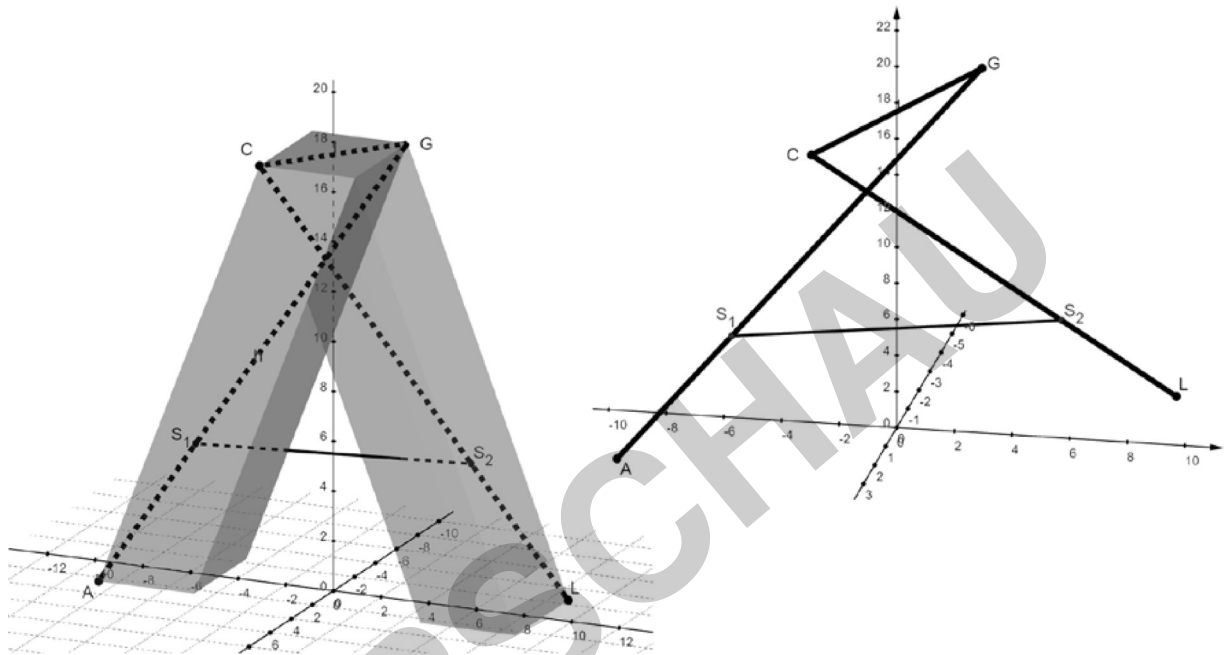


Analytische Geometrie mit dem Buchstaben „A“

Günther Weber



© Günther Weber

Eine 3-D Pappfigur, die ein „A“ darstellt, dient als Vorlage für eine stilisierte Variante des Buchstabens. Anhand der Figur bestimmen Ihre Schülerinnen und Schüler die ebenen Koordinaten der Eckpunkte des Buchstabens und übertragen sie in ein geeignetes räumliches Koordinatensystem, um ein aufrecht stehendes „A“ zu bilden. Durch das Verbinden von geeigneten Punkten des Buchstabens im Raum entsteht das stilisierte Modell, bei dem die Lernenden Winkel, Längen und Abstände mit den Methoden der Analytischen Geometrie untersuchen. Ein vergrößertes Modell des Buchstabens wird durch einen Bogen verschönert und als Gartendekoration aufgestellt, anhand der die Jugendlichen weitere Untersuchungen mit den Methoden der Analytischen Geometrie durchführen.

Analytische Geometrie mit dem Buchstaben „A“

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
Abstand windschiefer Geraden	3
Aufgaben	5
Lösungen	10

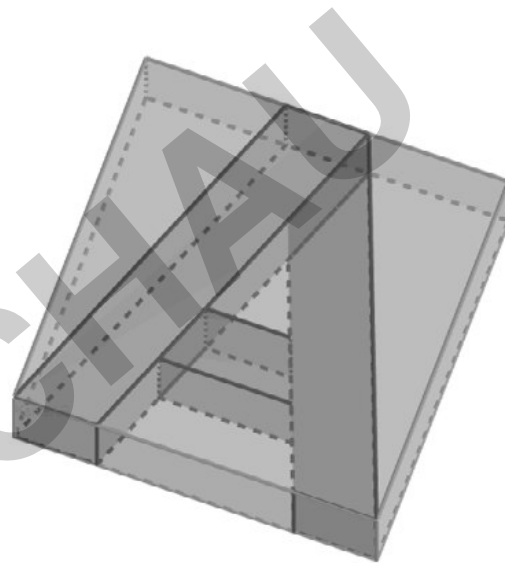
Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihre bereits erworbenen Fähigkeiten in der Analytischen Geometrie im räumlichen Koordinatensystem sicher anzuwenden. Dabei müssen sie Parameter so bestimmen, dass Drei- und Vierecke sowie Prismen gewünschte Eigenschaften besitzen. Ferner bilden sie aufgrund einer zweidimensionalen Figur einen dreidimensionalen Körper, an dem sie weitere Untersuchungen durchführen. Sie arbeiten mit (windschiefen) Geraden und Ebenen im Raum und untersuchen einen Kreisbogen, der an dem zuvor gebildeten Körper angelegt wird.

Aufgaben

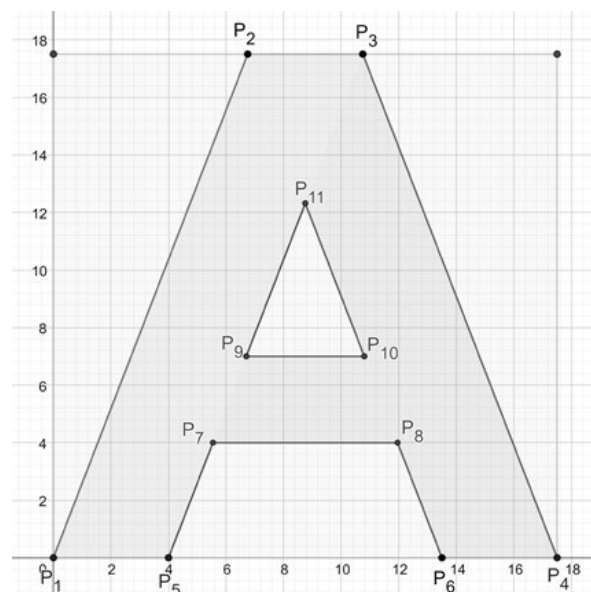
M2

Ein 3-D Pappbuchstabe „A“ wird in einem quaderförmigen Karton mit quadratischer Grundfläche angeliefert. Die Kantenlänge der Grundfläche beträgt 17,5 cm, die Höhe des Kartons 5 cm. Der im Karton liegende Buchstabe ist symmetrisch und berührt die Seitenflächen des Kartons. Die Fußpunkte P_1 und P_5 bzw. P_4 und P_6 der „Schenkel“ des Buchstabens sowie die oberen Punkte P_2 und P_3 haben jeweils einen Abstand von 4 cm, die Verbindung der beiden „Schenkel“ des Buchstabens (der „Querbalken“) ist 4 cm vom Fuß des Buchstabens entfernt und 3 cm dick.



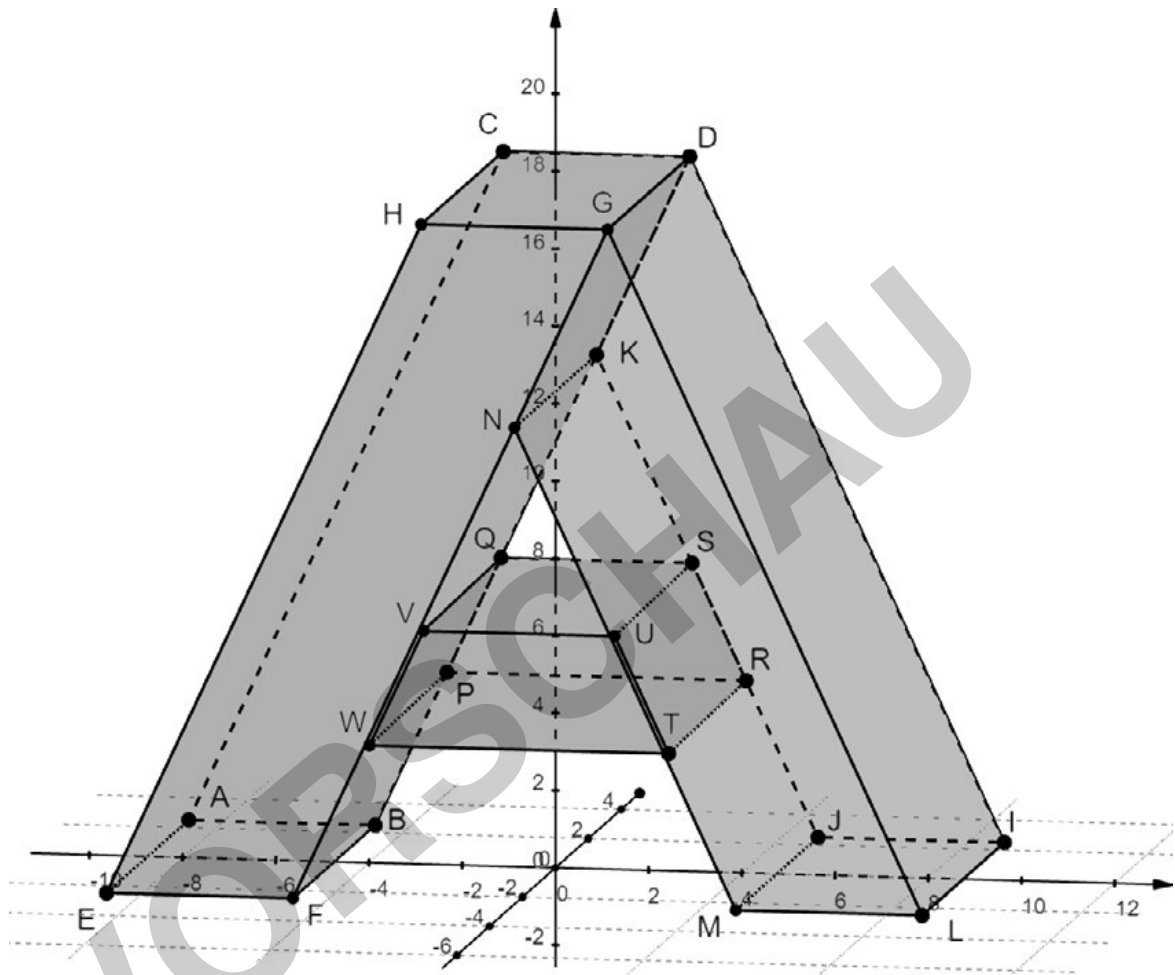
© RAABE 2023

1. Der quaderförmige Karton wird so in den 1. Oktanten eines räumlichen Koordinatensystems gelegt, dass die hintere linke Ecke des Buchstabens in den Koordinatenursprung fällt. Der Buchstabe wird nun senkrecht in die Grundfläche projiziert (Grundriss).
 - a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Buchstabens im Grundriss.
 - b) Berechnen Sie, wie viel Prozent des Volumens der Buchstabe im Karton einnimmt.



Grafiken und Foto: Günther Weber

2. Der Buchstabe wird nun in einem räumlichen Koordinatensystem aufgestellt. Die xz - und die yz -Koordinatenebene sind Symmetrieebenen des Buchstabens. Das Lot vom Mittelpunkt der Deckfläche trifft die Grundfläche somit im Ursprung. Bestimmen Sie die räumlichen Koordinaten der Eckpunkte.



Grafik: Günther Weber

5. Der stilisierte Buchstabe A mit dem Kreisbogen soll die Skizze einer Gartendekoration aus Stahlstäben sein. Diese soll so angefertigt werden, dass 1 LE der Skizze 1 dm entspricht. Die Gartendekoration wird auf einer ebenen Rasenfläche aufgestellt; in einem geeigneten Koordinatensystem entspricht diese Fläche einem Ausschnitt der xy -Koordinatenebene. Punkt A hat dann in diesem Koordinatensystem die Koordinaten $A(-8,75|2,5|0)$ und Punkt L die Koordinaten $L(8,75|-2,5|0)$. Die Dicke der Stahlstäbe bleibt unberücksichtigt.

Der Garten wird am Rand durch einen ebenen Hang mit der Gleichung $H: -0,5x - 1,75y + 22,5z = -10$ abgegrenzt.

- Bestimmen Sie den Böschungswinkel des Hanges gegen die Rasenfläche.
- Zeigen Sie, dass die Kante von Rasen und Hang parallel zu den Fußpunkten des aufgestellten Buchstabens verläuft.
- Durch Sonneneinstrahlung wird der Punkt $C(-2|2,5|17,5)$ auf den Schattenpunkt $C_p(9|16|1)$ abgebildet. Bestimmen Sie die Schattenpunkte der Punkte G und S_1 .



VORSCHAU