

Wichtige Begriffe für Differentialgleichungen

Typen von Differentialgleichungen und Grundbegriffe

Eine Differentialgleichung ist eine Bestimmungsgleichung für eine gesuchte Funktion y , in der neben y auch Ableitungen von y auftreten können. Die Vielfalt an Differentialgleichungen ist unbegrenzt. Die wichtigsten Unterscheidungsmerkmale sind:

- 1
 - a **Gewöhnliche** Differentialgleichungen
 - b **Partielle** Differentialgleichungen
 - a Bei **gewöhnlichen** Differentialgleichungen hängt die gesuchte Funktion y nur von einer **Variablen** (meist x oder t) ab. Damit kommt auch in den Ableitungen von y nur eine Variable vor.
 - b Bei **partiellen** Differentialgleichungen hängt die Funktion f von **mehreren Variablen** ab. Damit wird auch nach mehreren Variablen abgeleitet.
- 2
 - a **Lineare** Differentialgleichungen
 - b **Nichtlineare** Differentialgleichungen
 - a Bei **linearen** Differentialgleichungen treten die Funktion und ihre Ableitungen nur linear auf. Ausdrücke wie $\frac{1}{y}$, $y \cdot y$, y^2 , u.s.w. treten nicht auf.
 - b Bei **nichtlinearen** Differentialgleichungen treten solche Terme auf.
- 3
 - a **Homogene** Differentialgleichungen
 - b **Inhomogene** Differentialgleichungen
 - a **Homogen** heißt eine Differentialgleichung, wenn eine Lösung u stets die Lösung $c \cdot u$ zulässt, worin c eine beliebige reelle Zahl ist.
 - b **Inhomogen** heißt eine Differentialgleichung, wenn a nicht erfüllt ist.
- 4 **Ordnung** einer Differentialgleichung
Die **Ordnung** einer Differentialgleichung sagt aus, bis zu **welcher Ableitung** von y Terme in der Gleichung vorkommen.

Beispiele

- 1 $y'' - 4y' - 5y = 0$
ist eine **gewöhnliche** (y hängt nur von x ab), **homogene** (jede Lösung y ergibt beliebige Lösungen $c \cdot y$), **lineare** (y und alle Ableitungen treten nur linear auf) Differentialgleichung **2-ter Ordnung** (die höchste Ableitung ist y'').
- 2 $u_{xx} + u_{yy} = -1$ ist eine **partielle** (u hängt mindestens von x und y ab), **inhomogene** (eine Lösung u schließt eine Lösung $c \cdot u$ aus), **lineare** (alle Ableitungen treten nur linear auf) Differentialgleichung **2-ter Ordnung** (die höchste partielle Ableitung ist die zweite Ableitung).
- 3 $y' = \frac{1}{y^2}$ ist eine **gewöhnliche** (y hängt nur von x ab), **nichtlineare** (y tritt nichtlinear auf), **inhomogene** (mit y ist nicht $c \cdot y$ Lösung) Differentialgleichung **1-ter Ordnung**