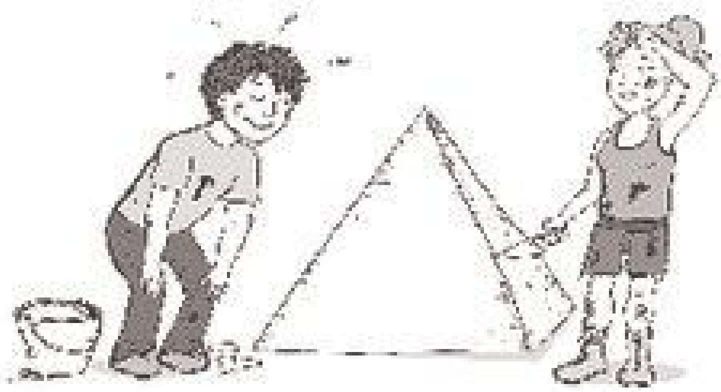
Aufgabe 7

Der Schulhof von Jules Schule wird umgestaltet. Auch die Schüler dürfen Vorschläge machen. Jules Klasse will, dass „Kunstwerke" aus Beton aufgestellt werden. Jule entwirft am Computer eine quadratische Pyramide. Die soll 3 m hoch werden und eine untere Kantenlänge von $1\frac{1}{2}$ m haben.

Manu schaut ihr zu und meint: „Da brauchen wir aber eine Menge Beton." „Gut, dann machen wir sie nur halb so hoch, oder halb so breit", lenkt Jule ein. Manu hat eine andere Idee: „Machen wir sie doch innen hohl und sparen eine Pyramide aus, die 2,50 m hoch und unten 90 cm breit ist."

„Lass uns doch mal ausrechnen, wie viel Beton bei den verschiedenen Möglichkeiten gebraucht wird", schlägt Jule vor.



! Allgemein gilt für Pyramiden und Kegel:
Volumen = $\frac{1}{3}$ · Grundfläche · Höhe.

Lösungsseite

1 Frage? (siehe Zeile 10 und 11 der Aufgabe)

2 Frage: **Wie viel Beton wird bei den verschiedenen Möglichkeiten gebraucht?**

a) Jules 1. Vorschlag (siehe Zeile 4 und 5)

b) Jules 2. Vorschlag (siehe Zeile 7)

c) Jules 3. Vorschlag (siehe Zeile 7)

d) Manus Vorschlag (siehe Zeile 8 und 9)

3 Unterstreiche wichtige Angaben in der Aufgabe und fertige Skizzen an!

4 So könnten die Skizzen aussehen:

5 a) $V_a = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}\,m \cdot 1\frac{1}{2}\,m \cdot 3\,m = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3\,m^3 = \frac{9}{4}\,m^3 = 2\frac{1}{4}\,m^3 = \mathbf{2{,}25\,m^3}$

6 b) Die Pyramide wird halb so hoch:
Hier kannst du das Volumen mit den halben Höhe berechnen
oder überlegen, wie sich das Volumen ändert, wenn du die Höhe halbierst.

7 Wenn die Höhe halbiert wird, wird auch das Volumen halbiert,
denn beide sind proportional.
Also gilt: $V_b = \frac{1}{2} V_a = \frac{1}{2} \cdot 2{,}25\,m^3 = 1{,}125\,m^3 \approx \mathbf{1{,}13\,m^3}$

8 c) Die Pyramide wird halb so breit:
Hier kannst du das Volumen mit der halben Seitenlänge des Quadrates berechnen
oder überlegen, wie sich das Volumen ändert, wenn du die Seite halbierst.

9 Wenn die Seitenlänge des Quadrates halbiert wird,
ergibt sich für das Volumen der 4. Teil,
denn in der Formel für das Volumen wird die Seitenlänge mit sich selbst multipliziert:
Das heißt bei einer Seitenlänge von a: $\frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{4} a^2$
Also gilt: $V_c = \frac{1}{4} V_a = \frac{1}{4} \cdot 2{,}25\,m^3 = 0{,}5625\,m^3 \approx \mathbf{0{,}56\,m^3}$

10 d) Die Pyramide wird hohl,

11 und zwar fehlt innen eine kleinere Pyramide (Höhe 2,50 m, Breite 90 cm).

12 Diese kleinere Pyramide hat das Volumen
$V_k = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 0{,}9\,m \cdot 0{,}9\,m \cdot 2{,}50\,m = 0{,}675\,m^3$

13 Von dem Volumen V_a wird das Volumen V_k der ausgesparten Pyramide subtrahiert.

14 $V_d = V_a - V_k = 2{,}25\,m^3 - 0{,}675\,m^3 = 1{,}575\,m^3 \approx \mathbf{1{,}58\,m^3}$

15 Antwort: **Ungefähr so viel Beton wird jeweils gebraucht:**
a) 2,25 m³, b) 1,13 m³, c) 0,56 m³, d) 1,5