

I.C.69

Algebra

Rechenvorteile und Rechengesetze kennenlernen, visualisieren und einüben

Diana Hauser



© RAABE 2023

Grafik: Julia Lenzmann; verändert

Grundrechenarten zu beherrschen, ist elementar. Auf einen Blick zu erkennen, wie man Rechengesetze gekonnt einsetzt und vorteilhaftes Rechnen für sich nutzen kann, erfordert dabei noch mal ein erhöhtes Kompetenzniveau. Dies benötigt Übung und somit Repetition. Diese Einheit bietet beispielsweise mit Würfelspielen oder Triomino abwechslungsreiche Materialien, Methoden und Sozialformen und verhindert so, dass bei der ganzen Wiederholung Langeweile aufkommt. Darüber hinaus zielt sie dennoch nicht nur auf das bloße Auswendiglernen der Regeln ab, sondern auch auf das tiefere Verständnis, indem die Lernenden den Sachverhalt an Bildern anschaulich nachvollziehen können.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	5/6
Dauer:	5 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, Vorfahrtsregeln
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt; Bi: Bildimpuls; Mb: Merkblatt; Sp: Spiel

Planung für 5 Stunden

Einstieg

M 1 (Bi; Ab) Rechnen im Kopf – ist das möglich?

Erarbeitung

M 2 (Ab) Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz
M 3 (Ab) Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 1
M 4 (Ab) Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 2
M 5 (Ab) Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz
M 6 (Ab) Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 1
M 7 (Ab) Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 2
M 8 (Ab) Verteilungsgesetz – Distributivgesetz
M 9 (Ab) Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 1
M 10 (Ab) Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 2



Ergebnissicherung

M 11 (Mb) Besonderheiten und Vorfahrtsregeln

Übungen und Spiele

M 12 (Ab) Vermischte Übungen
M 13 (Sp) Tresorknacker einfach und schwer
M 14 (Sp) Würfelspiel „Vierzehn“ (für 2 Personen)
M 15 (Sp) Vier gewinnt (für 2 bis 4 Personen)
M 16 (Sp) Triomino (Gruppenspiel)

Lösung

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 26.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Bi; Ab)	Rechnen im Kopf – ist das möglich?
M 2 (Ab)	Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz
M 3 (Ab)	Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 1
M 5 (Ab)	Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz
M 6 (Ab)	Aufgaben zum Verbindungsgesetz – Set 1
M 8 (Ab)	Verteilungsgesetz – Distributivgesetz
M 9 (Ab)	Aufgaben zum Verteilungsgesetz – Set 1
M 11 (Mb)	Besonderheiten und Vorfahrtsregeln
M 12 (Ab)	Vermischte Übungen
M 15 (Sp)	Vier gewinnt (für 2 bis 4 Personen)

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzaufgaben		Alternative		Tipp

Rechnen im Kopf – ist das möglich?

M 1



Sarah: „Das ist doch ganz leicht!“

Kim schaut bewundernd von der Aufgabe zu Sarah: „So? Wie denn?“

Sarah zwinkert mit einem Auge: „Man muss es ja nicht genau in der Reihenfolge machen ...“

Aufgabe 1

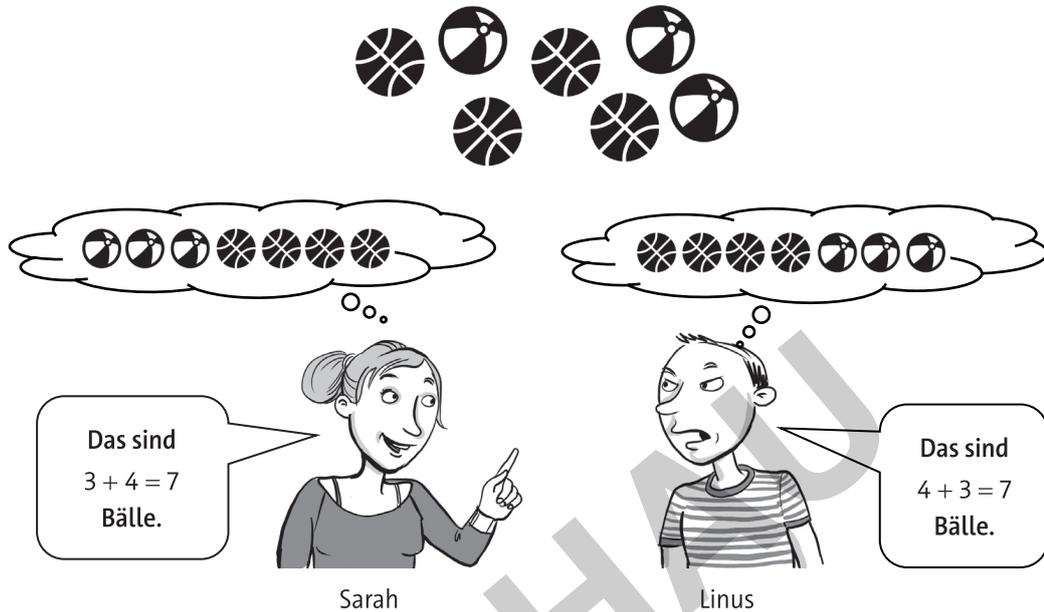
Findet zusammen mögliche Lösungsstrategien und **notiert** sie.

VORSCHAU

M 2

Vertauschungsgesetz – Kommutativgesetz

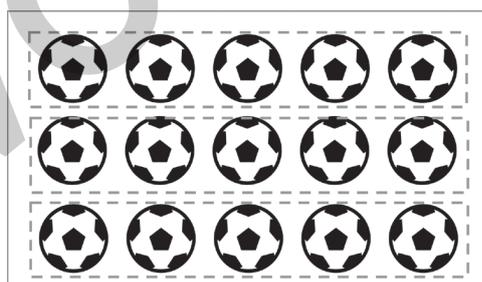
Addition



Beide Kinder haben recht. Wenn du zwei Zahlen addierst, ist es egal, in welcher Reihenfolge du das tust. Es ist also egal, ob du $3 + 4$ oder $4 + 3$ rechnest.

Multiplikation

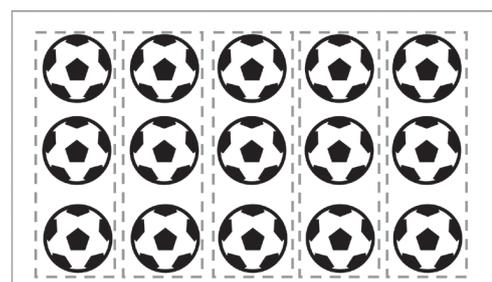
Auch bei der Multiplikation darfst du die Faktoren vertauschen, ohne dass sich das Ergebnis ändert. Das siehst du am folgenden Beispiel:



3 Reihen mit jeweils 5 Bällen sind insgesamt

$$15 \text{ Bälle.}$$

$$3 \cdot 5 = 15$$



5 Spalten mit jeweils 3 Bällen sind insgesamt

$$15 \text{ Bälle.}$$

$$5 \cdot 3 = 15$$

Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 1

M 3



Aufgabe 1

43	36	278	111	86	95
158	105	222	314	57	89

- a) Wähle vier verschiedene Zahlenpaare aus, die du leicht addieren kannst. Schreibe die Rechnung und das Ergebnis auf.
- b) Tauscht euch untereinander aus, welche Paare ihr gewählt habt und warum.

Aufgabe 2

Erkläre mithilfe des Vertauschungsgesetzes, warum Anke und Tim am Ende gleich viel Wasser im Eimer haben.



© RAABE 2023

Grafik: Diana Hauser

Aufgabe 3

	Zahl 1	Zahl 2	Zahl 3
17			
66			
375			
542			
6954			

- a) Findet zu den gegebenen Zahlen jeweils drei verschiedene Zahlen, die sich besonders einfach zu diesen Zahlen addieren lassen.
- b) Tauscht euch untereinander über eure Ergebnisse aus. Begründet dabei, warum sich eure Zahlen besonders einfach addieren lassen.

M 4



Aufgaben zum Vertauschungsgesetz – Set 2

Aufgabe 1

Beispiel: Addiere die Zahlen 367, 179 und 33.

Rechenweg ohne Vorteil

$$\begin{aligned} & 367 + 179 + 33 \\ & = 546 + 33 \\ & = 579 \end{aligned}$$

Rechenweg mit Vorteil

$$\begin{aligned} & 367 + 33 + 179 \\ & = 400 + 179 \\ & = 579 \end{aligned}$$

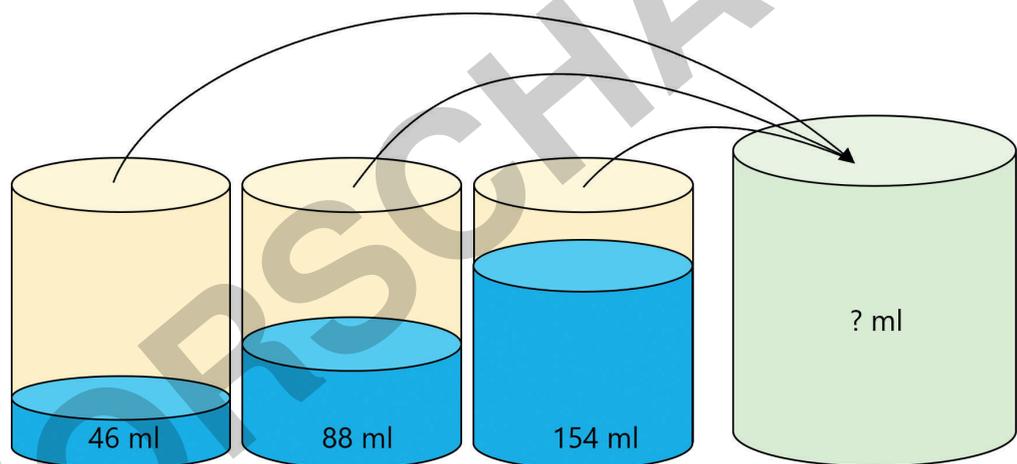
Addiere auch du vorteilhaft.

- 73, 148, 227
- 85, 154, 246
- 145, 17, 45
- 359, 71, 41
- 418, 56, 82

Aufgabe 2

Der Inhalt aus drei Gläsern wird zusammengegossen.

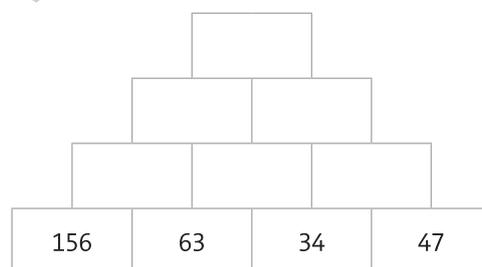
Bestimme den Inhalt im großen Glas. Erkläre, welche Reihenfolge du wählst.



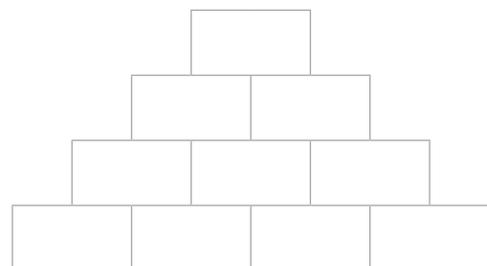
Grafik: Diana Hauser

Aufgabe 3

Zahlenmauer für a)



Zahlenmauer für b)

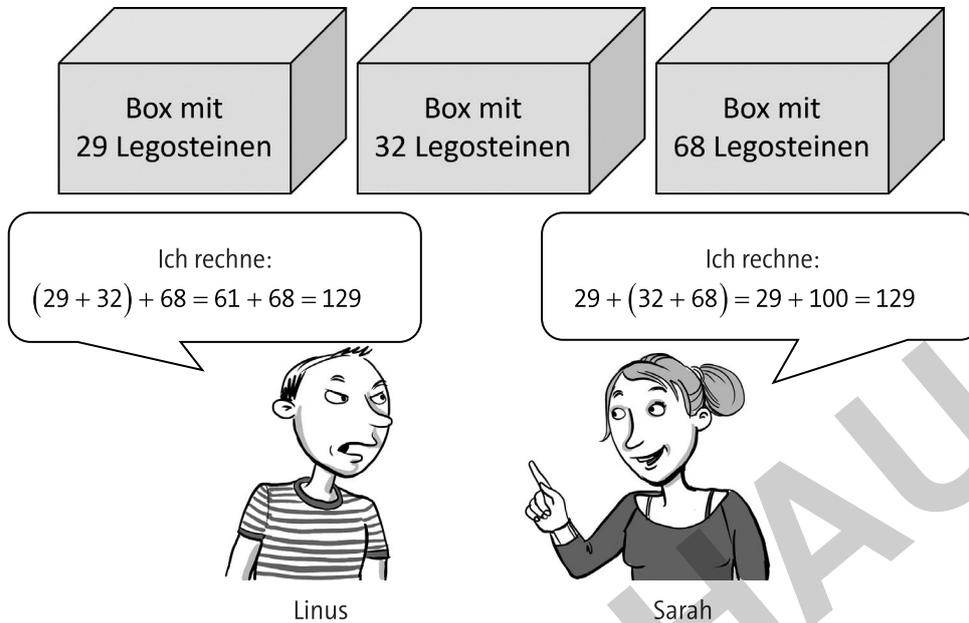


- Berechne die Zahlenmauer.
- Vertausche die untersten Steine so, dass das Addieren leichter wird.
- Prüfe, ob du zum selben Endergebnis kommst. Erkläre, ob du das Vertauschungsgesetz auf Zahlenmauern anwenden kannst.

Verbindungsgesetz – Assoziativgesetz

M 5

Addition

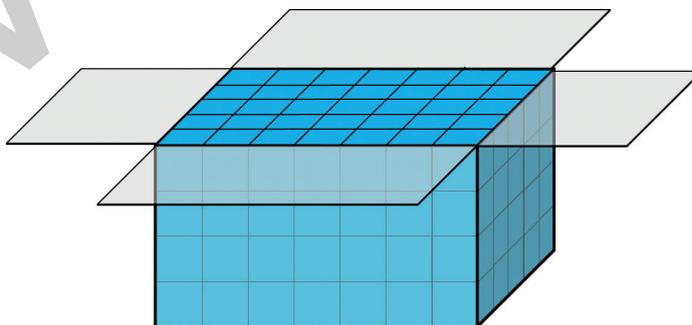


Grafik: Julia Lenzmann

Beide Kinder erhalten das richtige Ergebnis. Denn auch bei mehr als zwei Summanden ist es egal, in welcher Reihenfolge du sie addierst. In Gedanken (oder auch schriftlich) kannst du die Summanden beliebig mit Klammern zusammenfassen. Es ist also egal, ob du zuerst $29 + 32$ oder $32 + 68$ rechnest. Allerdings ist Sarahs Weg vorteilhaft, da sie erst die beiden Zahlen addiert, die zusammen 100 ergeben. Das macht das Addieren leichter.

Multiplikation

Auch bei der Multiplikation darfst du die Faktoren in der Reihenfolge multiplizieren, in der du dich am leichtesten tust. Das Ergebnis ändert sich auch hier nicht. Das siehst du am folgenden Beispiel:



Grafik: Diana Hauser

Im Karton sind
 $7 \cdot 5 \cdot 4 = (7 \cdot 5) \cdot 4 = 35 \cdot 4 = 140$
 Würfel.

Im Karton sind
 $7 \cdot 5 \cdot 4 = 7 \cdot (5 \cdot 4) = 7 \cdot 20 = 140$
 Würfel.

Tresorknacker einfach

Finde den Code und knacke den Tresor!

1. Stelle:

$$3 \cdot 10 - 3 \cdot 9 = \square$$

2. Stelle:

$$4 \cdot (12 - 11) = \square$$

3. Stelle:

$$57 - 47 - 3 = \square$$

4. Stelle:

$$(20 - 12) : 2 = \square$$

5. Stelle:

$$88 : 22 + 5 = \square$$

6. Stelle:

$$2 \cdot (3 + 1) = \square$$

7. Stelle:

$$18 : 9 - 1 = \square$$

8. Stelle:

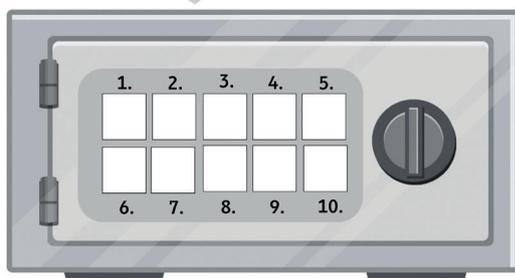
$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = \square$$

9. Stelle:

$$(12 - 9) \cdot 3 = \square$$

10. Stelle:

$$555 : (65 + 46) = \square$$



Tresor: © BrownAlex/iStock/Getty Images Plus; verändert

Tresorknacker schwer

Finde den Code und knacke den Tresor!

Stelle D:

$$48 : 4 - 8 = \square$$

Stelle J:

$$(18 + 7) : 5 = \square$$

Stelle A:

$$(121 - 37) : (81 - 67) = \square$$

Stelle C:

$$11 \cdot 11 - 5 \cdot 23 = \square$$

Stelle H:

$$2 \cdot (96 - 78 - 16) = \square$$

Stelle I:

$$63 : 9 - 2 = \square$$

Stelle E:

$$(15 + 68 + 45) : 16 = \square$$

Stelle G:

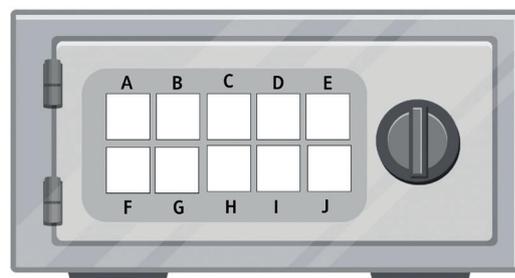
$$19 \cdot 3 - 17 \cdot 3 = \square$$

Stelle F:

$$96 + 54 - 34 - 86 - 25 = \square$$

Stelle B:

$$1050 : 150 \cdot 2 - 5 = \square$$



M 13

Vier gewinnt (für 2 bis 4 Personen)

M 15

Material

- 4 Würfel
- 1 Spielfeld (für alle Mitspielenden zusammen)
- 1 Farbstift pro Person (jede eine andere Farbe)

Spielregeln

- Es wird eine Person bestimmt, die beginnen darf. Diese würfelt mit allen Würfeln.
- Jede mitspielende Person bildet aus den vier geworfenen Zahlen eine Rechenaufgabe. Dabei müssen alle Vorfahrtsregeln beachtet werden (d. h. Klammern vor Punkt vor Strich).
- Jede Person erklärt den anderen, wie sie ihre Rechnung erstellt hat. Die Richtigkeit der Aufgabe und das Ergebnis der Rechnung wird gemeinschaftlich geprüft.
- Beginnend bei der Person, die gewürfelt hat, und danach im Uhrzeigersinn: Jede Person darf ihr Rechenergebnis im Spielfeld in ihrer Farbe markieren.
Achtung: Jedes Feld im Spielfeld darf nur in einer Farbe markiert werden. Ist ein Feld schon farbig, darf es nicht mehr verwendet werden.
- Dann darf die nächste Person würfeln.
- Gewonnen hat die Person, die als erstes vier zusammenhängende Felder in einer Zeile, Spalte oder Diagonale in ihrer Farbe markiert hat.

Spielfeld

10	17	21	9	7	2	15	31	22	35	11	13
30	1	10	24	32	34	28	16	3	6	16	4
8	24	33	22	5	8	31	33	10	25	32	6
3	11	8	1	23	15	7	23	5	27	23	36
26	16	12	15	14	27	19	11	35	30	24	12
29	36	7	18	20	4	31	26	34	2	16	22
1	22	31	33	17	35	25	12	3	20	15	17
34	18	13	23	19	2	34	5	26	14	13	32
7	28	4	3	21	9	14	25	20	6	8	29
19	13	35	6	32	27	4	21	5	18	30	25
11	14	28	2	19	24	18	36	30	26	29	9
21	12	17	20	9	29	1	28	10	3	27	33