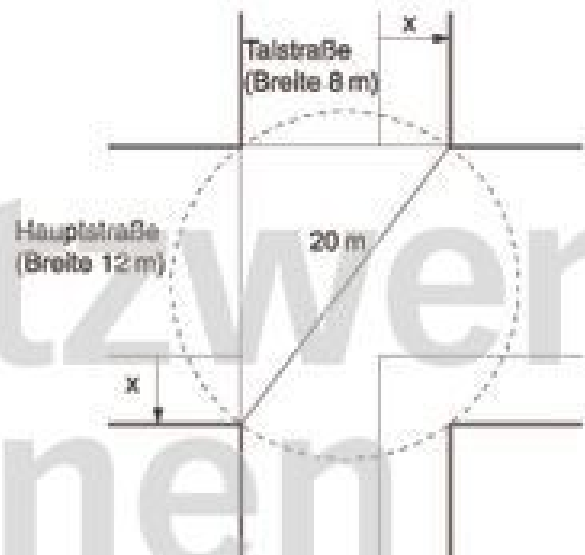
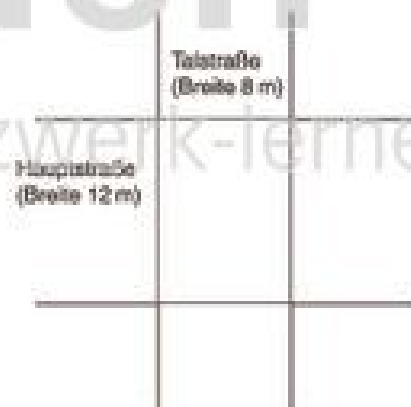


Zeile Aufgabe ④

1 An der Kreuzung von Talstraße und Hauptstraße soll ein Kreisverkehr entstehen.
2 Die Talstraße ist 8 m breit und die Hauptstraße 12 m.

3 Beide Straßen sollen im Zuge der Baumaßnahmen auch verbreitert werden
4 – und zwar um die gleiche Meterzahl (siehe Planskizze) –,
5 so dass der äußere Durchmesser des Kreises 20 m wird.

6 Um wie viel Meter werden die Straßen breiter?



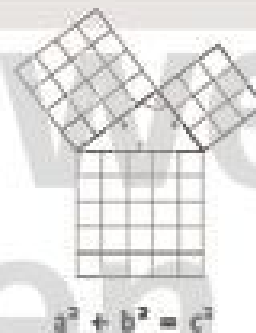
Lösungsseite

❶ Frage? (siehe Zeile 6 Aufgabe)

❷ Wie groß ist also x ?

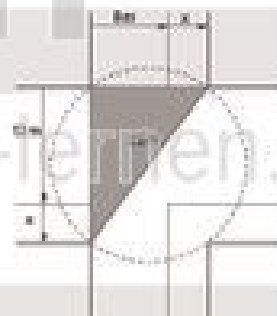
❸ Hier kann der Satz des Pythagoras helfen.

❹ Der Satz des Pythagoras gilt im rechtwinkligen Dreieck und lautet:
Die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten ist gleich dem Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.



❺ Rechtwinkliges Dreieck: neue Straßenbreiten → Katheten
Durchmesser des Kreises → Hypotenuse

❻ Breite der Talstraße (neu) $(8 + x)$ m
Breite der Hauptstraße (neu) $(12 + x)$ m
Kreisdurchmesser 20 m



❼ $(8 + x)^2 + (12 + x)^2 = 20^2$

❽ Die Binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ hilft, die Klammern aufzulösen.

$$\begin{aligned} \text{❾} \quad & (8 + x)^2 + (12 + x)^2 = 20^2 \\ & 64 + 2 \cdot 8 \cdot x + x^2 + 144 + 2 \cdot 12 \cdot x + x^2 = 400 \\ & 64 + 16x + x^2 + 144 + 24x + x^2 = 400 \\ & 2x^2 + 40x + 208 = 400 \end{aligned}$$

❿ Die Normalform einer gemischt-quadratischen Gleichung hat die Lösungsformel:

$$\begin{aligned} & x^2 + px + q = 0 \\ & x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{⓫} \quad & 2x^2 + 40x + 208 = 400 \quad / : 2 \\ & x^2 + 20x + 104 = 200 \quad / - 200 \\ & x^2 + 20x - 96 = 0 \quad \text{(Normalform)} \\ & x_{1,2} = -\frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 - (-96)} \\ & x_{1,2} = -10 \pm \sqrt{196} \\ & x_{1,2} = -10 \pm 14 \\ & x_1 = +4 \quad x_2 = -24 \end{aligned}$$

⓬ Der Wert $x_2 = -24$ ist unbrauchbar, da es keine negativen Längen gibt.
Also gilt: $x_1 = +4$

⓭ Antwort: Die Straßen werden 4 m breiter.

⓮ Die Hauptstraße wird 16 m und die Talstraße 12 m breit.

