

# Energieerzeugung durch eine Photovoltaikanlage

Günther Weber



Foto: Günther Weber

Im Rahmen der Energiewende spielt die Photovoltaik (kurz PV) im privaten Bereich eine große Rolle, denn neben dem Klimaschutz fördern Photovoltaikanlagen auch die Unabhängigkeit von anderen Energiequellen, die in Deutschland kaum vorkommen. Mit den Werkzeugen der Analysis untersuchen Ihre Schülerinnen und Schüler eine reale PV-Anlage, nähern deren PV-Leistung durch Parabeln bzw. eine begrenzte Wachstumsfunktion an und berechnen mit diesen Funktionen die Stromerzeugung. Ebenso untersuchen die Lernenden den räumlichen Aufbau einer Anlage und bestimmen die Größe einer Schattenfläche auf den Solarpanels.

# Energieerzeugung durch eine Photovoltaikanlage

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

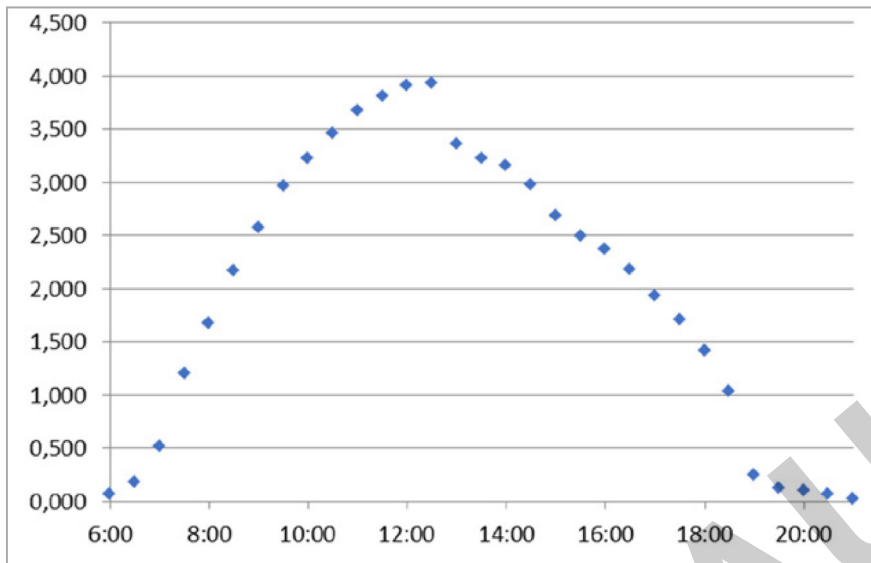
Hinweise	1
Aufgaben	3
Lösungen	10

## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

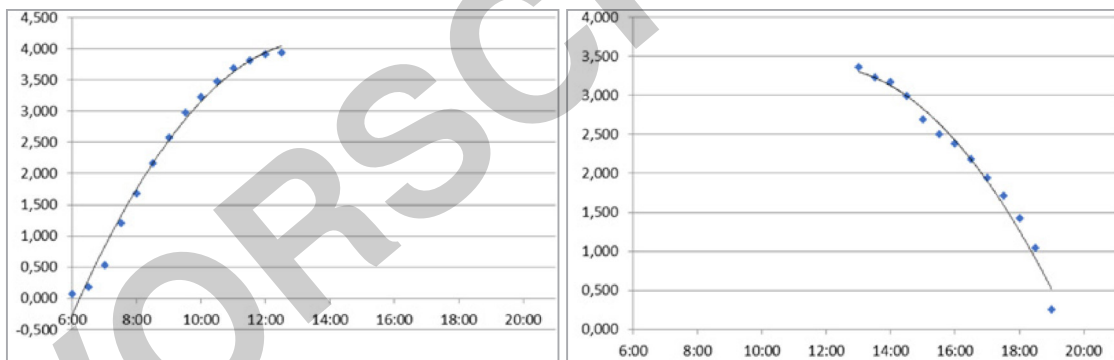
durch ihr Können und Wissen über das Aufstellen von Funktionen die Bestimmung von Flächeninhalten mithilfe der Integralrechnung in einem konkreten, realitätsnahen Beispiel anzuwenden. Zudem festigen sie ihr Wissen bezüglich Ebenengleichungen und Winkelberechnung.

VORSCHAU

Eine Veranschaulichung zeigt das folgende Diagramm:



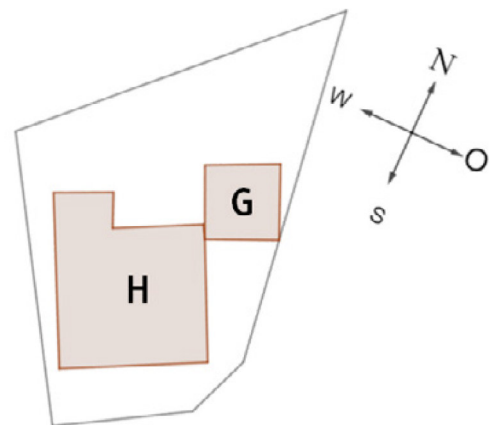
Hierbei lassen sich die Werte von 6:00 Uhr bis 12:30 Uhr und die Werte von 13:00 Uhr bis 19:00 Uhr durch eine ganzrationale Trendfunktion 2. Ordnung annähern.



Grafiken: Günther Weber

- b) Bestimmen Sie rechnerisch
- für die aktuelle PV-Leistung von 7:00 Uhr bis 12:30 Uhr eine ganzrationale Funktion 2. Grades mithilfe des Datenpunktes  $P_1(8,5 | 2,174)$  und des Scheitelpunktes  $S_1(12,5 | 3,944)$
  - für die aktuelle PV-Leistung von 13:00 Uhr bis 19:00 Uhr eine ganzrationale Funktion 2. Grades mithilfe des Datenpunktes  $P_2(16,5 | 2,186)$  und des Scheitelpunktes  $S_2(13 | 3,364)$
  - für die aktuelle PV-Leistung von 12:30 Uhr bis 13:00 Uhr die Gleichung einer Geraden.

- c) Berechnen Sie mithilfe der Funktionen aus Aufgabenteil b) die Stromerzeugung während des 3.6.2023.
- Die gesamte Strommenge wird verbraucht. Berechnen Sie die Ersparnis durch den erzeugten Strom, wenn der Energieversorger den Strom zu einem Preis von 32,4 ct/kWh anbietet.
  - Die gesamte Strommenge wird ins Netz eingespeist; berechnen Sie den Verkaufspreis für den erzeugten Strom, wenn der Energieversorger den eingespeisten Strom mit 8,2 ct/kWh vergütet.
- d)
- Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die PV-Leistung am stärksten zunimmt.
  - Bestimmen Sie die Uhrzeit, bei der die PV-Anlage erstmals mehr als 2 kW erzeugt und die Uhrzeit, bei der die Leistung von 2 kW wieder unterschritten wird. Geben Sie die Länge der Zeitspanne an, in der die aktuelle PV-Leistung größer als 2 kW war.
  - Neben dem üblichen Verbrauch von 0,7 kW sollen der Geschirrspüler und die Waschmaschine gleichzeitig angestellt werden. Der Geschirrspüler hat einen Stromverbrauch von 0,8 kWh je Spülvorgang, die Waschmaschine einen Stromverbrauch von 0,6 kWh je Waschgang. Geschirrspüler und Waschmaschine laufen jeweils 2 Stunden. Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem der Stromverbrauch durch die PV-Anlage vollständig gedeckt ist.
- e) Die nebenstehende Abbildung zeigt den Lageplan eines Flurstücks mit Haus (H) und angrenzender Garage (G), auf der die Photovoltaikanlage gebaut wurde. Begründen Sie anhand des Lageplans, warum die aktuelle PV-Leistung um 12.30 Uhr so stark abfällt.



Grafik: Günther Weber

2. In der Nachbarschaft befindet sich eine baugleiche Photovoltaikanlage, die während des gesamten Tages unbeschattet ist.

Die PV-Leistung bei dieser Anlage beträgt um 6:00 Uhr 0,053 kW, um 9:00 Uhr 2,792 kW und um 12:00 Uhr 4,037 kW. Der Verlauf der PV-Leistungskurve ist wie bei Aufgabe 1) parabelförmig.



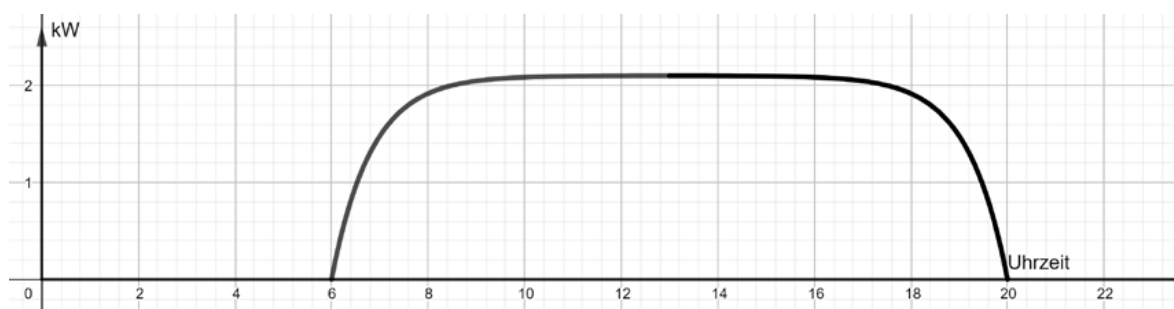
- Berechnen Sie mithilfe der zu den Uhrzeiten angegebenen PV-Leistung die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 2. Grades.
- Bestimmen Sie, zu welcher Uhrzeit die maximale PV-Leistung erzeugt wird.
- Bestimmen Sie, um wieviel Prozent die Stromerzeugung der unbeschatteten Photovoltaikanlage im Zeitraum von 7:00 Uhr bis 20:00 Uhr die Stromerzeugung der Anlage aus Aufgabe 1) übertrifft.

3. Ein Smartflower-Solarsystem ist eine am Boden installierte PV-Anlage. Sie besteht aus einer Vielzahl beweglicher Solarpanelen, die sich während des gesamten Tages nach der Sonne ausrichten.



Das folgende Diagramm zeigt die PV-Leistung eines Smartflower-Systems.

Die Kurve ist symmetrisch zu einer Geraden zum Zeitpunkt 13:00 Uhr. Die Stromerzeugung beginnt um 6:00 Uhr und erreicht im Tagesverlauf ein Maximum von 2,1 kW. Um 8:30 Uhr werden 2 kW erzeugt.



Grafik und Fotos: Günther Weber



Die Stromerzeugung durch die PV-Anlage im Zeitraum 7:00 Uhr bis 12:30 Uhr durch die Funktion  $p_{v1}(t) = -0,111 \cdot (t - 12,5)^2 + 3,944$ ;  $7 \leq t \leq 12,5$  angegeben werden.

Einsetzen der Koordinaten des Scheitelpunktes  $S_2(13|3,364)$  in die Scheitelpunktform ergibt die Funktion  $p_{v2}(t) = a \cdot (t - 13)^2 + 3,364$ .

Der Punkt  $P_2(16,5|2,186)$  liegt auf der Parabel  $p_{v2}$ , die Koordinaten des Punktes erfüllen somit die Funktionsgleichung. Einsetzen der Koordinaten in die Funktionsgleichung führt zur Gleichung

$$p_{v2}(t) = a \cdot (t - 13)^2 + 3,364 \quad \text{Fertig}$$

$$\text{solve}(p_{v2}(16,5) = 2,186, a) \quad a = -0,096163$$

$$p_{v2}(t) = -0,096 \cdot (t - 13)^2 + 3,364 \quad \text{Fertig}$$

$2,186 = a \cdot (16,5 - 13)^2 + 3,364$  mit der ungefähren TR-Lösung  $a \approx -0,096$ .

Die Stromerzeugung durch die PV-Anlage im Zeitraum 13:00 Uhr bis 19:00 Uhr durch die Funktion  $p_{v2}(t) = -0,096 \cdot (t - 13)^2 + 3,364$ ;  $13 \leq t \leq 19$  angegeben werden.

Liegen die Punkte  $P(x_p | y_p)$  und  $Q(x_0 | y_0)$  auf einer Geraden  $y = m \cdot x + n$ , so erfüllen die Koordinaten der beiden Punkte die Geradengleichung. Einsetzen der Koordinaten der Punkte führt zu einem linearen Gleichungssystem mit den Variablen  $m$  und  $n$ .

$$g(t) = m \cdot t + n \quad \text{Fertig}$$

$$\text{solve}\left(\begin{cases} g(12,5) = 3,944 \\ g(13) = 3,364 \end{cases}, \{m, n\}\right)$$

$$m = -1,16 \text{ and } n = 18,444$$

$$g(t) = -1,16 \cdot t + 18,444 | 12,5 \leq t \leq 13 \quad \text{Fertig}$$

Lösen des Gleichungssystems ergibt die TR-Lösungen  $m = -1,16$  und  $n = 18,444$

Die Stromerzeugung durch die PV-Anlage im Zeitraum 12:30 Uhr bis 13:00 Uhr durch die Funktion  $g(t) = -1,16 \cdot t + 18,444$ ;  $12,5 \leq t \leq 13$  angegeben werden.

- c) Abschnittsweise Integration mit dem TR über die Funktion  $p_1$  im Zeitraum 7:00 Uhr bis 12:30 Uhr, über die Funktion  $g$  im Zeitraum 12:30 Uhr bis 13:00 Uhr und über die Funktion  $p_2$  im Zeitraum 13:00 Uhr bis 19:00 Uhr ergibt:

$$\int_7^{12,5} p_{v1}(t) dt + \int_{12,5}^{13} g(t) dt + \int_{13}^{19} p_{v2}(t) dt \quad \text{c}$$

$$30,6351$$