

Mechanische und elektromagnetische Schwingkreise – Vergleich

Gerhard Deyke



© lucagal/iStock/Getty Images Plus

Diese Unterrichtseinheit vergleicht mechanische und elektromagnetische Schwingkreise mithilfe ähnlicher Aufgabenstellungen zu beiden Themenbereichen. Die Schülerinnen und Schüler lernen die Parallelen und Unterschiede kennen. Sie führen geeignete Berechnungen durch, sammeln erste Erfahrungen im Herleiten von Sätzen und beschreiben physikalische Vorgänge in ihren eigenen Worten.

Mechanische und elektromagnetische Schwingkreise – Vergleich

Oberstufe

Gerhard Deyke

Hinweise	1
M1 Aufgaben	2
Lösungen	7

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

mechanische und elektromagnetische Schwingungen kennen. Sie betrachten beide Themengebiete ausführlich und erläutern entsprechende Gemeinsamkeiten und Unterschiede anhand von Übungsaufgaben.

VORANSICHT

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Schwingungen	M1	AB

Kompetenzprofil

Inhalt:	Schwingungsdauer von Federpendel und elektromagnetischem Schwingkreis, Energieformen, kinetische Energie, Spannenergie einer Feder, elektrische Energie, magnetische Energie, Lenzsche Regel, Selbstinduktion, Schwingungsdauer des gedämpften und des ungedämpften Federpendels, Schwingungsdauer des gedämpften und des ungedämpften elektromagnetischen Schwingkreises, Newtons Grundgesetz
Medien:	GTR, PC
Kompetenzen:	Erklären von Phänomenen unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien (S1), Auswählen bereits bekannter geeigneter Modelle bzw. Theorien für die Lösung physikalischer Probleme (S3), Anwenden bekannter mathematischer Verfahren auf physikalische Sachverhalte (S7)

© RAABE 2024

Erklärung zu den Symbolen

-  einfaches Niveau
  mittleres Niveau
  schwieriges Niveau
 Zusatzaufgaben

M1 Aufgaben

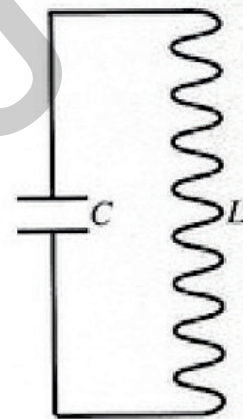
Eine elastische Schraubenfeder hat die Richtgröße $D = 6,5 \text{ N m}^{-1}$. Eine an diese Feder gehängte Stahlkugel der unbekanntenen Masse m lässt das entstandene Federpendel (bei kleinen) Auslenkungen mit der Periode $T_m = 0,850 \text{ s}$ schwingen.



1. Berechnen Sie die Masse m unter der Annahme, dass das Pendel reibungsfrei schwingt.

Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einem Kondensator der Kapazität $C = 32,0 \mu\text{F}$ und einer Spule mit Induktivität $L = 25 \text{ H}$.

2. Ermitteln Sie die Schwingungsdauer T_{el} dieses Schwingkreises.



Grafiken: Gerhard Deyke

3. Für die oben genannte Schraubenfeder wünscht man sich eine Masse m_1 , sodass die neue Schwingungsdauer T_{m_1} der Schwingungsdauer T_{el} des elektromagnetischen Schwingkreises gleicht.
Berechnen Sie die Masse m_1 .
4. Beim schwingenden Federpendel wandelt sich fortlaufend und periodisch wiederkehrend Spannungsenergie der Feder (Elongationsenergie) in kinetische Energie der schwingenden Masse um.
Erklären Sie diese Umwandlung ausführlich während einer Periode.

5. Beim elektromagnetischen Schwingkreis findet ebenfalls eine periodische Umwandlung zweier Energien ineinander statt. Es handelt sich um elektrische Feldenergie im Kondensator und magnetische Feldenergie in der Spule.

Erklären Sie im Einzelnen den folgenden Umwandlungsschritt:

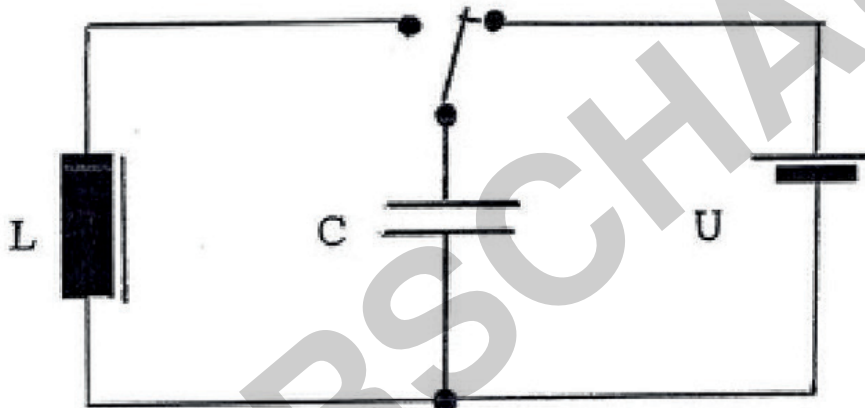
Das Spulenfeld ist Träger maximaler Energie und der Kondensator ist entladen. Diskutieren Sie die energetischen Vorgänge während der nächsten Viertelperiode.

6. Für die Bearbeitung von Aufgabe 2 wird die sogenannte Thomson-Formel

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

benötigt. In dieser Aufgabe geht es um die Herleitung derselben.

Eine Spule der Induktivität L wird mit einem Kondensator der Kapazität C zusammengeschlossen (siehe Abbildung).



Grafik: Gerhard Deyke

Über den Umschalter wird kurzzeitig eine Gleichspannung U an den Kondensator angelegt. Nach Abtrennung des Schwingkreises von der Gleichspannungsquelle durch Umlegen des Umschalters setzt die elektromagnetische Schwingung ein.

Notieren Sie für einen beliebigen Zeitpunkt t die vorliegende Gesamtenergie.

Beachten Sie, dass diese Energie bei Abwesenheit von Dämpfung nach dem Energieerhaltungssatz konstant bleibt.

Durch zweimaliges Differenzieren nach der Zeit und unter Beachtung von $Q = \dot{i}$ (momentane Stromstärke) erhält man eine Differenzialgleichung für die Stromstärke i . Zeigen Sie mithilfe des Ansatzes

$$i(t) = i_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

dass die Lösung der Differenzialgleichung Thomsons Schwingungsformel liefert.

7. In diesem Fall lautet der Energieerhaltungssatz

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \text{const},$$

wenn D die Federkonstante (Richtgröße) ist.

Differenzieren der letzten Gleichung ergibt

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot v \cdot \dot{v} + \frac{1}{2} \cdot D \cdot 2 \cdot s \cdot \dot{s} = 0.$$

Da $\dot{s} = v$ gilt, können wir durch v dividieren und zusammenfassen, sodass man

$$m \cdot \dot{v} + D \cdot s = 0$$

bzw.

$$m \cdot \ddot{s} + D \cdot s = 0$$

erhält. Die formale Ähnlichkeit dieser Differenzialgleichung mit der Gleichung aus Aufgabe 6 ist nicht zu übersehen: Ersetzt man L durch m und $\frac{1}{C}$ durch D , so sind diese beiden Gleichungen identisch. In Analogie zur Lösung von Aufgabe 6 erhält man jetzt

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}},$$

also die bekannte Schwingungsformel für das Federpendel.

8. Bei Vergrößerung von R wird der Radikand (Ausdruck unter der Wurzel) und somit auch der Funktionswert der Wurzel kleiner, da die Wurzelfunktion eine streng monoton wachsende Funktion ist. Der Nenner des zweiten Faktors wird also kleiner, wodurch dieser in der Gleichung für T insgesamt größer wird. Die Periodendauer nimmt demnach mit wachsendem Widerstand zu.
9. Numerische Berechnung:

$$C := 32 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$L := 25 \text{ H}$$

$$R := 120 \Omega$$

Periode:

$$T_1 := 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}}} = 0,17813 \text{ s},$$

$$T_{\text{el}} := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 0,17772 \text{ s}$$

Die relative Änderung der Periode beträgt daher

$$\frac{|T_{\text{el}} - T_1|}{T_{\text{el}}} \cdot 100 = 0,23\%.$$

Das ist nur eine sehr geringe relative Zunahme der Periode.