

Zeile

Aufgabe

8

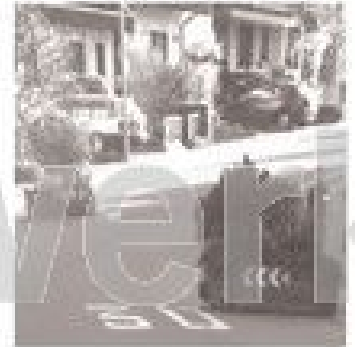
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

In der Talstraße sollen Pflanzkübel aus Holz aufgestellt werden. Sie dürfen nicht höher als 50 cm sein, damit Kinder am Straßenrand gut zu sehen sind.

Herr Müller, Mitglied des Entscheidungsgremiums, skizziert einen Vorschlag: Höhe genau 50 cm, quadratische Grundfläche mit einer Seitenlänge von 90 cm, oberer Rand ebenfalls quadratisch, Seitenlänge 1,20 m. Frau Meier meint: „Das ist sicher zu klein.

Der Gärtner fordert nämlich ein Fassungsvermögen von 1 000 Litern, damit seine Pflanzen genügend Erde zum Wachsen haben.“

Hat Frau Meier Recht? Auf welche Maße – bei grundsätzlicher Beibehaltung der Form – könnte sich das Gremium verständigen?



Lösungssseite

- 1 Frage? (siehe Zeile 13 bis 15 der Aufgabe)
- 2 Fragen: a) Ist der von Herrn Meier geplante Kübel zu klein?
b) Welche anderen Maße sind möglich?
- 3 Um das Fassungsvermögen (Volumen) des geplanten Kübels ausrechnen zu können, muss man seine geometrische Form kennen.
- 4 Es ist ein (umgedrehter) Pyramidenstumpf mit quadratischer Grundfläche
(siehe Zeile 6 bis 8 oder Skizze auf der Aufgabenseite)

5 Für einen solchen Pyramidenstumpf gilt allgemein: $V = \frac{h}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$

6 zu a) $V = \frac{h}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$
 $= \frac{0,5}{3} \cdot (0,9^2 + 0,9 \cdot 1,2 + 1,2^2)$
 $= \frac{0,5}{3} \cdot (0,81 + 1,08 + 1,44) = \frac{0,5}{3} \cdot 3,33 = \frac{0,5 \cdot 3,33}{3} = 0,5 \cdot 1,11 = 0,555$

7 Das Volumen beträgt: $0,555 \text{ m}^3 = 555 \text{ dm}^3 = 555 \text{ Liter}$

8 Antwort: Der von Herrn Meier geplante Kübel ist zu klein.
(Das geforderte Fassungsvermögen ist fast doppelt so groß.)

9 Zu b) Für mögliche Maße müssen a_1 und a_2 so gewählt werden, dass $V = 1000 \text{ l}$
Dabei ist $h = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$ fest.
Das kann man ausprobieren. Eine Tabelle hilft die Übersicht zu bewahren.

10 Beispiel ($h = 0,5 \text{ m}$):

a_1 (gewählt)	a_2 (gewählt)	V (errechnet)	
1,00 m	1,50 m	$\approx 0,792 \text{ m}^3 = 792 \text{ l}$	zu klein
1,20 m	1,30 m	$\approx 0,782 \text{ m}^3 = 782 \text{ l}$	zu klein
1,30 m	1,50 m	$\approx 0,982 \text{ m}^3 = 982 \text{ l}$	fast ausreichend
1,35 m	1,50 m	$\approx 1,016 \text{ m}^3 = 1016 \text{ l}$	ausreichend
1,30 m	1,55 m	$\approx 1,018 \text{ m}^3 = 1018 \text{ l}$	ausreichend

- 11 Es sind natürlich noch viele andere Maße möglich.
- 12 Antwort: Der untere Rand könnte 1,35 m sein und der obere 1,50 m
oder
der untere Rand könnte 1,30 m sein und der obere 1,55 m
oder ...