

**Ehemalige Prüfungsaufgaben (v.a. Abi)
mit kommentierten Lösungswegen**

2004

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$ und vereinfachen Sie $f'(x)$. (2VP)

Lösungsweg:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2+3} \quad \text{mit der Quotientenregel} \quad f(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad u = x^2 \quad \text{und} \quad v = x^2 + 3$$
$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 3) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2x^3 + 6x - 2x^3}{(x^2 + 3)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{6x}{(x^2 + 3)^2}$$

2005

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3 e^{2x}$. (2VP)

Lösungsweg:

$$f(x) = x^3 \cdot e^{2x} \quad \text{mit der Produktregel} \quad f(x) = u' \cdot v + u \cdot v'; \quad \text{also} \quad u = x^3 \quad \text{und} \quad v = e^{2x}$$

Damit ist $f'(x) = 3x^2 \cdot e^{2x} + x^3 \cdot 2e^{2x}$. Am Besten noch Ausklammern:

$$f'(x) = x^2 \cdot e^{2x} (3 + 2x).$$

2006

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8} \sin(4x^2)$. (2VP)

Lösungsweg:

$$f(x) = \frac{1}{8} \sin(4x^2) \quad \text{wird mit Hilfe der Kettenregel abgeleitet: Zuerst Ableitung der}$$

äußeren Funktion (\sin) multipliziert mit der Ableitung der inneren Funktion ($4x^2$).

Also $f'(x) = \frac{1}{8} \cos(4x^2) \cdot 8x$. Zusammenfassen und Kürzen:

$$f'(x) = x \cdot \cos(4x^2)$$

2007

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (1 + \sin x)^2$. (2VP)

Lösungsweg:

$$f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad \text{wird mit Hilfe der Kettenregel abgeleitet: Zuerst Ableitung der}$$

äußeren Funktion („hoch 2“) multipliziert mit der Ableitung der inneren Funktion ($1 + \sin x$).

Also $f'(x) = 2 \cdot (1 + \sin x) \cdot \cos x$. Ausmultipliziert:

$$f'(x) = 2 \cos x + 2 \sin x \cdot \cos x$$

2008

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = \frac{2x^2}{2x^2 - 3}$.

Bilden Sie die Ableitung von f und fassen Sie diese so weit wie möglich zusammen.

(2VP)

Lösungsweg:

$f(x) = \frac{2x^2}{2x^2 - 3}$ wird mit Hilfe der Quotientenregel abgeleitet: Zuerst Ableitung der Zählerfunktion multipliziert mit Nennerfunktion-Zählerfunktion multipliziert mit Ableitung der Nennerfunktion; das Ganze dividiert durch die Nennerfunktion hoch 2.

$$\text{Also } f'(x) = \frac{4x \cdot (2x^2 - 3) - 2x^2 \cdot 4x}{(2x^2 - 3)^2} \rightarrow \frac{8x^3 - 12x - 8x^3}{(2x^2 - 3)^2} \rightarrow \frac{-12x}{(2x^2 - 3)^2}$$

2009

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x+1)$ (2VP)

Lösungsweg:

$f(x) = x^2 \cdot \sin(3x+1)$ wird mit Hilfe der Produktregel abgeleitet:

$$\text{Also } f'(x) = 2x \cdot \sin(3x+1) + x^2 \cdot \cos(3x+1) \cdot 3$$

$$\rightarrow f'(x) = 2x \cdot \sin(3x+1) + 3x^2 \cdot \cos(3x+1) \quad \text{und jetzt das Ausklammern nicht vergessen:}$$

$$\rightarrow f'(x) = x \cdot (2\sin(3x+1) + 3x \cdot \cos(3x+1))$$