Inhaltsverzeichnis

Vorwort 4

1. Einleitung 5

2. Das sollten Sie wissen – Grundlagen kompakt 8

2.1 „Denkendes Rechnen“ – auch für Kinder mit Rechenschwierigkeiten! 8

2.2 Additive Grundaufgaben und Zahlendreiecke 10

2.3 Prozedurales und konzeptuelles Wissen 13

2.4 Warum ist es so schwierig, die additiven Grundaufgaben auswendig zu lernen? 16

2.5 Kinder mit Rechenschwierigkeiten denken häufig konkret und handlungsbezogen 18

2.6 Was brauchen Kinder mit Rechenschwierigkeiten? 21

3. Wo anfangen? – Diagnostische Aufgaben und Testverfahren 23

3.1 Diagnostische Aufgabe 1: Gegenstände strukturiert legen 24

3.2 Diagnostische Aufgabe 2: Addieren und Subtrahieren in der Vorstellung 25

3.3 Diagnostische Aufgabe 3: Punktebilder auf einen Blick erfassen 26

3.4 Diagnostische Aufgabe 4: Zu einer Zahl eine Aufgabe finden 29

3.5 Testverfahren zur Erfassung von Rechenschwierigkeiten 30

4. Zahlzerlegung: 24 Übungen und zwei Spiele 32

4.1 Übungen mit der Box zum Abdecken 33

4.2 Übungen mit Fingerbildern 42

4.3 Zahlen als unstrukturierte und strukturierte Punktebilder 52

4.4 Würfelbilder und Dominobilder 63

4.5 Punktebilder mit 2er-Bündelung 73

4.6 Punktebilder mit 5er-Bündelung 81

4.7 Übungen mit dem Zahlendreieck 93

4.8 Der Schatz auf der Insel (Spiel) 101

4.9 Riesenrad (Spiel) 103

5. Das Einspluseins erfolgreich üben 105

5.1 Kernaufgaben 106

5.2 Zahlenraum bis 10 108

5.3 Anschauungs- und Darstellungsmittel 111

5.4 Vernetzung der Repräsentationsebenen 113

5.5 Sprachliche Begleitung 116

5.6 Zwei Übungsformate für Kernaufgaben und ihre Nachbaraufgaben 117

Blankovorlagen 122

B1: leeres 10er-Feld 122

B2: leeres 5er-Feld 123

B3: leeres Zahlendreieck 124

Glossar 125

Literatur 128

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Vorwort

Schon bei den Schulanfängern fällt auf: Einige Kinder haben besondere Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens. Ihnen fehlt das intuitive Verständnis für die Welt der Zahlen, ihr ↑Zahlensinn scheint wenig entwickelt. Damit sie erfolgreich am Mathematikunterricht teilnehmen können, brauchen diese Kinder pädagogische und manchmal auch lerntherapeutische Hilfen, und zwar von Anfang an. Dies gilt für Kinder, die aufgrund einer Beeinträchtigung oder einer Behinderung eine besondere Förderung brauchen ebenso wie für Kinder, die „nur" beim Erlernen des Rechnens besondere Schwierigkeiten haben.

Im März 2009 wurde die Behindertenrechtskonvention der Vereinten Nation in Deutschland verbindliche Rechtsgrundlage. Dies hatte zur Folge, dass den Schulen ein Systemwechsel hin zur „Inklusiven Bildung" verordnet wurde. Inklusive Bildung bedeutet: „Eine Schule für alle Kinder". Förderschulen für Kinder mit besonderen Lernschwierigkeiten verschwinden nach und nach aus der Schullandschaft. Die Grundschulen stehen deshalb vor der Herausforderung, ihren Mathematikunterricht noch stärker als früher auch für Kinder mit besonderen Rechenschwierigkeiten zu planen.

Beim Schreiben dieses Buches hatte ich zwei Berufsgruppen im Blick. Zum einen die Lehrerinnen und Lehrer in Grund- und Förderschulen, die Kinder mit Rechenschwierigkeiten unterrichten; zum anderen Lerntherapeutinnen und Lerntherapeuten, die in einer Praxis, einer Beratungsstelle oder in der Schule mit diesen Kindern arbeiten. Diese doppelte Zielrichtung ist in meiner eigenen beruflichen Biografie begründet. Nach über 20-jähriger Tätigkeit als Lehrer an Förderschulen habe ich mich in den letzten Jahren auf die lerntherapeutische Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwierigkeiten spezialisiert und mich dem Fachverband für Integrative Lerntherapie e. V. (FiL) angeschlossen.

Es gibt gute Gründe, lerntherapeutische Erfahrung mit mathematikdidaktischem und sonderpädagogischem Wissen zu vernetzen. Lehrerinnen und Lehrer können von lerntherapeutischen Konzepten und Methoden profitieren, wenn sie mit Kindern und Jugendlichen arbeiten, die besondere Schwierigkeiten mit den Herausforderungen der Mathematik haben. Lerntherapeutinnen und Lerntherapeuten können sich auf mathematikdidaktische und sonderpädagogische Erkenntnisse stützen, die im Zusammenhang mit der universitären Lehrerausbildung gewonnen und vermittelt werden.

Sie finden in diesem Buch keine fertigen Unterrichts- oder Therapiestunden, sondern vielmehr didaktische Überlegungen, diagnostische Aufgaben sowie Übungen und Spiele aus der Praxis und für die Praxis. Sie werden leicht herausfinden, wie Sie die Übungen und Spiele in Ihre Arbeit einbauen können. Die Übungen können in einer lerntherapeutischen Einzelsituation, in einer Kleingruppenförderung oder im Klassenunterricht der Grund- oder Förderschule durchgeführt werden. Die didaktischen Überlegungen gleichen sich, aber die methodische Ausgestaltung variiert. Die Übungen sind so offen beschrieben, dass Sie den Bogen zu Ihrer Praxis leicht spannen können.

An Ihren Erfahrungen mit diesem Buch bin ich sehr interessiert. Über Rückmeldungen jeder Art würde ich mich freuen. Ich habe eine E-Mail-Adresse eingerichtet, an die Sie Ihre Fragen, Ihre Anregungen, Ihre Erfahrungsberichte und Ihre Kritik richten können. Sie dürfen mit Antwort rechnen. Die Adresse lautet:

zahlzerlegung@gmx.de

Wuppertal, im Juni 2012 Berthold Eckstein

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

© Persen Verlag

1. Einleitung

Zwei englischsprachige Bücher, auf die ich mich beziehe, tragen den Titel „Early Numeracy“ (Sangster/ Catterall 2009 und Wright u. a. 2006a). Für das englische Wort „Numeracy“ gibt es wie für den verwandten Begriff „Literacy“ keine adäquate Übersetzung ins Deutsche. Beim Schreiben dieses Buches hätte ich solch einen Begriff gut gebrauchen können, denn Thema dieses Buches ist der Weg zur „Numeracy“ und zu ihrem Vorläufer, der „Early Numeracy“.
Was ist „Numeracy“? Wikipedia zitiert eine Definition aus einer Schrift des Schulministeriums (Department for Education and Skills) in Großbritannien:

> *„Numeracy ist ein Können, eine Fertigkeit. Es ist mehr als die Fähigkeit zu rechnen. Numeracy beinhaltet auch eine Vertrautheit im Umgang mit Zahlen und Maßen. Numeracy erfordert das Verständnis des Zahlensystems, ein Repertoire von mathematischen Techniken, die Bereitschaft und die Fähigkeit, quantitative und geometrische Probleme in verschiedenen Kontexten zu lösen. Außerdem verlangt Numeracy das Verständnis von der Darstellung von Zahlen und Messdaten in Grafen, Diagrammen und Tabellen.“* (Wikipedia, The Free Encyclopedia, Stichwort Numeracy [02.03.2012,eigene Übersetzung]

Der Erwerb von „Numeracy“ gründet auf dem ↑Zahlensinn der Kinder. Fehlender Zahlensinn, fehlende Vertrautheit mit der Welt der Zahlen beim Schuleintritt ist ein massives Problem.
„Numeracy“ muss immer mit Bezug zum sozialen Kontext gesehen werden, in dem ein Kind lebt. Je nach familiärem und sozialem Umfeld sind Kinder mehr oder weniger gefordert, sich mit Zahlen und Rechnen auseinanderzusetzen. Im Hinblick auf die Arbeitswelt und die Teilhabe am sozialen Leben ist es andererseits unerlässlich, dass alle Kinder ein gewisses Maß an „Numeracy“ erwerben.
„Numeracy“ ist immer auch mit affektiven Aspekten verbunden. „Eine positive Einstellung zur Mathematik, Interesse und Motivation für dieses Fach beginnen in der frühen Kindheit. Wenn die Kinder in die Schule kommen, werden sie entweder in dieser positiven Haltung unterstützt und ermutigt oder ihre positive Haltung geht verloren, weil sie keinen Erfolg haben.“ (Westwood 2008, S. 11, eigene Übersetzung, B. E.).

Die Entwicklungspsychologie unterscheidet zwei Komponenten der „Early Numeracy“ (American Psychological Association 2006, S. 73, eigene Übertragung, B. E.):
- Universale Einsichten, die das Zählen, das Zahlverständnis und einfache Additionen betreffen. Fast alle Kinder können intuitiv zählen und rechnen. Sie lernen z. B. mit und ohne ihre Finger zu zählen, kleine Additionen durchzuführen und Anzahlen zu erfassen.
- Einsichten, die stark von kulturellen Einflüssen und dem Einfluss der Schule abhängen. Das Lesen und Schreiben ein- und mehrstelliger Zahlen und die Einsicht in die Zerlegbarkeit von Zahlen erlernen Kinder in aller Regel nicht ohne Unterweisung.

Die Übungen und Spiele dieses Buches haben das Ziel, Kinder zu einer Vertrautheit im Umgang mit Zahlen zu führen und sie mit grundlegenden Rechenfähigkeiten auszustatten. Es geht um „Early Numeracy“, also um die ersten Schritte auf dem Weg zur „Numeracy“. Diese ersten Schritte misslingen häufig bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten. Diese Kinder gelangen schon sehr früh zu der Überzeugung, dass sie Mathematik nicht verstehen. Für sie reduziert sich die Beschäftigung mit Mathematik darauf, Aufgaben mithilfe starrer ↑Algorithmen zu lösen. Am Ende ihrer Schullaufbahn verfügen diese jungen Menschen über sehr eingeschränkte mathematische Fähigkeiten, die sich im Alltag nicht bewähren.

VORSCHAU

© Persen Verlag
netzwerk lernen
zur Vollversion

2.1 „Denkendes Rechnen“ – auch für Kinder mit Rechenschwierigkeiten!

„Die Zerlegung kleiner Mengen in Teilmengen, deren Anzahl man auf einen Blick erfassen kann, ist die für das ‚denkende Rechnen‘ entscheidende Fähigkeit.“ (Wittmann 2011, S. 53)

Kinder mit Rechenschwierigkeiten scheitern häufig in der 2. oder 3. Klasse, weil sie versuchen, alle Aufgaben zählend zu lösen. 7 + 4 oder 11 – 5 lässt sich gut mit Zählen lösen, 34 + 25 oder 65 – 21 aber nicht mehr. In der Vergangenheit versuchte man häufig, den Kindern mit vorgegebenen Verfahren zu helfen. Man zeigte ihnen z. B. für Aufgaben wie 34 + 25 und 65 – 21das Verfahren „Erst die Zehner, dann die Einer“ (stellenweise Rechnen). Die Erfolge waren meist gering. Schon bei der Aufgabe 65 – 27 scheitern die Kinder mit dem genannten Verfahren. Die Fachleute sind sich einig: Auch Kinder mit Lern- und Rechenschwierigkeiten müssen schon im mathematischen Anfangsunterricht zum „denkenden Rechnen“ (Wittmann 2011) geführt werden. Sie sollen lernen, Zahlen in Beziehung zu anderen Zahlen und Aufgaben in Beziehung zu anderen Aufgaben zu sehen. Zahlen können zerlegt und zusammengefügt werden, schwierige Aufgaben kann man lösen, indem man auf einfache Aufgaben zurückgreift, deren Lösung man kennt. Kinder mit Rechenschwierigkeiten müssen auf dem Weg zum „denkenden Rechnen“ sicherlich manche Hürde überwinden. Aber die Mühe lohnt sich, weil die Kinder so einen wirklichen Zugang zur Welt der Zahlen bekommen. Die Grundlagen des Konzepts „denkendes Rechnen“ werden in diesem Kapitel dargestellt. Anschließend erfahren Sie, vor welchen besonderen Herausforderungen Kinder mit Rechenschwierigkeiten stehen und was ihnen hilft, die Schwierigkeiten zu überwinden.

Alle Schulanfänger, auch die starken Rechner, benutzen zum Lösen mathematischer Probleme fast immer ein Universalwerkzeug: das Zählen. Die ↑Additionsaufgabe 7 + 4 rechnen sie typischerweise, indem sie von 7 aus 4 Zählschritte weiter gehen: 8, 9, 10, 11. Die Kinder erfassen also den ersten ↑Summanden als Ganzes und zählen von dieser Stelle der Zahlenreihe aus weiter. Beim Weiterzählen übernehmen die Finger die Aufgabe, die Anzahl der Zählschritte festzuhalten. Weniger gute Zähler zählen beide Summanden komplett aus und zählen auch die so entstandene Summe von 1 beginnend komplett aus. Solange im mathematischen Anfangsunterricht der Fokus auf die Ermittlung richtiger Resultate gelegt wird, gibt es aus der Sicht der Kinder keinen Grund, das zählende Rechnen aufzugeben. Im 1. Schuljahr wird ganz überwiegend im Zahlenraum bis 20 gerechnet. Dort erleben die Kinder, dass sie mit Zählen ziemlich weit kommen. Michael Gaidoschik (2010) hat in einer Längsschnittstudie zur Entwicklung der Rechenfähigkeiten im 1. Schuljahr u. a. gezeigt, dass Erstklässlerinnen und Erstklässler auch dann auf das zählende Rechnen zurückgreifen, wenn sie schon andere ↑Rechenstrategien gelernt haben. Wo ihnen dies von der Aufgabe her möglich erscheint, verlassen sie sich auf das vertraute Zählen. Auch bei schwierigen Aufgaben greifen Kinder häufig auf das Zählen zurück, weil es ihnen sicherer erscheint als andere Strategien.

Der mathematische Anfangsunterricht führt die Kinder vom zählenden Rechnen zum „denkenden Rechnen“ (Wittmann 2011). Die Kinder lernen Rechenstrategien, die effektiver sind als das zählende Rechnen und die sich auch für den Zahlenraum bis 100, bis 1000 usw. eignen. Effektive Rechenstrategien sind Ableitungsstrategien. Die Kinder lernen Rechenaufgaben zu lösen, indem sie sie von anderen Aufgaben ableiten.

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Ableitungsstrategien			
Nachbaraufgabe	7+4=11,	denn	7+3=10 und 10+1=11
Tauschaufgabe	4+7=11	denn	7+4=11
schrittweises Rechnen	7+9=16	denn	7+9=7+3+6=16
Umkehraufgabe	10−3=7	denn	7+3=10
Zehneranalogie	17−4=13	denn	7−4=3

Im Verlauf des 1. Schuljahres lernen die Kinder die Aufgaben des ↑ Einspluseins. 1+1=2 das wissen schon die Schulanfänger. Nach einigen Monaten kennen sie die Verdopplungen der Zahlen 1 bis 5, weil sie im Unterricht geübt wurden und weil Verdopplungen besonders „schöne“ Aufgaben sind. Und Kinder lieben schöne Aufgaben!
↑ Additionen und ↑ Subtraktionen, bei denen der zweite ↑ Summand bzw. der ↑ Subtrahend eine 1 oder eine 2 ist, sind für die Kinder leicht zu lernen, hier hilft das Zählen (vorwärts und rückwärts).

Guter Unterricht stellt die Einspluseinsaufgaben immer in den Zusammenhang mit den anderen ↑ additiven Grundaufgaben, also mit der Tauschaufgabe, den Umkehraufgaben (Subtraktion), der Zerlegung und den Ergänzungsaufgaben.

Additive Grundaufgaben (ein Beispiel):				
Einspluseinsaufgabe	4+6			
Tauschaufgabe	6+4			
Umkehraufgaben	10−4	10−6		
Zerlegungen	10=4+__	10=6+__		
Ergänzungsaufgaben	4+__=10	6+__=10	__+4=10	__+6=10

Die Mathematikdidaktik spricht von ↑ operativen Beziehungen zwischen den Aufgaben. Die Kinder lernen, solche operativen Beziehungen zu sehen und sie zu nutzen, um schwierige Aufgaben zu lösen. Additions- und Subtraktionsaufgaben mit Zahlen beliebiger Größe können auf einfache Grundaufgaben zurückgeführt werden, wenn man die operativen Beziehungen nutzt.

„Denkendes Rechnen“ (ein Beispiel)	
Die Aufgabe	83+49
wird über die Nachbaraufgabe gelöst	83+49=83+50−1
83+50 wird schrittweise gelöst	83+50=80+50+3
80+50 wird über die Zehneranalogie gelöst	8+5=8+2+3=13, 80+50=80+20+30=130
jetzt wird zusammengesetzt:	83+49=130+3−1=132
oder (2. Möglichkeit)	
Die Aufgabe	83+49
wird schrittweise gelöst	83+49=83+40+9
1. Schritt	83+49=123+9
2. Schritt	83+49=123+7+2
3. Schritt	83+49=130+2=132
oder …	

VORSCHAU

netzwerk lernen
Rechnen statt zählen
© Persen Verlag
zur Vollversion

Die Fähigkeit, Zahlen zu zerlegen, hat für das „denkende Rechnen“ grundlegende Bedeutung. Die Kinder sollen die „operative Struktur von Zahlen“ (Schipper 2001) erfassen. Die ↑operative Struktur der Zahl 8 beinhaltet z. B. dies: die 8 ist die Doppelvier (4+4), sie ist 7+1, 6+2, 5+3, 10−2 usw. Den Beziehungen der Zahlen zur 10 (zur 100, zur 1000, …) kommt besondere Bedeutung zu, weil unser Zahlsystem auf der Zehnerbündelung beruht. Die Zerlegung der 10 (100, 1000) und die Ergänzung zur 10 (100, 1000) werden intensiv geübt. „Denkendes Rechnen“ kann nur gelingen, wenn die Kinder über grundlegendes ↑arithmetisches Faktenwissen verfügen. Die Kinder müssen „sehen“, wie sie eine Zahl passend zerlegen können, sie müssen die Ergänzung zur 10 wissen usw. Sie müssen ↑Zahlentripel kennen, die in einem ↑Teile-Ganzes-Zusammenhang stehen (Beispiel: 8-5-3).
Solche Zahlentripel müssen als automatisiertes Wissen zur Verfügung stehen, nur so können die Rechenstrategien in der erforderlichen Geschwindigkeit eingesetzt werden (Gaidoschik 2010).
Dass gute Rechner früh und nachhaltig an „denkendes Rechnen“ herangeführt werden sollen, findet sicher breite Zustimmung. Bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten ergeben sich aber besondere Schwierigkeiten. Diese Kinder beharren auf dem zählenden Rechnen, weil ihnen wesentliche Voraussetzungen dafür fehlen, Zahlzerlegungen und nicht-zählende Rechenstrategien zu lernen. Dies darf aber nicht dazu führen, dass das zählende Rechnen kultiviert wird. Wenn nämlich Kinder mit Rechenschwierigkeiten aus falsch verstandener Rücksicht auf ihre geringe Leistungsfähigkeit mit Methoden unterrichtet werden, die das zählende Rechnen verfestigen, erschwert dies den Zugang zu effektiven Rechenstrategien und legt die Kinder auf das zählende Rechnen fest.

2.2 Additive Grundaufgaben und Zahlendreiecke

Zahlzerlegungen, ↑Einspluseinsaufgaben und ↑Einsminuseinsaufgaben stehen in einem wechselseitigen Zusammenhang. Dies wird deutlich, wenn man die Aufgaben in Form eines Dreiecks notiert. Nehmen wir das Beispiel 4+5=9. Wenn wir die Summe in die Spitze eines Dreiecks setzen und die beiden ↑Summanden an die Basis, erhalten wir dieses Bild:

Diese Anordnung von drei Zahlen nennen wir ein **Zahlendreieck**.

Definition:
Ein **Zahlendreieck** ist ein gleichseitiges Dreieck mit einer horizontalen Basis. An den drei Ecken stehen Zahlen, die in einem definierten Zusammenhang stehen. Oben an der Spitze des Dreiecks steht das Ganze (G). An den unteren Ecken stehen zwei Teile (T_1 und T_2), die zusammen das Ganze bilden ($T_1+T_2=G$).

Der Begriff „Zahlendreieck“ ist auch für die Verständigung im Unterricht und in der Förderung gut geeignet. Bei den Übungen in Kapitel 4 finden Sie ihn deshalb wieder.

VORSCHAU
netzwerk lernen
zur Vollversion

Die Begriffe „Zahlendreieck“ und „Rechendreieck“ werden in der Mathematikdidaktik nicht einheitlich verwendet. Unter der Bezeichnung „Rechendreieck“ finden Sie meistens ein Aufgabenformat, bei dem ein Dreieck in drei Felder aufgeteilt ist. Jedem Feld ist eine Zahl zugeordnet. Jeweils zwei dieser Zahlen werden addiert, die drei so entstehenden Summen werden außerhalb des Dreiecks notiert. Abbildung 1 zeigt zwei solche Rechendreiecke.

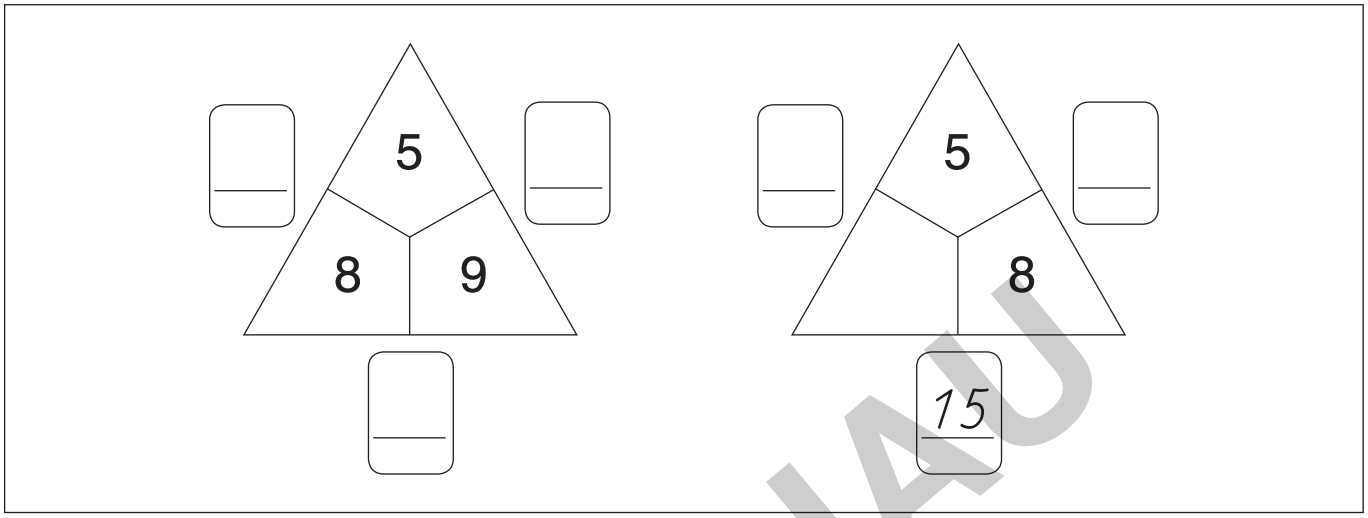


Abbildung 1: Rechendreiecke aus: Das Zahlenbuch 1, 2012, S. 75

Mathematiker denken beim Begriff „Zahlendreieck“ hingegen vermutlich an das Pascalsche Dreieck; ein Zahlendreieck, bei dem sich jeder Eintrag als Summe der beiden darüber liegenden Einträge ergibt (Abbildung 1).

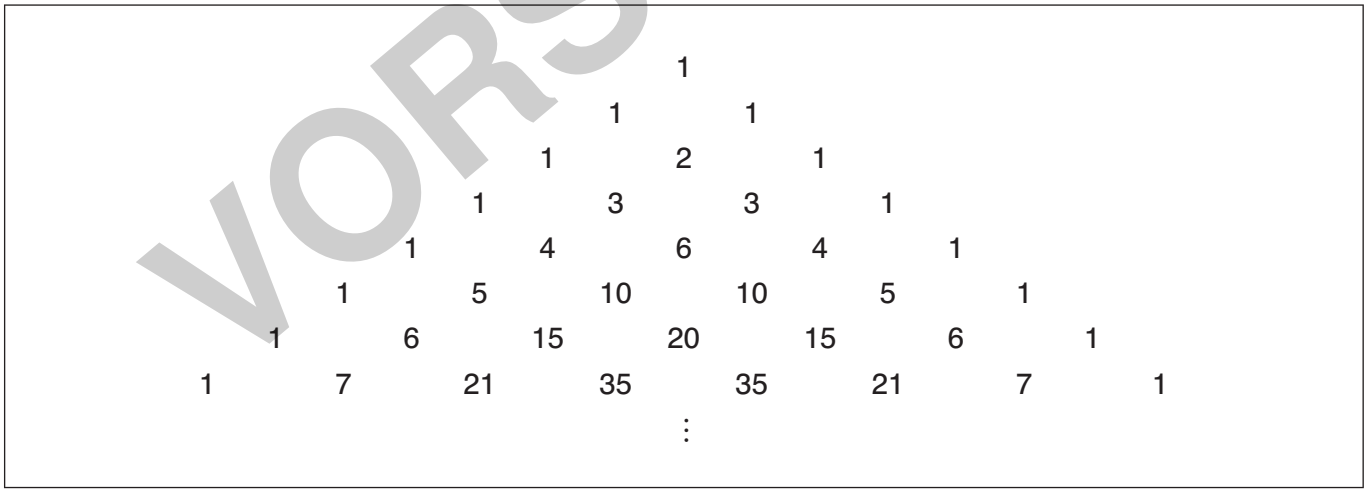


Abbildung 2: Pascalsches Dreieck. Die Zahlen in dem Dreieck entstehen jeweils aus der Addition der beiden darüber liegenden Zahlen. Natürlich kann dieses Dreieck nach unten beliebig fortgesetzt werden.

Wenn Sie also im Unterricht und in der Förderung den Begriff „Zahlendreieck“ verwenden, müssen Sie Kollegen und Eltern erklären, was gemeint ist, um Missverständnisse zu vermeiden.

VORSCHAU

© Persen Verlag
netzwerk lernen
zur Vollversion

3. Wo anfangen? Diagnostische Aufgaben und Testverfahren

„Der Kindergarten und die Eingangsklasse haben mehr Fördermöglichkeiten, als sie gemeinhin nutzen, vorausgesetzt, sie verwenden frühzeitig diagnostische Verfahren, auf die sie die Fördermaßnahmen stützen.“ (Lorenz 2006, S. 65)

In diesem Kapitel finden Sie vier diagnostische Aufgaben, mit denen Sie etwas über das Zahlverständnis eines Kindes erfahren können. Sie können diese diagnostischen Aufgaben auch dazu einsetzen, die Fortschritte Ihrer pädagogischen oder lerntherapeutischen Arbeit zu dokumentieren. Um Missverständnissen vorzubeugen: Diese diagnostischen Aufgaben sind kein Instrument zur genauen Untersuchung von Rechenschwierigkeiten. Es sind diagnostische Verfahren für die „pädagogische Hosentasche“, die für den pädagogischen und lerntherapeutischen Alltag geeignet sind. Im Verbund mit Beobachtungen, Gesprächen und (meist informellen) Tests helfen diese diagnostischen Aufgaben, die pädagogischen Bedürfnisse eines Kindes zu erfassen.

Wenn Sie Kinder mit Rechenschwierigkeiten umfassender untersuchen wollen, können Sie auf eine Fülle recht unterschiedlicher Diagnoseverfahren zurückgreifen, die in den letzten Jahren auf den Markt gekommen sind. In Kapitel 3.5 (auf Seite 30) finden Sie Hinweise auf diagnostische Verfahren, die unterschiedliche Schwerpunkte setzen.

Diagnostik in der Fachliteratur
Ausführliche Information über standardisierte diagnostische Verfahren bietet das entsprechende Kapitel des Buches von Karin Landerl und Liane Kaufmann (2008). Das Handbuch Rechenschwäche (Fritz/Ricken/Schmidt 2009) bietet vier Beiträge zur Diagnostik ↑arithmetischer Kompetenzen, darunter ein ausführliches Fallbeispiel.

Die Ideen für die diagnostischen Aufgaben, die Sie auf den nächsten Seiten finden, habe ich dem Bericht von Hans-Dieter Gerster und Rita Schultz (2004) entnommen. Gerster und Schultz haben in den 1990er-Jahren an der Pädagogischen Hochschule Freiburg die „Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht“ (so der Titel ihres Forschungsprojekts) untersucht. In der intensiven Arbeit mit 35 betroffenen Kindern stellten sie u. a. diagnostische Aufgabenstellungen zum Zahlverständnis zusammen, von denen ich vier ausgewählt habe.

Sie können die vier diagnostischen Aufgaben jederzeit und mit geringem Aufwand durchführen. Obwohl für eine Einzelsituation konzipiert, können Sie die Aufgaben auch in Ihren Unterricht einbauen. Sie finden bei jeder der vier Aufgaben Beobachtungs- und Auswertungshinweise, mit deren Hilfe Sie Aussagen zum Zahlverständnis der Kinder formulieren können. Aussagen zum Leistungsstand der Kinder sind aber nur sehr begrenzt möglich, weil es keine Normierung gibt. Sie können die Aufgaben verändern, erweitern, ergänzen, kombinieren usw. Vielleicht entstehen in Ihrer Arbeit Variationen oder ganz neue Aufgaben. Über entsprechende Rückmeldungen würde ich mich freuen.

VORSCHAU

© Persen Verlag
netzwerk lernen
zur Vollversion

3.1 Diagnostische Aufgabe 1: Gegenstände strukturiert legen

Inhalt	Strukturieren einer Menge durch Legen und Ordnen
Material	Material zum Legen, z. B. Rechenplättchen, Spielfiguren, Holzwürfel , …

Beschreibung:
Bei dieser Aufgabe soll das Kind eine vorgegebene Anzahl Gegenstände so auf den Tisch legen, dass man auf einen Blick sehen kann, wie viele Gegenstände es sind. Dabei kann es sich z. B. um Rechenplättchen, Spielfiguren, Würfel oder Kastanien handeln. Je nach Lernstand des Kindes beginnen Sie mit 4 bis 10 Gegenständen, später geben Sie dem Kind bis zu 20 Gegenstände.
Wenn Sie dem Kind z. B. 7 Rechenplättchen geben, lautet ihre Anweisung:
„Dies sind 7 Rechenplättchen. Lege die Rechenplättchen so auf den Tisch, dass man auf einen Blick sehen kann, wie viele es sind.“
Alternativ können Sie eine Anweisung formulieren, in der die Anzahl der Gegenstände nicht genannt wird, etwa so:
„Dies sind einige Rechenplättchen. Lege die Rechenplättchen so auf den Tisch, dass man auf einen Blick sehen kann, wie viele es sind.“

Beobachtungshinweise:
Wenn Sie die Anzahl der Gegenstände nicht genannt haben, beobachten Sie, ob das Kind die Gegenstände zuerst zählt und wie es zählt.
Beobachten Sie, wie das Kind die Anordnung der Rechenplättchen strukturiert. Sprechen Sie mit dem Kind und lassen Sie sich erklären, was sich das Kind bei seiner Strukturierung gedacht hat. Fragen Sie das Kind, warum es denkt, dass ein Anderer gut erkennen kann, wie viele Gegenstände es sind.

Auswertungshinweise:
Kinder im Vorschulalter und Schulkinder mit Rechenschwierigkeiten zerlegen eine Menge in ihre Elemente: Eins und noch eins, und noch eins, … Sie „atomisieren“ die Menge und können die Anzahl der Elemente nur zählend erfassen. Diese Kinder legen häufig alle Rechenplättchen in eine Reihe. Oder sie legen mit den Rechenplättchen die der Anzahl entsprechende Ziffer.
Kinder, die schon gelernt haben, Zahlen zu zerlegen, legen die Rechenplättchen eher in eine gegliederte Reihe, sie lassen z. B. nach dem fünften Rechenplättchen eine Lücke. Oder sie legen die Rechenplättchen in ein gedachtes 10er-Feld. Auch die Anordnung der Plättchen in einem Würfelbild oder in zwei Würfelbildern ergibt eine gut erkennbare Struktur. Oder die Kinder legen eine andere Struktur. Entscheidend ist, dass das Kind eine Strukturierung vornimmt, die wirklich hilft, die Anzahl schnell und sicher zu erfassen.

Variante:
Wenn das Kind diese Aufgabe schon kennt, können Sie die Aufgabestellung erweitern, indem Sie das Kind auffordern, noch eine zweite Lösung zu finden.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

© Persen Verlag

3.2 Diagnostische Aufgabe 2: Addieren und Subtrahieren in der Vorstellung

Inhalt	Zu einer Rechengeschichte eine Additions- oder Subtraktionsaufgabe finden, ohne dass die Aufgabe mit Gegenständen oder mit den Fingern dargestellt wird
kein Material	

Beschreibung:
Bei dieser Aufgabe soll das Kind Additions- oder Subtraktionsaufgaben lösen, die sich aus einer Rechengeschichte ergeben. Das Kind soll die Aufgabe im Kopf lösen, ohne sie mit Gegenständen oder mit den Fingern darzustellen. Es soll also ausschließlich in der Vorstellung operieren. Formulieren Sie mehrere Aufgaben, um herauszufinden, welche Aufgaben das Kind lösen kann. Zunächst im Zahlenraum bis 10, dann im Zahlenraum bis 20. Der zweite Summand bzw. der ↑Subtrahend soll zunächst 1 oder 2 sein und dann größer werden.

Beispiele:
„Stell dir vor, du hast 6 Kekse und bekommst noch einen Keks dazu.
Wie viele Kekse hast du jetzt?“
„Stell dir vor, du hast 5 Bonbons und schenkst 2 deiner Freundin.
Wie viele hast du jetzt?“

Wenn das Kind beginnt, die Aufgabe an den Fingern oder mit Gegenständen darzustellen, fragen Sie: *„Kannst Du das auch ohne deine Finger rechnen?“*
Wenn das Kind darauf beharrt, die Aufgabe mit Gegenständen oder mit seinen Fingern darzustellen, lassen Sie dies zu. Loben Sie das Kind für eine richtige Lösung. Geben Sie ihm eine weitere, einfachere Aufgabe und bitten Sie das Kind, diese Aufgabe im Kopf zu lösen. Lassen Sie sich erklären, wie das Kind die Aufgaben rechnet. Fragen Sie nach, um den Rechenweg des Kindes genau zu verstehen.

Beobachtungshinweise:
Schauen Sie genau, ob das Kind die Aufgaben zählend löst (Nickt es mit dem Kopf?
Fixiert es eine Reihe von Gegenständen mit den Augen? usw.).
Welche Aufgaben kann das Kind schon in der Vorstellung lösen?
Nur Aufgaben, die Addition erfordern?
Nur Aufgaben mit einer Veränderung um ±1 ?

Auswertungshinweise:
Suchen Sie nach Ansätzen von nicht-zählendem Rechnen:
Kann das Kind in 2er-Schritten zählen?
Kennt es schon Einspluseinsaufgaben auswendig?
Kann das Kind die 5 oder die 10 als „geistigen Stützpunkt“ verwenden?
usw.

VORSCHAU

© Persen Verlag
netzwerk lernen
zur Vollversion

3.3 Diagnostische Aufgabe 3: Punktebilder auf einen Blick erfassen

Inhalt	Die Anzahl der Punkte eines strukturierten oder unstrukturierten Punktebild auf einen Blick erfassen (Zahlenraum bis 10)
Material	Kärtchen mit Punktebildern für die Zahlen bis 10 (Kopiervorlage D 1): unstrukturierte Punktebilder für die Zahlen 2, 3 und 4; strukturierte Punktebilder für die Zahlen 1 bis 10 (10er-Feld); Würfelbilder, Dominobilder 7 bis 9; dazu eine Abdeckung (Karton o. ä.)

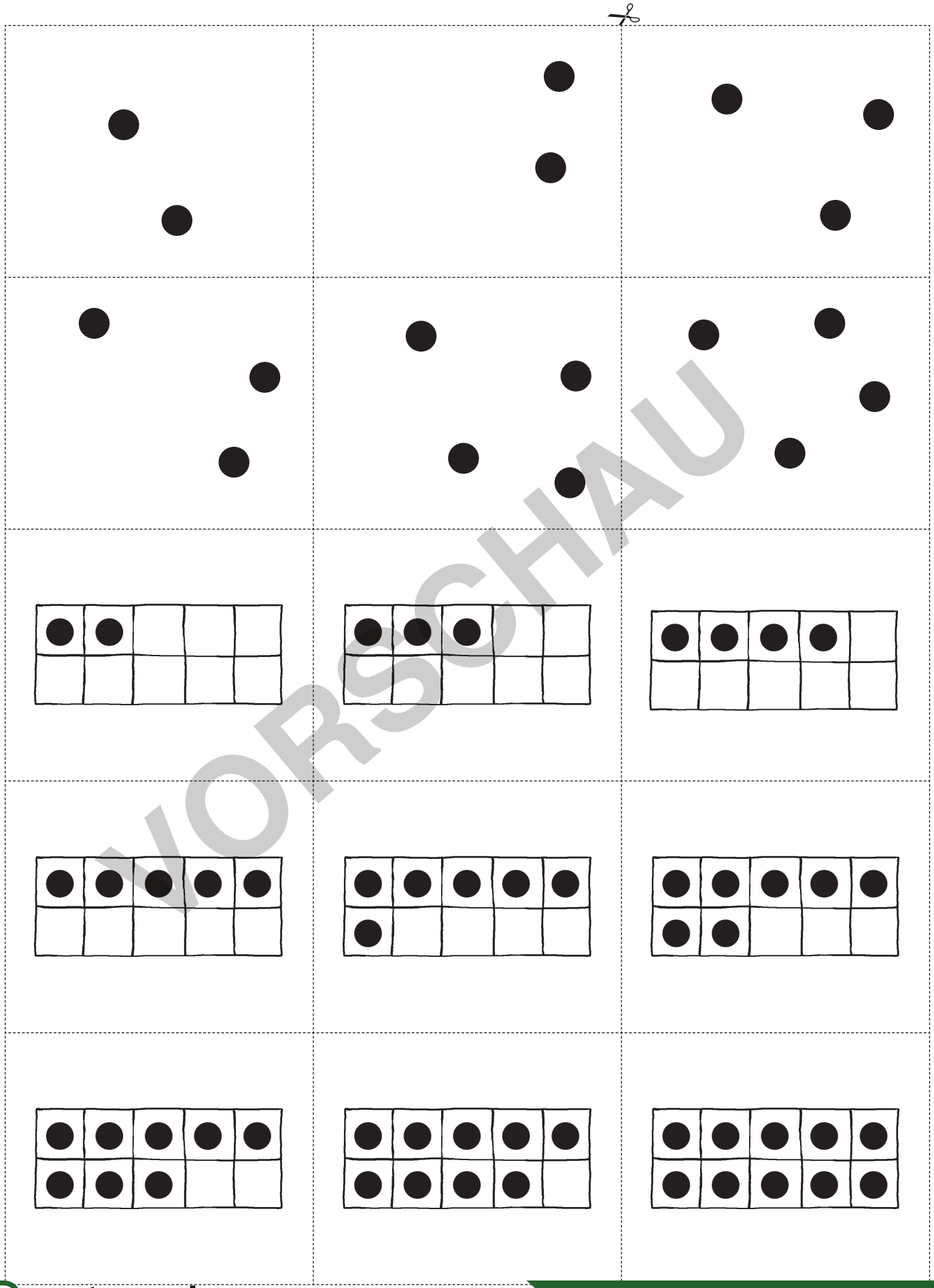
Ablauf:
Mit dieser Aufgabe überprüfen Sie, welche Punktebilder das Kind auf einen Blick erfassen kann. Schon Kindergartenkinder können bis zu 4 Punkte auf einen Blick erfassen. Bei Punktemengen mit 5 oder mehr Punkten kann das Kind die Anzahl ausschließlich anhand der Struktur ermitteln. Deshalb werden bei dieser Aufgabe unstrukturierte Punktebilder mit maximal 4 Punkten und strukturierte Punktebilder (Würfelbilder, Dominobilder, 10er-Feld) mit 2 bis 10 Punkten verwendet. Zeigen Sie dem Kind die Punktebilder auf Kärtchen (Kopiervorlage D 1, Seite 27/28) am Tisch oder mit dem Tageslichtprojektor. Zeigen Sie dem Kind die Punktebilder nur so kurz, dass es die Punkte nicht zählen kann (eine halbe bis eine Sekunde).
Präsentieren Sie ein Punktebild und sagen Sie:
„Wie viele Punkte sind das? Kannst Du das auf einen Blick sehen?“
Die Formulierung *„auf einen Blick“* soll das Kind anhalten, die Anzahl der Punkte zu ermitteln ohne zu zählen. Wenn das Kind die Punkte zählt, loben Sie es für eine richtige Lösung und geben ihm eine andere Aufgabe, zeigen das Punktebild aber kürzer. Finden Sie heraus, welche Punktebilder das Kind erfassen kann, ohne die Punkte zu zählen, ohne also in der Vorstellung die Punktebilder in lauter einzelne Punkte zu zerlegen und diese abzuzählen.

Beobachtungshinweise:
Kann das Kind unstrukturierte Mengen mit 2, 3 oder 4 Punkten auf einen Blick erfassen?
Erkennt das Kind eine 2er-Bündelung? Kann es in 2er-Schritten zählen?
Erkennt das Kind eine 5er-Bündelung? Kann es 5 Punkte als Einheit erfassen?
Kann das Kind die Struktur des 10er-Feldes nutzen, um die Anzahl der Punkte zu ermitteln (z. B. ein 10er-Feld mit einem freien Platz: $10-1=9$)?
Kennt das Kind die Würfelbilder?
Erkennt das Kind in den Dominobildern 7 bis 9 das Würfelbild 6?
Kann es die Dominobilder 7 bis 9 lesen?

Auswertungshinweise:
Kinder mit Rechenschwierigkeiten verlassen sich meist auf das vermeintlich sichere Zählen. Simultanerfassung (↑ Subitizing) ist eine Ressource, die für die Förderung oder die Therapie genutzt werden sollte. Simultanerfassung von bis zu 4 Elementen gelingt schon Kindern im Vorschulalter mehr oder weniger gut. Das Erkennen einer Struktur in einer strukturierten Punktemenge muss dagegen im Schulalter gelernt werden.
Gelingt die Simultanerfassung von 2, von 3 und von 4 Elementen?
Nutzt das Kind die Simultanerfassung von sich aus oder beharrt es zunächst auf dem Zählen?
Welche Strukturen kann das Kind nutzen (Würfelbilder, 10er-Feld)?

VORSCHAU
netzwerk lernen
zur Vollversion

© Persen Verlag



VORSCHAU

netzwerk lernen

Rechnen statt zählen

© Persen Verlag

zur Vollversion