

I.A.32

Aufbau der Zahlbereiche

Wurzelrechnung – Rechenregeln anwenden und vernetzendes Denken fördern

Alessandro Totaro



© RAABE 2023

© LAMBERTO JESUS/iStock/Getty Images Plus

Mit dieser Einheit verdeutlichen Sie den Lernenden den Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren, üben die Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln ein und stellen *Quadratwurzeln* im Sachzusammenhang dar. Darüber hinaus lernt Ihre Klasse eine Methode kennen, um Wurzel-Längen mithilfe der Diagonalen von Rechtecken oder Quadraten zu berechnen. Dadurch werden die Themenbereiche Algebra und Geometrie miteinander verknüpft und so vernetzendes Denken gefördert. Methodische Abwechslung durch Tandemübung oder Laufkarten fördert die Motivation und soziale Kompetenzen. Differenzierung durch unterschiedliche Niveaustufen oder Tippkarten ermöglichen individuelles Lernen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 3)
Inhalt:	Wurzelziehen; Umkehraufgabe zur Quadrierung; Diagonallänge bei Quadraten; Teilweise Wurzelziehen; Kubikwurzel; Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Wurzeln
Kompetenzen:	Mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)



netzwerk
lernen

zur Vollversion

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Ka = Karten; Lek = Lernerfolgskontrolle; Pa = Partnerarbeit
Planung für 8 Stunden

Einstieg

Thema:	Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren
M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 2 (Ab)	Einstieg II – Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken herleiten

Übungen

Thema:	Grundaufgaben zum Rechnen mit Wurzeln
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln
M 4 (Pa)	Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen
M 7 (Ka)	Laufkarten – Die Kubikwurzel berechnen
M 8 (Ab)	Wurzeln im Alltag – Berechnungen mithilfe der Wurzel

Lernerfolgskontrolle

Thema:	Wie gut ist das Thema verstanden?
M 9 (Lek)	Fit für den Test? – Übungen zum gesamten Themenbereich
M 10 (Ka)	Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite **18**.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln mit Beispielen
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen



Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren

M 1

So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Lösung vergleichst.



Umkehraufgabe zum Quadrieren			
2		4	Du schreibst: $2^2 = 4$
2		4	Du schreibst: $\sqrt{4} = 2$

Aufgabe 1

Bestimme jeweils die Quadratwurzel und die Umkehraufgabe wie im Beispiel.

Beispiel: $\sqrt{25} = 5$, da es die Umkehraufgabe zu $5^2 = 25$ ist.

- a) $\sqrt{49} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- b) $\sqrt{16} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- c) $\sqrt{121} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- d) $\sqrt{100} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- e) $\sqrt{144} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.

Aufgabe 2

Bestimme jeweils die Quadratzahl und die Quadratwurzel wie im Beispiel.

Beispiel: $15^2 = 225$, daher kenne ich auch $\sqrt{225} = 15$.

- a) $13^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 13.
- b) $21^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 21.
- c) $17^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 17.
- d) $25^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 25.
- e) $30^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 30.

M 2

Einstieg II – Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken herleiten



So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Lösung vergleichst.

Beispiel:	
	<p>Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $(1 \text{ cm})^2 + (1 \text{ cm})^2 = x^2$ $\Leftrightarrow 2 \text{ cm}^2 = x^2$ $\Rightarrow \sqrt{2} \text{ cm} = x$</p> <p>Also kannst du den Wert von $\sqrt{2}$ auch geometrisch bestimmen, indem du die Länge der Diagonalen mit einem Geodreieck misst. $\Rightarrow \sqrt{2} \text{ cm} \approx 1,4 \text{ cm}$</p>

Aufgabe 1

Bestimme mithilfe der Länge der Diagonalen die Wurzel wie im Beispiel oben.

a)		
b)		

Aufgabe 2

Bestimme mithilfe eines passenden Rechtecks folgende Quadratzahlen geometrisch.

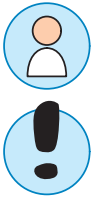
- | | |
|----------------|----------------|
| a) $\sqrt{10}$ | d) $\sqrt{26}$ |
| b) $\sqrt{18}$ | e) $\sqrt{13}$ |
| c) $\sqrt{17}$ | f) $\sqrt{37}$ |

Überblick – Rechenregeln zum Umgang mit Wurzeln

M 3

So geht's

Schau dir die folgenden Regeln und Beispiele an. Löse danach die unten stehenden Aufgaben.



Rechenregeln			
addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren
$8\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$ $= (8 + 12)\sqrt{5}$ $= 20\sqrt{5}$	$11\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$ $= (11 - 9)\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ $= \sqrt{64}$ $= 8$	$\sqrt{2000} : \sqrt{20}$ $= \sqrt{100}$ $= 10$

Aufgabe 1

a)	$11\sqrt{2} + 22\sqrt{2}$ $=$ _____ $=$ _____	$5\sqrt{7} + 45\sqrt{7}$ $=$ _____ $=$ _____	$21\sqrt{11} + 2\sqrt{11}$ $=$ _____ $=$ _____	$11\sqrt{5} + 63\sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____
----	---	--	--	---

b)	$50\sqrt{7} - 32\sqrt{7}$ $=$ _____ $=$ _____	$25\sqrt{17} - 5\sqrt{17}$ $=$ _____ $=$ _____	$121\sqrt{5} - 22\sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____	$131\sqrt{3} - 23\sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____
----	---	--	--	--

Aufgabe 2

a)	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{128}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$ $=$ _____ $=$ _____
----	---	--	--	--

b)	$\sqrt{128} : \sqrt{2}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{300} : \sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{75} : \sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{80} : \sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____
----	---	---	--	--

M 4



Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?

So geht's

Bearbeitet das folgende Arbeitsblatt zu zweit.

Faltet das Arbeitsblatt dazu entlang der Mittellinie.

Person B **beginnt**, löst die Aufgabe im Kopf und **nennt** die Lösung.

Person A **kontrolliert** das Ergebnis (grau) auf ihrer Seite.

Dann **löst** Person A die Aufgabe usw.

Helft euch gegenseitig.

Person A	Person B
4	$\sqrt{32} : \sqrt{2}$
$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$	10
4	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
$\sqrt{100} : \sqrt{4}$	5
3	$\sqrt{90} : \sqrt{10}$
$\sqrt{242} : \sqrt{2}$	11
$12\sqrt{2}$	$7\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
$14\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}$
$40\sqrt{5}$	$22\sqrt{5} + 18\sqrt{5}$
$21\sqrt{2} + 58\sqrt{2}$	$79\sqrt{2}$
$-6\sqrt{7}$	$12\sqrt{7} - 18\sqrt{7}$
$2\sqrt{13} + 11\sqrt{13}$	$13\sqrt{13}$

Grafik: Julia Lenzmann

Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzelziehen

M 5a

So geht's

1. Löse deine Aufgaben.
2. Suche dir eine Person, die das Aufgabenblatt B bearbeitet hat.
3. **Vergleiche** eure Ergebnisse und kläre aufkommende Fragen. Bei den Aufgaben ist teilweise deine Lösung die Aufgabe der Person B und umgekehrt.



Grafik: Julia Lenzmann

Person A

Beispiele			
Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{32}$	$\sqrt{75x^2}$	$2\sqrt{5}$	$3a\sqrt{7}$
$= \sqrt{2 \cdot 16}$	$= \sqrt{3 \cdot 25x^2}$	$= \sqrt{5 \cdot 4}$	$= \sqrt{7 \cdot 9a^2}$
$= 4\sqrt{2}$	$= 5x\sqrt{3}$	$= \sqrt{20}$	$= \sqrt{63a^2}$

Aufgabe 1 Löse folgende Aufgaben.

a)

Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{63}$	$\sqrt{275}$	$5\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

b)

Bringe den Faktor unter die Wurzel		Ziehe teilweise die Wurzel	
$9\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$\sqrt{52}$	$\sqrt{112}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

Aufgabe 2 Löse folgende Aufgaben.

Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{28x^2}$	$\sqrt{175a^2}$	$10x\sqrt{2}$	$4x\sqrt{2}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

© RAABE 2023

M 7



Laufkarten – Die Kubikwurzel berechnen

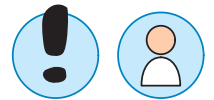
So geht's

1. Jede Person erhält eine Karte mit einer Aufgabe und der zugehörigen Lösung.
 2. Knicke deine Karte, sodass man die Lösung nicht sieht.
 3. Bewege dich durch die Klasse. Gehe zu einer Person und zeige ihr die Aufgabe.
 4. Diese schaut sich die Aufgabe an und nennt dir die Lösung.
Ist sie richtig, darf sie sich einen Punkt auf die Rückseite ihrer eigenen Karte malen.
 5. Danach löst du die Aufgabe, die sie dir stellt. Ist das Ergebnis richtig, darfst du dir einen Punkt auf die Rückseite deiner Karte malen.
 6. Dann gehst du zu einer anderen Person und zeigst ihr wieder deine Aufgabe.
- **Wer am Ende die meisten Punkte auf der eigenen Karte hat, gewinnt.**

$\sqrt[3]{1000}$ ----- Lösung: 10	$\sqrt[3]{8}$ ----- Lösung: 2	$\sqrt[3]{27}$ ----- Lösung: 3	$\sqrt[3]{125}$ ----- Lösung: 5	$\sqrt[3]{216}$ ----- Lösung: 6
$\sqrt[3]{64}$ ----- Lösung: 4	$\sqrt[3]{0,125}$ ----- Lösung: 0,5	$\sqrt[3]{0,001}$ ----- Lösung: 0,1	$\sqrt[3]{343}$ ----- Lösung: 7	$\sqrt[3]{8000}$ ----- Lösung: 20
$\sqrt[3]{27000}$ ----- Lösung: 30	$\sqrt[3]{0,027}$ ----- Lösung: 0,3	$\sqrt[3]{0,008}$ ----- Lösung: 0,2	$\sqrt[3]{125000}$ ----- Lösung: 50	$\sqrt[3]{0,064}$ ----- Lösung: 0,4
$\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ----- Lösung: $\frac{1}{2}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ ----- Lösung: $\frac{1}{3}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$ ----- Lösung: $\frac{1}{5}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ ----- Lösung: $\frac{1}{4}$	$\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$ ----- Lösung: $\frac{1}{6}$
$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ ----- Lösung: $\frac{2}{3}$	$\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$ ----- Lösung: $\frac{4}{3}$	$\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ ----- Lösung: $\frac{2}{5}$	$\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$ ----- Lösung: $\frac{5}{4}$	$\sqrt[3]{\frac{8}{343}}$ ----- Lösung: $\frac{2}{7}$

Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln

M 10



So geht's

1. Du kommst nicht weiter und brauchst Hilfe?
2. Hol dir die passende Tippkarte.
3. Lege nun die Tippkarte unter ein Blatt.
4. Ziehe sie Schritt für Schritt heraus.

TIPP-KARTE Addition und Subtraktion von Wurzeln
1) Markiere Wurzeln mit gleichem Radikanden in derselben Farbe.
2) Addiere nun die Vorfaktoren der gleichen Wurzeln.
3) Jetzt kannst du jeweils die Wurzel hinter dein Summenergebnis schreiben.

TIPP-KARTE Multiplikation und Division von Wurzeln
1) Sind beide Faktoren unter einer Wurzel? Überprüfe.
2) Multipliziere nun so, als ob da keine Wurzeln wären.
3) Schreibe nun das Produkt unter eine Wurzel.

TIPP-KARTE Teilweises Radizieren
1) Kannst du den Radikanden als Produkt darstellen, bei dem eine Quadratzahl vorkommt?
2) Hole nun die Quadratzahl heraus, indem du aus ihr die Wurzel ziehst: $\sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 4}$ $= 2\sqrt{5}$
3) Überprüfe, ob du den Radikanden wieder aufteilen kannst.

TIPP-KARTE Textaufgaben mit Wurzeln
1) Erstelle eine Skizze zum dargestellten Sachverhalt.
2) Markiere in deiner Skizze farbig, was gesucht wird. Eventuell findest du ein passendes rechtwinkliges Dreieck, das du für deine Textaufgabe benötigst.
3) Markiere nun die Katheten und die Hypotenuse deines Dreiecks farbig und wende eventuell den Satz des Pythagoras an.