einige Zentimeter Schnee bedecken den Boden. Deine drei Freunde stehen auf der Mitte der Dreiecksseiten und schauen sich an. Du siehst sie von oben. Langsam bewegen sie sich senkrecht zu ihrer jeweiligen Seite nach vorn. Ihr Gummiband halten sie fest in der Hand und dehnen es zur Mitte des Dreiecks hin.

Von oben kannst du ihre Fußspuren im Schnee erkennen. Die drei Freunde treffen sich in einem Punkt. Wo befindet sich dieser Punkt?

Konzentriere dich noch einen Moment mit geschlossenen Augen auf deine Vorstellung.

Öffne dann deine Augen.

Phase des Verschriftlichens: Dokumentation der individuellen Vorstellungen

a) Wo befindet sich der Punkt, an dem sich die Fußspuren der drei Freunde treffen? Was kannst du über die Länge der Gummibänder an diesem Punkt aussagen?

   Beschreibe deine Vermutungen und fertige eine Skizze an.

b) Schreibe alle deine Vorstellungen – Bilder und Handlungen –, die du im Verlauf der Übung hattest, in dein Heft, ohne dabei mit dem Nachbarn zu reden. Hierfür hast du circa 5 Minuten Zeit.

c) Welche deiner Vorstellungen aus b) waren im Hinblick auf deine Vermutung aus a) nützlich? Welche waren eher hinderlich?

Phase der Besprechung und Reflexion

Entwickle deine Vorstellungen im Gespräch mit der Gruppe weiter. Berichte von deinen Eindrücken und Schwierigkeiten. Trage deine Vorstellungen dann im Plenum vor. Niemand beurteilt dich.

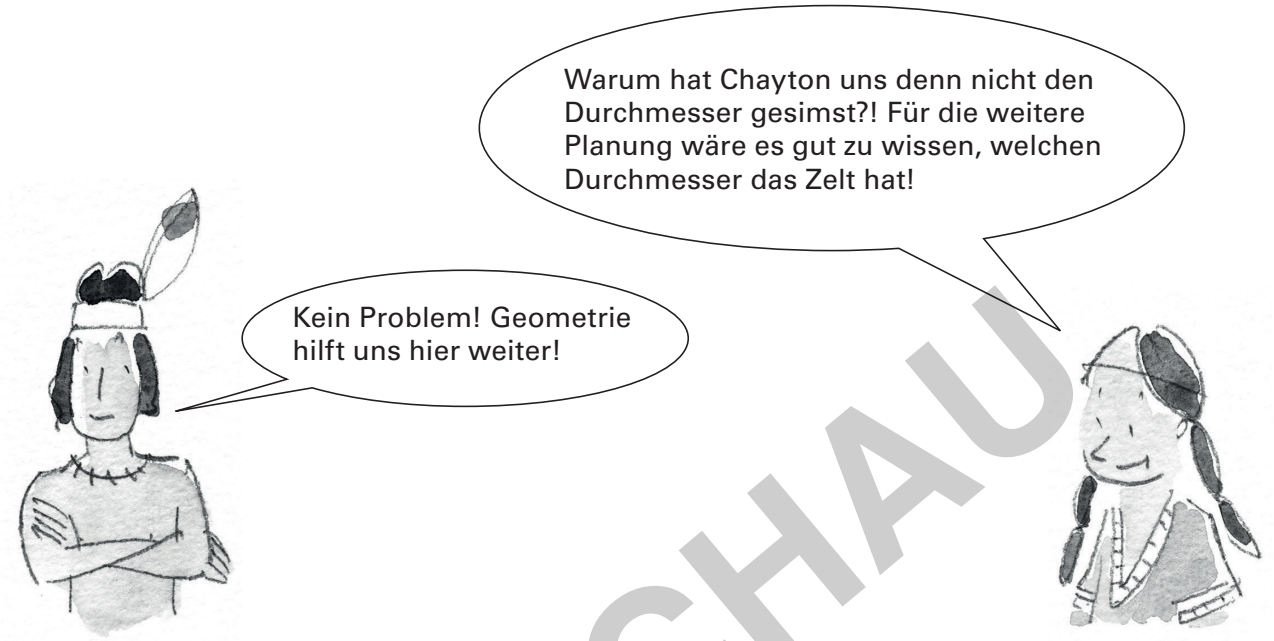
Tipp Der Begriff *Mittelsenkrechte* hilft dir weiter.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

M 5 Für Experten: Das Zirkuszelt aufbauen ☆☆

Chaska erhält per SMS von Chayton nur die Koordinaten von drei Punkten (Längenangaben in m), an denen lange Heringe in den Boden gerammt werden sollen, um das kreisrunde Zirkuszelt zu befestigen: A (10|10), B(60|30) und C(10|50).



Aufgabe

Bestimme den Durchmesser des Zirkuszeltes, indem du in dein Heft ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C im Maßstab 1 : 1000 zeichnest. Wende dann deine Kenntnisse über Mittelsenkrechten an.

Tipp Lies Info-Text I 3 zum Thema *Der Umkreis*.

	Zeichnung	Wirklichkeit
	1 cm	1000 cm (10 m)
A	(1|1)	(10|10)
B		(60|30)
C		(10|50)
Durch-messer	_____ cm	_____ cm

Foto: Pixelio

Zirkuszelt

Foto: Pixelio

Fertig? Kontrolliere deine Lösung!

Der Steinadler ist den Indianern heilig.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

M 7 Darts spielen – die Winkelhalbierenden konstruieren

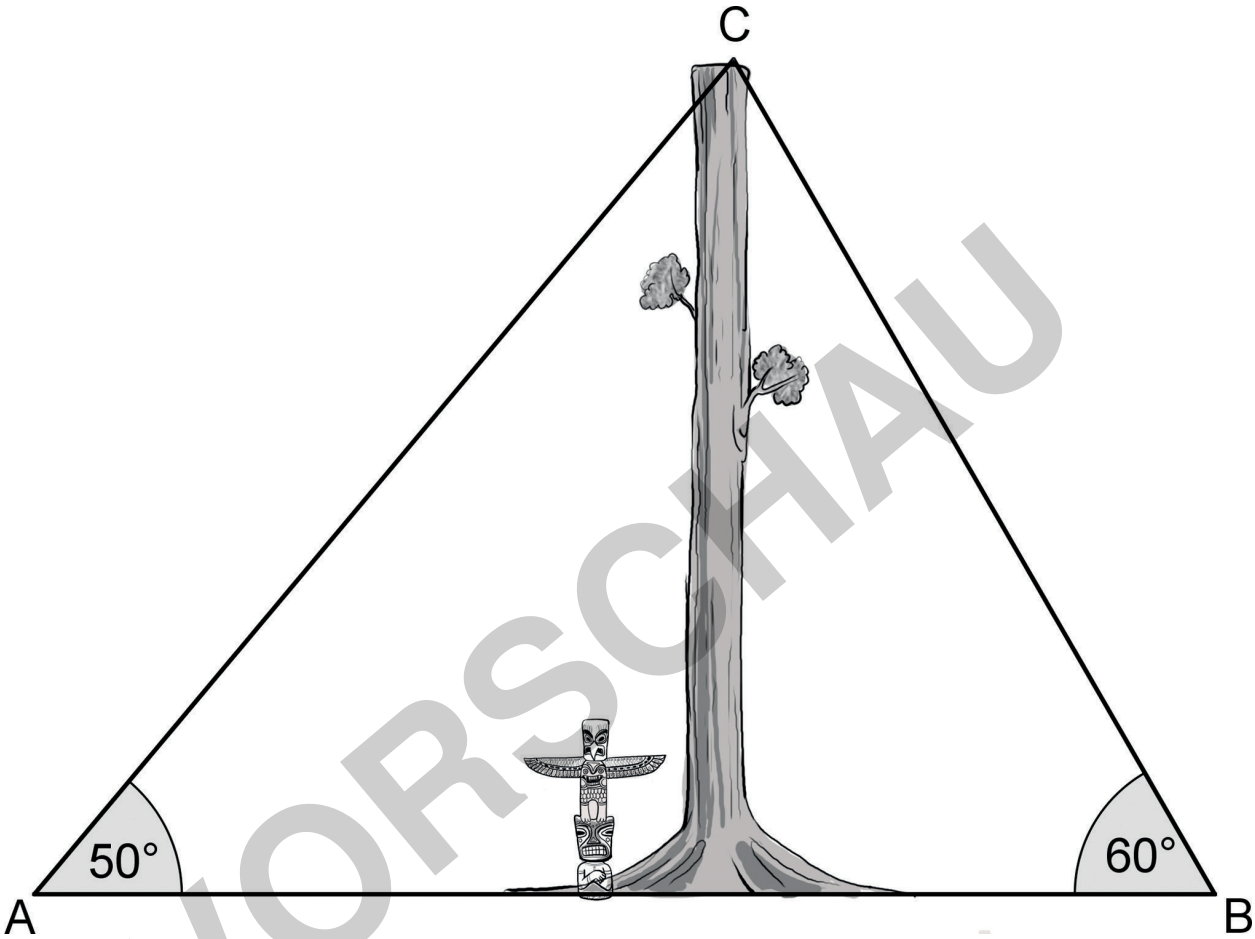
VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

M 10 Der Freefall-Tower – die Höhen im Dreieck konstruieren ☆

Die Cherokee wollen einen alten, jedoch sehr stabilen Baumstamm zu einem Freefall-Tower umfunktionieren. Hierzu ist es wichtig, dessen Höhe zu kennen.

Die Baumspitze (C) wird daher mit einem Winkelmessgerät von A und von B aus angepeilt. Die gemessenen Winkel α und β betragen: $\alpha = 50°$ und $\beta = 60°$. Die Entfernung der beiden Punkte A und B beträgt 80 m.



VORSCHAU

Aufgabe

a) Konstruiere das Dreieck im Maßstab 1 : 1000 in dein Heft. Miss die Höhe des Baumstammes.

b) Fülle die Tabelle aus.

	Zeichnung	Wirklichkeit
	1 cm	1000 cm (10 m)
$\overline{AB}$		
Höhe des Towers	_____ cm	_____ cm

c) Welchen Winkel bildet die Strecke h mit der Seite $\overline{AB}$?

netzwerk lernen
zur Vollversion

Hinweise (M 2)

Für jede Gruppe sollten Sie folgende Materialien bereitstellen:

1 Korkplatte (Pinnwand), 1 Dreieck aus Papier (möglichst nicht gleichschenklig), 3 Pinnwandnadeln mit dicken Köpfen und 1 leicht dehnbaren Gummiring, den die Schülerinnen und Schüler jeweils zwischen zwei Pinnwandnadeln spannen.

Gehen Sie vorab mit Ihren Schülerinnen und Schülern den Arbeitsauftrag durch, sodass alle wissen, was zu tun ist.

Hinweise (M 12)

Als Ergänzung zu diesem Arbeitsblatt fertigt ihr ein Dreieck aus Holz viermal an. Halbieren Sie drei dieser Holzdreiecke jeweils entlang den Seitenhalbierenden. Die Schülerinnen und Schüler wiegen diese entstandenen Seitenhälften und stellen fest, dass die Seitenhälften gleich schwer sind.

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion