Zahlen und Größen

Rechengesetze – Bildlich verstehen und spielend einfach anwenden

Diana Hauser

© John Scott/DigitalVision; verändert

In der Grundschule wird die Basis für das rechnerische Können der Kinder gebildet. Sitzen die Grundrechenarten wie das Addieren und Multiplizieren, dann ist es an der Zeit, in Klasse 5 die Vorzüge des vorteilhaften Rechnens zu erklären. Dieser Beitrag führt die Rechengesetze langsam und sukzessive ein, sodass jedes Kind sie verstehen und nachvollziehen kann. Jedes Rechengesetz wird mit anschaulichen Bildern untermauert und von zwei Aufgabenseiten auf unterschiedlichem Niveau begleitet. Die vier enthaltenen Spiele sind eine produktive Übung, bei der die Lernenden individuelle Aufgaben erfinden und die Lerninhalte verbalisieren und reflektieren.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	5/6
Dauer:	5 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, Vorfahrtsregeln
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt; Bi: Bildimpuls; Mb: Merkblatt; Sp: Spiel
Planung für 5 Stunden

Einstieg

M 1 (Bi; Ab) Rechnen im Kopf – ist das möglich?

Erarbeitung

M 2 (Ab) Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz
M 3 (Ab) Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 1
M 4 (Ab) Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 2
M 5 (Ab) Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz
M 6 (Ab) Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 1
M 7 (Ab) Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 2
M 8 (Ab) Verteilungsgesetz – Distributivgesetz
M 9 (Ab) Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 1
M 10 (Ab) Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 2

Ergebnissicherung

M 11 (Mb) Besonderheiten und Vorfahrtsregeln

Übungen und Spiele

M 12 (Ab) Vermischte Übungen
M 13 (Sp) Tresorknacker einfach und schwer
M 14 (Sp) Würfelspiel „Vierzehn" (für 2 Personen)
M 15 (Sp) Vier gewinnt (für 2 bis 4 Personen)
M 16 (Sp) Triomino (Gruppenspiel)

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 26.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Bi; Ab)	Rechnen im Kopf – ist das möglich?
M 2 (Ab)	Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz
M 3 (Ab)	Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 1
M 5 (Ab)	Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz
M 6 (Ab)	Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 1
M 8 (Ab)	Verteilungsgesetz – Distributivgesetz
M 9 (Ab)	Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 1
M 11 (Mb)	Besonderheiten und Vorfahrtsregeln
M 12 (Ab)	Vermischte Übungen
M 15 (Sp)	Vier gewinnt (für 2 bis 4 Personen)

Erklärung zu den Symbolen

Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgaben	Alternative	Tipp

Rechnen im Kopf – ist das möglich? M 1

Grafik: Julia Lenzmann

Sarah: „Das ist doch ganz leicht!“
Kim schaut bewundernd von der Aufgabe zu Sarah: „So? Wie denn?“
Sarah zwinkert mit einem Auge: „Man muss es ja nicht genau in der Reihenfolge machen …“

Aufgabe 1
Findet zusammen mögliche Lösungsstrategien und **notiert** sie.

Aber Achtung!
Bei der **Subtraktion** und bei der **Division** darfst du die Zahlen **nicht** einfach **vertauschen**.

Schau hier, die Ergebnisse ändern sich:

Subtraktion

 – 

30 – 10 ≠ 10 – 30

 – 

Lina hat 30 € und gibt 10 € aus.
Sie hat dann 20 € übrig.

Ole hat 10 € und gibt 30 € aus.
Er hat dann 20 € Schulden.

Division

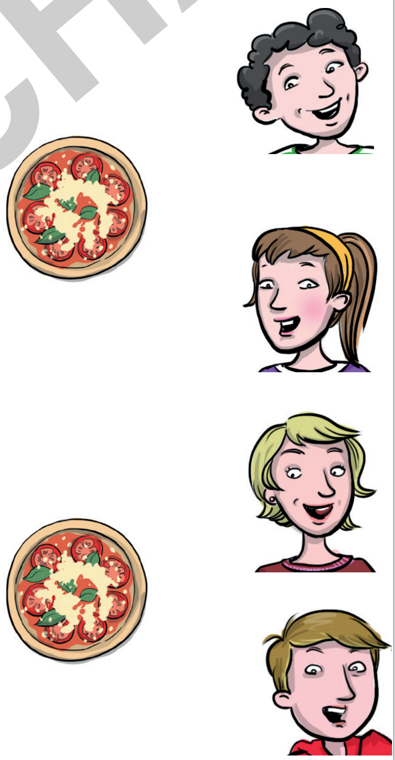
Vier Pizzen werden auf zwei Kinder aufgeteilt.
Jedes Kind erhält zwei Pizzen.

4 : 2 = 2

Ist nicht
das Gleiche!

≠

4 : 2 ≠ 2 : 4

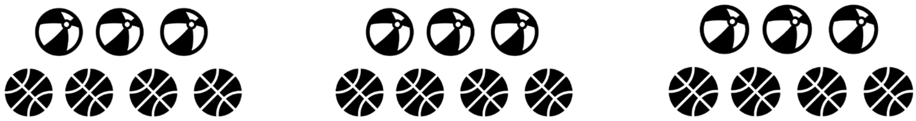


Zwei Pizzen werden auf vier Kinder aufgeteilt.
Jedes Kind erhält eine halbe Pizza.

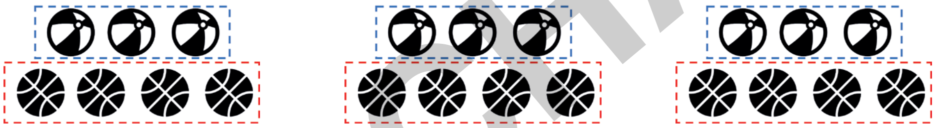
2 : 4 = 0,5

Geldscheine: © colourbox; Grafik Gesichter, Pizza: Julia Lenzmann

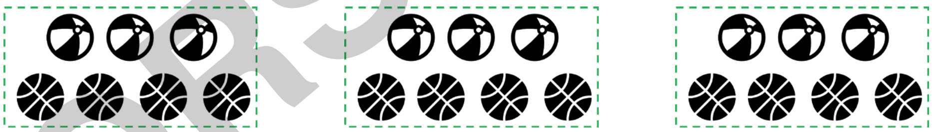
M 8 Verteilungsgesetz – Distributivgesetz



Sarah rechnet die beiden Ball-Reihen getrennt und addiert sie anschließend, in Worten: „3 mal 3 Bälle plus 3 mal 4 Bälle“.



Linus addiert erst die Anzahlen der Bälle pro Spalte und multipliziert die Summe dann mit 3, in Worten: „3 mal (3 Bälle plus 4 Bälle)“.



Beide Rechenwege führen zum selben Ergebnis und sind korrekt.
Ganz ausführlich bedeutet das:
$3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 3 \cdot (3 + 4)$
Von links nach rechts wurde die 3 ausgeklammert: $3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 3 \cdot (3 + 4)$
Von rechts nach links wurde ausmultipliziert: $3 \cdot (3 + 4) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4$
In der Mathematik wird dieses Vorgehen als Verteilungsgesetz bzw. Distributivgesetz bezeichnet.
Allgemein gilt:

Verteilungsgesetz – Distributivgesetz	
Ausmultiplizieren: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	Ausklammern: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

Das Verteilungsgesetz gilt auch für die Subtraktion:
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ bzw. $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

Befindet sich in den Klammern eine Multiplikation oder eine Division, gilt das Verteilungsgesetz im Allgemeinen nicht.

Besonderheiten und Vorfahrtsregeln M 11

Besonderheit 1 – Vertauschungs- und Verbindungsgesetz

Das Vertauschungsgesetz kann man auch für Aufgaben mit + *und* – anwenden, aber nur, wenn man das Rechenzeichen vor der Zahl mitnimmt.

Beispiel:

$15+19-5+10-9=15-5+19-9+10$

Das Vertauschen macht die Rechnung nun deutlich leichter. Nutzt man nun noch das Verbindungsgesetz, kommt man ganz schnell zum Ergebnis:

$15-5+19-9+10=(15-5)+(19-9)+10=10+10+10=30$

Besonderheit 2 – Verteilungsgesetz

Das Verteilungsgesetz kann man auch geschickt für das Multiplizieren von zwei Zahlen nutzen, wenn eine Zahl am Ende die Ziffer 9 hat.

Beispiel:

$7\cdot 39=7\cdot(40-1)=7\cdot 40-7\cdot 1=280-7=273$

Vorfahrtsregeln

Im Allgemeinen gilt: **„Klammern vor Punkt vor Strich“**

Beispiel:

$6\cdot 3+(15-7)$

$=6\cdot 3+8$ Klammern auflösen

$=18+8$ Produkt ausrechnen (= Punktrechnung)

$=26$ Addieren (= Strichrechnung)

Rechenregeln im Überblick

Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz	
Addition: $a+b=b+a$	Multiplikation: $a\cdot b=b\cdot a$

Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz	
Addition: $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$	Multiplikation: $a\cdot b\cdot c=(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

Verteilungsgesetz – Distributivgesetz	
Ausmultiplizieren: $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ $a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$	Ausklammern: $a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c)$ $a\cdot b-a\cdot c=a\cdot(b-c)$

Lösung

Lösungen (M 1)

Aufgabe 1

Individuelle Lösungen

Mögliche Beispiellösung:

Die Zahlen werden „umgeordnet“. Dabei betrachtet man die Einerstellen: Man sucht Zahlenpaare, bei denen sich die Ziffern auf der Einerstelle zu 10 summieren.

417 + 18 + 591 + 1204 + 282 + 109 + 796 + 83

= (417 + 83) + (18 + 282) + (591 + 109) + (1204 + 796)

= 500 + 300 + 700 + 2000

= 3500

Nach Bearbeitung der Einheit können hier genannte Strategien noch mal reflektiert werden. Hierzu dient **Aufgabe 6** von **M 6** bzw. **M 7**.

Lösungen (M 2)

Aufgabe 1

100 : 10 =	☐ Vertauschungsgesetz	987 – 524 =	☐ Vertauschungsgesetz
28 + 14 =	☒ Vertauschungsgesetz	87 · 8 =	☒ Vertauschungsgesetz
563 · 12 =	☒ Vertauschungsgesetz	234 : 13 =	☐ Vertauschungsgesetz
1027 – 5 =	☐ Vertauschungsgesetz	381 + 178 =	☒ Vertauschungsgesetz

Aufgabe 2

a) $42 + 79 = 79 + 42 = 121$

b) $16 \cdot 5 = 5 \cdot 16 = 80$

c) $9 \cdot 12 = 12 \cdot 9 = 108$

d) $125 + 54 = 54 + 125 = 179$

e) $154 \cdot 3 = 3 \cdot 154 = 462$

f) $78 + 222 = 222 + 78 = 300$

Aufgabe 3

Man kann die Steine folgendermaßen anordnen. Die Lösung ist dabei zeilenweise zu lesen.

START	18 · 9	9 · 18	41 + 57	57 + 41	87 · 13
13 · 87	56 + 17	17 + 56	107 + 19	19 + 107	88 · 14
14 · 88	51 · 27	27 · 51	110 + 223	223 + 110	16 · 10
10 · 16	228 + 72	72 + 228	93 + 42	42 + 93	**ZIEL**