

Anteile erkennen und darstellen

Klasse 6

Brüche

Anteile erkennen und darstellen

Sachinformation

Ein Bruch gibt in kompakt formaler Darstellung den Anteil eines Ganzen an. Zur Ausbildung dieser Grundvorstellung sollen die Schüler*innen in bildlicher Darstellung Anteile erkennen und darstellen sowie angegebene Anteile eines Ganzen zu einem Ganzen ergänzen. Zur Differenzierung und Vertiefung können Anteile auch mithilfe eines Geobretts oder Perlen auf Stäben dargestellt werden (siehe Mathekoffer Brüche).

Lernziele und Kompetenzen

1. Stunde:

- Die Schüler*innen erkennen Anteile und stellen Anteile dar.

Materialien und Medien

Lehrkraft: Kreide, Tafel, M1, M2 im Klassensatz kopiert

Schüler*innen: Buntstifte

Hauptprobleme der Schüler*innen und Tipps

- Die Schüler*innen haben eventuell Probleme in den Darstellungen, die Anteile und das Ganze zu erkennen oder voneinander zu unterscheiden. Helfen kann, das Ganze (z. B. gelb umranden) und die Anteile (z. B. blau ausmalen) farblich zu markieren.
- Um eine sprachliche Unterstützung anzubieten, können Sie auf einem Plakat Satzbausteine anbieten und die Benutzung einfordern. Mögliche Satzbausteine: Das Ganze ist in ... gleich große Teile geteilt / ... Teile sind gefärbt / ... der Figur (Rechteck, Kreis, Strecke) ist gefärbt / ... des Ganzen ist gefärbt / ... von ... Anteilen sind gefärbt.

Hinweise zur Unterrichtsgestaltung

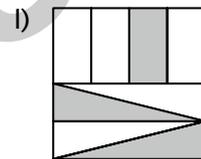
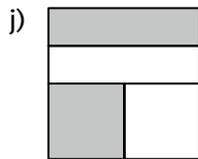
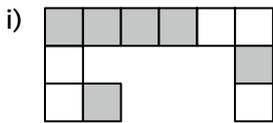
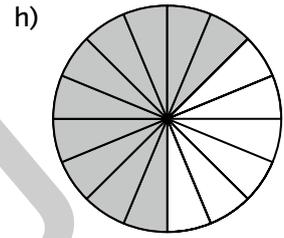
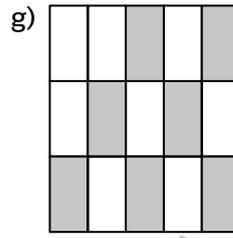
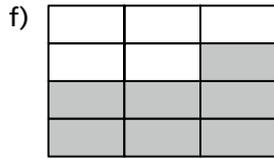
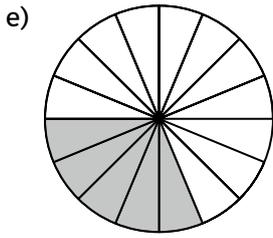
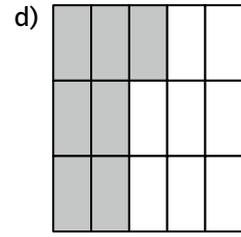
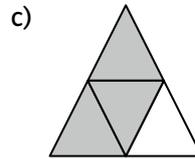
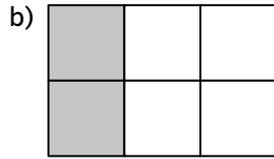
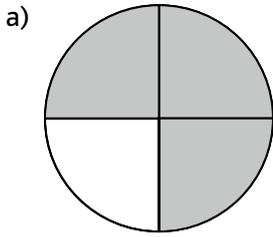
1. Die Schüler*innen sollen sich die Informationen auf M1 durchlesen. Anschließend sollen sie im Unterrichtsgespräch ihre Fragen stellen. An der Tafel beantworten andere Schüler*innen die Fragen. Bei schwachen Lerngruppen kann dies auch abschnittsweise geschehen. Lassen Sie sich von ihnen erklären, wie Anteile erkannt und dargestellt werden können. Sie können die Einteilung eines Ganzen in 5, 6, 7, ... gleich große Teile fortsetzen oder weitere Anteile ($\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ oder $\frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ oder $\frac{5}{9}, \frac{6}{9}$) an der Tafel anzeichnen bzw. darstellen lassen. Ermuntern Sie die Schüler*innen, in ganzen Sätzen (siehe Hauptprobleme oben, Satzbausteine) zu sprechen.
2. Bei den Aufgaben 1 j)–l) von M2 muss ggf. die Art der Unterteilung (bei j) und k) jedes Feld $\frac{1}{4}$; bei l) jedes Feld $\frac{1}{8}$) besprochen werden. Bei den Aufgaben 3 kann es hilfreich sein, im ersten Schritt einen Anteil durch Ausmalen oder Umranden zu markieren und im zweiten Schritt zu überlegen, wie das Ganze aussehen muss.

Dauer	Unterrichtsverlauf	Materialien/Medien
	1. Stunde	
8 min	Erarbeitung 1: Die Lehrkraft teilt das Material M1 aus, das die Schüler*innen durchlesen (<i>Hinweis 1</i>).	M1
12 min	Erarbeitung 2: Sie stellen ihre Fragen, die andere Schüler*innen an der Tafel beantworten bzw. erklären. Die Lehrkraft moderiert das Unterrichtsgespräch.	M1, Tafel, Buntstifte
25 min	Vertiefung: Sie bearbeiten M2. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen. <i>Lösung</i> am Ende dieses Kapitels (<i>Hinweis 2</i>).	M2, Buntstifte

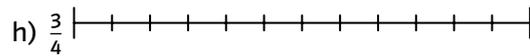
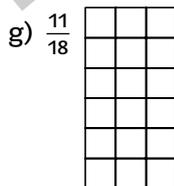
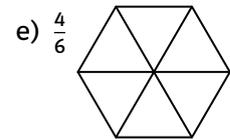
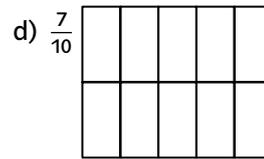
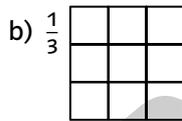
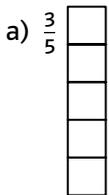
Bruch als Anteil eines Ganzen

Name _____

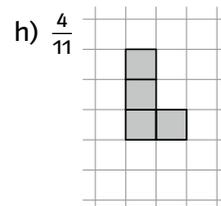
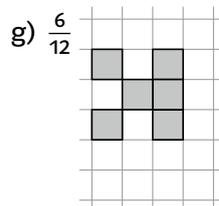
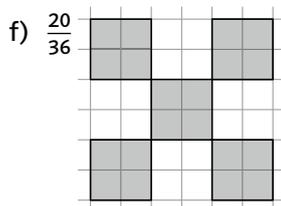
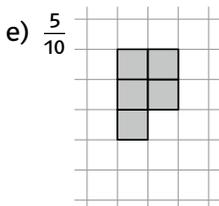
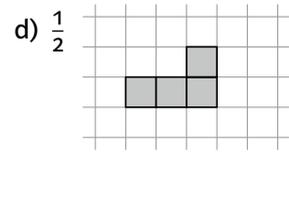
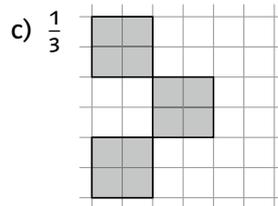
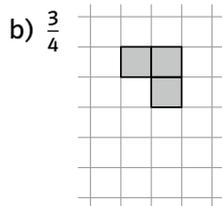
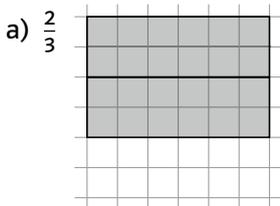
1. Gib an, welcher Anteil gefärbt ist.



2. Das Ganze ist durch die Abbildung gegeben. Färbe den angegebenen Anteil.



3. Die Fläche stellt den angegebenen Anteil eines Ganzen dar. Ergänze zu einem Ganzen.



Bruchteile von Größen

Bruchteile von Größen



Sachinformation

Ein Bruch als relativer Anteil beschreibt einen Anteil von einer Größe (Grundvorstellung). Im Vordergrund steht die Bestimmung des Anteils. Zur Veranschaulichung wird ein Pfeilbild eingeführt. Im Material M2 wird in Aufgabe 6 und 7 mithilfe der Umkehroperationen das Ganze bestimmt. Betrachtet werden die Größen Gewicht (g, kg), Zeit (min, h), Länge (cm, dm, m, km), Fläche (m²), Geld (ct, €), Volumen (Liter, ml). Wegen der Überschaubarkeit des Inhalts eignet sich dieser auch in lernschwachen Gruppen, um die Schüler*innen möglichst viel selbst erarbeiten zu lassen. Sie können erfahren, wie die Zusammenarbeit mit einem*einer Partner*in oder das Einholen von Hilfe von einem*einer Mitschüler*in oder der Lehrkraft sie unterstützt. Als Lehrkraft sollten Sie Hilfe zur Selbsthilfe geben. Frustrations- und Hilfeeferfahrungen der Schüler*innen sollten reflektiert werden.

Lernziele und Kompetenzen

1. Stunde:

- Die Schüler*innen bestimmen den Anteil am Ganzen.
- Sie bestimmen das Ganze bei gegebenem Anteil und Teil.
- Sie unterstützen sich im Lernprozess.

Materialien und Medien

Lehrkraft: Kreide, Tafel, M1, M2 im Klassensatz kopiert, ca. 30 DIN-A6-Blätter
Schüler*innen: Heft

Hauptprobleme der Schüler*innen und Tipps

Beim möglichst selbständigen Arbeiten werden einige Schüler*innen Frustrationserfahrungen machen. Geben Sie ihnen minimale Hilfen und reflektieren Sie mit ihnen, wie sie trotz Schwierigkeiten die Aufgabenbearbeitung geschafft haben.

Hinweise zur Unterrichtsgestaltung

1. Die Schüler*innen sollen sich im ersten Schritt allein mit dem Inhalt des Materials M1 beschäftigen. Schüler*innen, die eine geringe Frustrationsschwelle haben, benötigen ggf. Ermutigung. Sehr lernschwache Schüler*innen könnten auch zu zweit an dem Material arbeiten. Im zweiten Schritt arbeiten die Schüler*innen mit ihren Sitznachbar*innen. Unterstützen Sie einzelne Schüler*innen oder Gruppen. Die Schüler*innen sollen aber so eigenständig wie möglich arbeiten. Offene Fragen können im Unterrichtsgespräch besprochen werden.
2. Die Schüler*innen sollen zur Übung leicht abgewandelte Aufgaben (M2, Nr. 1–5) bearbeiten. Bei Aufgabe 6 und 7 ist das Ganze gesucht. Diese, für lernschwächere Schüler*innen eher nicht geeigneten Aufgaben werden in umgekehrter Pfeilrichtung bearbeitet, wobei die Gegenoperationen durchgeführt werden (statt malrechnen teilen und statt teilen malrechnen). Größere Probleme sollten Sie im Unterrichtsgespräch klären, wobei Sie auch hier so weit wie möglich auf die Expertise der Schüler*innen zurückgreifen sollten.
Zur Vertiefung können die Schüler*innen ähnliche Aufgaben selbst erfinden und ihren Sitznachbar*innen zur Bearbeitung geben. Auf die eine Seite des DIN-A6-Blattes wird die Aufgabe und auf die andere Seite die Lösung geschrieben.

Bruchteile von Größen

Dauer	Unterrichtsverlauf	Materialien/Medien
	1. Stunde	
10 min	Erarbeitung: Die Lehrkraft teilt das Material M1 aus, das die Schüler*innen in Einzelarbeit bearbeiten. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen. <i>Lösungen</i> am Ende dieses Kapitels (<i>Hinweis 1</i>).	M1
10 min	Sicherung: Die Schüler*innen vergleichen ihre Ergebnisse in Partner*innenarbeit und formulieren ggf. Fragen, die im Unterrichtsgespräch geklärt werden.	M1, Tafel
25 min	Übung: Die Lehrkraft teilt das Material M2 aus, das die Schüler*innen in Partner*innenarbeit bearbeiten. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen. <i>Lösungen</i> am Ende dieses Kapitels (<i>Hinweis 2</i>).	M2, Heft

VORSCHAU

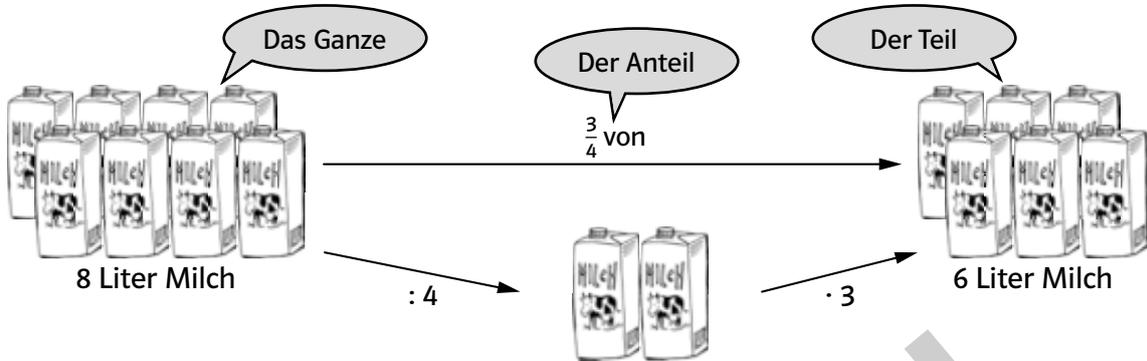
Material M1 – Arbeitsblatt

Bruch als relativer Anteil

Name _____

Beispiel

Es soll $\frac{3}{4}$ von 8 Liter Milch berechnet werden.



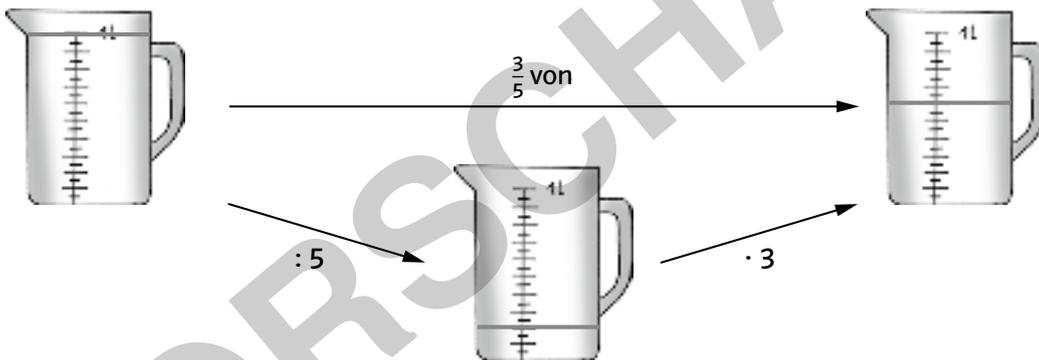
Dies kann auch so geschrieben werden:

$$\frac{3}{4} \text{ von } 8 \text{ Liter Milch sind } 6 \text{ Liter Milch.}$$

$$\text{oder: } \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ Liter} = 6 \text{ Liter}$$

Beispiel

Es soll $\frac{3}{5}$ von 1 Liter berechnet werden.

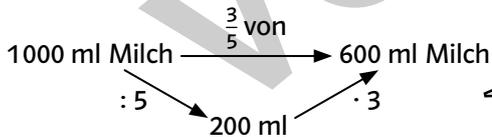


Dies kann auch so geschrieben werden:

$$\frac{3}{5} \text{ von } 1 \text{ Liter Milch sind } \frac{3}{5} \text{ Liter Milch.}$$

$$\text{oder: } \frac{3}{5} \cdot 1 \text{ Liter} = \frac{3}{5} \text{ Liter}$$

oder in einer kleineren Einheit:



Diese Darstellung nennt man Pfeilbild.

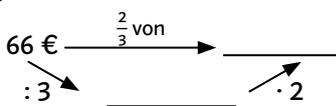
Dies kann auch so geschrieben werden:

$$\frac{3}{5} \text{ von } 1000 \text{ ml sind } 600 \text{ ml Milch.}$$

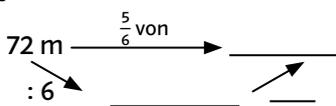
$$\text{oder: } \frac{3}{5} \cdot 1000 \text{ ml} = 600 \text{ ml}$$

1. Bestimme den Anteil und fülle die Lücken in den Pfeilbildern aus.

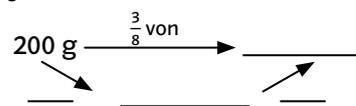
a) $\frac{2}{3}$ von 66 € sind _____.



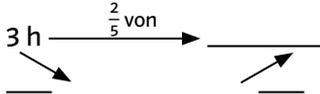
b) $\frac{5}{6}$ von 72 m sind _____.



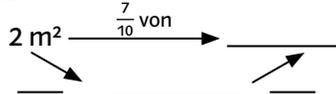
c) $\frac{3}{8}$ von 200 g sind _____.



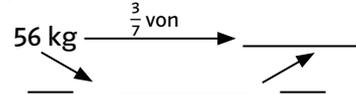
d) $\frac{2}{5}$ von 3 h sind _____.



e) $\frac{7}{10}$ von 2 m² sind _____.



f) $\frac{3}{7}$ von 56 kg sind _____.



Material M2 – Arbeitsblatt

Bruch als relativer Anteil

Name _____

1. Bestimme den Anteil und lege jeweils wie im Material M1 ein Pfeilbild an.

- a) 400 g $\xrightarrow{\frac{3}{8}}$ von _____ b) 350 g $\xrightarrow{\frac{2}{7}}$ von _____ c) 540 g $\xrightarrow{\frac{4}{9}}$ von _____

2. Bestimme den Anteil.

- a) $\frac{3}{4}$ von 16 l b) $\frac{7}{10}$ von 70 m c) $\frac{7}{11}$ von 33 g d) $\frac{4}{8}$ von 64 €
 e) $\frac{4}{5}$ von 25 h f) $\frac{7}{12}$ von 60 min g) $\frac{5}{7}$ von 98 km h) $\frac{4}{3}$ von 600 ml

3. Berechne.

- a) $\frac{3}{5}$ von 165 kg, 235 kg, 840 kg, 2 815 kg b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{3}{10}, \frac{2}{15}$ von 210 €

4. Elin hat Anteile bestimmt. Hat sie alles richtig gerechnet? Überprüfe Elins Rechnungen und korrigiere sie gegebenenfalls.

- a) $\frac{3}{4}$ von 12 € sind 16 €. b) $\frac{5}{4}$ von 80 € sind 64 €.

5. Berechne und ordne die Werte richtig zu.

a)

1	
2	

80 min

2	
3	

96 min

3	
4	

von 120 min

4	
5	

100 min

5	
6	

60 min

1	
3	

210 cm

2	
4	

300 cm

3	
5	

von 420 cm

4	
6	

280 cm

5	
7	

140 cm

5	
6	

90 min

5	
6	

252 cm

6. Das Ganze ist gesucht. Bestimme das Ganze und beschreibe, wie du vorgegangen bist.

- a) $\frac{1}{4}$ von _____ sind 20 h. b) $\frac{2}{5}$ von _____ sind 60 cm². c) $\frac{3}{6}$ von _____ sind 60 €.
- $\xrightarrow{\frac{1}{4} \text{ von}} \rightarrow 20 \text{ h}$ $\xrightarrow{\frac{2}{5} \text{ von}} \rightarrow 60 \text{ cm}^2$ $\xrightarrow{\frac{3}{6} \text{ von}} \rightarrow 60 \text{ €}$

7. Bestimme das Ganze.

- a) $\frac{1}{6}$ von _____ sind 125 ml. b) $\frac{2}{7}$ von _____ sind 350 ct. c) $\frac{3}{8}$ von _____ sind 114 km.

Brüche addieren und subtrahieren

Brüche addieren und subtrahieren

Sachinformation

Mit den Bruchstreifen lassen sich Brüche anschaulich addieren (Grundvorstellung: Bruchstreifen werden aneinandergelegt) und subtrahieren (Grundvorstellung: zweiter Bruchstreifen verdeckt einen Teil des ersten Bruchstreifens). Die Schüler*innen erarbeiten sich schrittweise das Addieren und Subtrahieren von Brüchen, bei denen der Nenner des einen Bruches bereits im Nenner des anderen Bruches enthalten ist, und von teilerfremden Brüchen sowie Brüchen, bei denen ein kleinerer gemeinsamer Nenner bestimmt werden kann. (In Anlehnung an das Kapitel *Bruchstreifen: Addieren und subtrahieren* in Puscher/Schönfelder/Vernay 2016, S. 36–41.)

Voraussetzungen

In früheren Stunden ist bereits mit den Bruchstreifen gearbeitet worden. Unabhängig davon können Sie aus dem Kapitel *Brüche vergleichen* das Material M2, M3 im Klassensatz auf Papier 120 g/m² kopiert und DIN-Lang-Briefumschläge im Klassensatz für den Einsatz hier nehmen. Die Schüler*innen können das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) zweier Zahlen bestimmen.

Lernziele und Kompetenzen

1. Stunde:

- Die Schüler*innen addieren und subtrahieren Brüche mithilfe von Bruchstreifen.
- Sie arbeiten in der Methode Partner*innenpuzzle.

2. Stunde:

- Sie addieren und subtrahieren Brüche mithilfe von Bruchstreifen.
- Sie machen zwei Brüche gleichnamig durch Erweitern, Kürzen oder durch die Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen.
- Sie arbeiten in der Methode Partner*innenpuzzle.

3. Stunde:

- Sie addieren und subtrahieren Brüche mithilfe des Rechteckmodells.

Materialien und Medien

Lehrkraft:

- Kreide, Tafel
- M1, M2, M3 im Klassensatz kopiert; M4 im Klassensatz auf Papier 120 g/m² kopiert
- aus Kapitel *Brüche vergleichen*: M1, M2, M3 im Klassensatz auf Papier 120 g/m² kopiert, DIN-Lang-Briefumschlag im Klassensatz

Schüler*innen: Heft, Schere

Hauptprobleme der Schüler*innen und Tipps

Der zeitliche Aufwand für das Partner*innenpuzzle ist davon abhängig, wie gut die Schüler*innen mit anderen Mitschüler*innen zusammenarbeiten können. Da der Unterrichtsinhalt relativ leicht ist, eignet sich dieser zur Einführung des Partner*innenpuzzles. Wichtig ist dann, die einzelnen Phasen gut anzuleiten und nach Beendigung des Partner*innenpuzzles die Methode zu reflektieren. Legen Sie die Tandems für die Erklärungsphase fest.

Hinweise zur Unterrichtsgestaltung

1. Ablauf des Partner*innenpuzzles:

- Erarbeitungsphase: Die Klasse wird in zwei Gruppen eingeteilt, z. B. bearbeiten die Schüler*innen auf der linken Seite des Klassenzimmers M1, die auf der rechten M2. Sitznachbar*innen sollen zu zweit oder zu dritt als Expert*innengruppe das Material M1 bzw. M2 bearbeiten.
- Erklärungsphase: Die Lehrkraft legt die Tandems, also ein*en Expert*in für M1 und ein*en Expert*in für M2, für diese Phase fest. Jede*r Expert*in erklärt dem*der anderen Schüler*in sein*ihre Thema mithilfe des Materials.

Brüche addieren und subtrahieren

2. Die Materialien M1 und M2 sind gleich aufgebaut, bei den Aufgaben unterscheiden sich teilweise nur die Rechenzeichen. Die Brüche und die Aufgabenergebnisse sind immer kleiner als eins, da mit den Bruchstreifen keine Brüche größer als eins zu legen sind. Der Umgang mit den Bruch- und Nennerstreifen ist für die Schüler*innen anschaulich. Für lernschwächere Schüler*innen kann es hilfreich sein, die Einstellung der Bruch- und Nennerstreifen wie in der Abbildung auf M1 bzw. M2 in ihr Heft zu zeichnen. Unterstützen Sie ggf. Schüler*innen beim korrekten Einschieben der Streifen.

Die Aufgaben 5 und 6 dienen der Differenzierung und als zeitlicher Puffer. Stellen Sie sicher, dass alle Schüler*innen die Aufgaben 2 bis 4 bearbeiten. Benennen Sie ggf. zwei bis vier leistungsstarke Schüler*innen, die in der Erklärungsphase lernschwächere Schüler*innen unterstützen.

3. Je nach Bearbeitungsfortschritt kann eine Ergebnissicherung im Laufe der Zweiten Stunde oder am Ende sinnvoll sein. Lassen Sie die Schüler*innen so viel wie möglich mit den Streifen oder an der Tafel erklären.

4. Die Schüler*innen erarbeiten sich ein zweites Modell zur Veranschaulichung der Addition und Subtraktion von Brüchen. Da Bruch- und Nennerstreifen nicht immer greifbar sind, verfügen die Schüler*innen somit über eine zweite Darstellungsform, mit der auch Brüche größer als eins addiert und subtrahiert werden können.

Dauer	Unterrichtsverlauf	Materialien/Medien
1. Stunde		
5 min	Einstieg: Die Lehrkraft erklärt den Ablauf des Partner*innenpuzzles (<i>Hinweis 1</i>).	M1, M2
40 min	Erarbeitung 1: Die Schüler*innen bearbeiten in der Erarbeitungsphase ihr Material M1 oder M2. <i>Lösungen</i> am Ende dieses Kapitels. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen (<i>Hinweis 2</i>).	M1, M2, M4, Bruchstreifen, Heft, Schere
2. Stunde		
35 min	Erarbeitung 2: Die Schüler*innen erklären in der Erklärungsphase ihr Material M1 oder M2 den anderen Schüler*innen. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen.	M1, M2, M4, Bruchstreifen, Heft
10 min	Sicherung: Im Unterrichtsgespräch erklären die Schüler*innen an Beispielen, wie zwei Brüche durch Erweitern, Kürzen oder durch die Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen gleichnamig gemacht werden können, um sie dann zu addieren oder zu subtrahieren. Die Lehrkraft moderiert das Gespräch (<i>Hinweis 3</i>).	M1, M2, Tafel
3. Stunde		
35 min	Erarbeitung 3: Die Schüler*innen bearbeiten M3 und erarbeiten sich das Rechteckmodell. Die Lehrkraft unterstützt einzelne Schüler*innen. <i>Lösungen</i> am Ende dieses Kapitels (<i>Hinweis 4</i>).	M3, M4, Bruchstreifen, Heft
10 min	Sicherung: Im Unterrichtsgespräch erklären die Schüler*innen an Beispielen, wie mithilfe des Rechteckmodells zwei Brüche addiert und subtrahiert werden können.	M3, Tafel

Material: M4

Material aus Kapitel *Brüche vergleichen*: M2, M3, 1 DIN-Lang-Briefumschlag

- Schneide die zwölf Bruchstreifen und die rechteckige Führung aus. Schneide bei der rechteckigen Führung entlang der gestrichelten Linie ca. 4 cm ein.
Schneide die zwölf Nennerstreifen mit den Bezeichnungen für die Nenner aus.
Wenn du die Bruchstreifen nicht mehr benötigst, kannst du sie in den DIN-Lang-Briefumschlag stecken und deinen Namen auf den Umschlag schreiben.

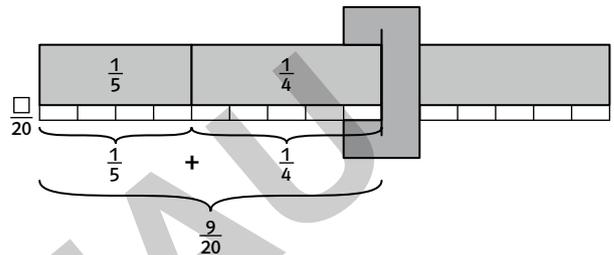
Beispiel

Es sollen die Brüche $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4}$ addiert werden.

Der Viertelstreifen wird von rechts unten bis zur Markierung $\frac{1}{4}$ in die Führung eingeschoben.

Der Fünftelstreifen wird von rechts so unter den Viertelstreifen geschoben, bis die Markierung $\frac{1}{5}$ zu sehen ist.

Der passende Nennerstreifen wird an die Bruchstreifen angelegt und das Ergebnis kann abgelesen werden.



- Bestimme wie im Beispiel das Ergebnis. Beschreibe, wie du den passenden Nennerstreifen findest.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$ c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$ e) $\frac{5}{6} + \frac{1}{12} =$

- Bestimme wie im Beispiel das Ergebnis. Beschreibe, wie du den passenden Nennerstreifen findest.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{9} =$ d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} =$ e) $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} =$

- Erkläre an einem Beispiel aus Aufgabe 2 und 3, wie zwei Brüche addiert werden.

- Berechne das Ergebnis und überprüfe dies mit den Bruchstreifen.

a) $\frac{7}{16} + \frac{3}{8} =$
b) Denke dir selbst Aufgaben aus, die dein Sitznachbar rechnet. Fertige vorher eine Lösung an.

- Berechne das Ergebnis und überprüfe dies mit den Bruchstreifen.

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} =$ b) $\frac{4}{15} + \frac{1}{2} =$ c) $\frac{4}{5} + \frac{1}{8} =$
d) Denke dir selbst Aufgaben aus, die dein Sitznachbar rechnet. Fertige vorher eine Lösung an.