

Die zugehörigen Funktionswerte sind  $f(4) = 256$  und  $f(12) = 0$ .

Setzt man  $t_1 = 4$  und  $t_2 = 12$  in  $f''(t)$  ein, so erhält man:

$$f''(4) = 6 \cdot 4 - 48 = -24 < 0 \Rightarrow \text{relatives Maximum}$$

$$f''(12) = 6 \cdot 12 - 48 = 24 > 0 \Rightarrow \text{relatives Minimum}$$

Somit haben die Extrempunkte folgende Koordinaten:

Hochpunkt  $H(4 | 256)$  und Tiefpunkt  $T(12 | 0)$ .

Mit Hilfe des GTR kann man die besprochenen Punkte direkt bestimmen.

- c) Anhand des Graphen von  $f$  kann man abschätzen, dass für  $1 < t < 8,1$  gilt:  $f(t) > 120$ .  
Wegen  $f(1) = 121$  und  $f(8,1) \approx 120,2$  und aufgrund des Verlaufs des Graphen von  $f$  gilt für den Zeitraum  $1 < t < 8,1$ :  $f(t) > 120$ .

Also ist der Zeitraum, in dem die Zuflussgeschwindigkeit über  $120 \text{ m}^3/\text{h}$  beträgt, größer als 7 Stunden.

Mit Hilfe des GTR kann man den Graphen von  $f$  mit der Geraden  $y = 120$  schneiden. Als Schnittstellen erhält man:  $t_1 \approx 0,99$  und  $t_2 \approx 8,17$ . Wegen  $t_2 - t_1 \approx 7,18$  ist der Zeitraum, in dem die Zuflussgeschwindigkeit über  $120 \text{ m}^3/\text{h}$  beträgt, größer als 7 Stunden.

- d) Da der Graph für  $0 < t < 12$  oberhalb und auf der  $t$ -Achse verläuft, berechnet man den gesuchten Flächeninhalt  $A$  durch Integration der Funktion  $f(t)$  mit den Integrationsgrenzen  $t_1 = 0$  und  $t_2 = 12$ :

$$A = \int_0^{12} f(t) dt = \left[ \frac{1}{4} t^4 - 8t^3 + 72t^2 \right]_0^{12} = 1728$$

Mit Hilfe des GTR kann man das Integral direkt bestimmen.

Durch das obige Integral berechnet man die Menge an zugeflossenem Wasser in den ersten 12 Stunden; es sind also  $1728 \text{ m}^3$  Wasser zugeflossen.

- e) Die Wassermenge  $W$ , die in den ersten zwei Stunden zufließt, berechnet man durch Integration der Funktion  $f(t)$  mit den Integrationsgrenzen  $t_1 = 0$  und  $t_2 = 2$ :

$$W = \int_0^2 f(t) dt = \left[ \frac{1}{4} t^4 - 8t^3 + 72t^2 \right]_0^2 = 228$$

Mit Hilfe des GTR kann man das Integral direkt berechnen.

Somit fließen in den ersten zwei Stunden  $228 \text{ m}^3$  Wasser zu.

Um das zwei Stunden umfassende Zeitintervall  $I$ , in dem die größte Wassermenge zufließt, zu bestimmen, verwendet man den Ansatz  $I = ]a; a+2[$  mit  $0 < a < 10$ .

Die zugeflossene Wassermenge  $W(a)$  wird mit Hilfe des folgenden Integrals berechnet:

$$W(a) = \int_a^{a+2} f(t) dt$$

Man erhält als Ergebnis ein Polynom  $W(a)$  in Abhängigkeit von  $a$ .

Das absolute Maximum von  $W(a)$  bestimmt man mit Hilfe der 1. und 2. Ableitung von  $W(a)$ .

Man bestimmt die Lösungen von  $W'(a) = 0$  und setzt diese in  $W''(a)$  ein; wenn  $W''(a) < 0$ , liegt ein Maximum vor. Mit Hilfe des so berechneten  $a$ -Werts erhält man das zugehörige Zeitintervall  $I$ .

Auf eine Untersuchung der Randwerte kann verzichtet werden, da man an der Zeichnung erkennt (man betrachte hierzu die Fläche zwischen Graph und  $t$ -Achse), dass die maximale Wassermenge weder zwischen der 0. und 2. Stunde noch zwischen der 10. und 12. Stunde zufließt.

[www.netzwerk-lernen.de](http://www.netzwerk-lernen.de)

[www.netzwerk-lernen.de](http://www.netzwerk-lernen.de)