

Einseitiger Signifikanztest – Schritt für Schritt

Mona Hitzenauer



© Sven Scheuermeier/Wikimedia Commons/public domain, Paul Brennan/Wikimedia Commons/public domain, Daronk Hordumrong/iStock/Getty Images Plus (Ausschnitt)

„Signifikanztests sind kompliziert!“, „Ich verstehe den Text nicht!“, „Das sind so viele Zahlen und Begriffe“, „Ich weiß gar nicht, wo ich anfangen soll!“ Kennen Sie solche Aussagen von Ihren Schülern und Schülerinnen? Stellen Sie sich gemeinsam dieser Herausforderung und erarbeiten Sie sich den einseitigen Signifikanztest Schritt für Schritt.

Nach einer Wiederholung der Binomialverteilung erarbeiten sich die Lernenden der Reihe nach, was eine Hypothese ist, was es mit Hypothesentests auf sich hat, wie mit Stichproben und Zufallsgrößen gearbeitet wird und wie sie vom Signifikanzbereich auf den Annahme- und Ablehnungsbereich einer Hypothese schließen. Die Materialien beziehen die Lernenden sofort mit passenden Beispielen und Aufgaben mit ein, sodass sie gleich aktiv werden und schließlich selbst mehrere einseitige Signifikanztests durchführen können.

Einseitiger Signifikanztest – Schritt für Schritt

Oberstufe (weiterführend)

Mona Hitzenauer

Hinweise	1
M1 Wiederholung: Binomialverteilung	2
M2 Hypothesentest	3
M3 Aufstellen von Hypothesen	4
M4 Einseitige Hypothesentests	5
M5 Stichprobenumfang und Zufallsgröße	6
M6 Signifikanzniveau	7
M7 Annahme- und Ablehnungsbereich	9
M8 Vorgehen beim einseitigen Signifikanztest	10
M9 Übungsaufgaben	11
Lösungen	12

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Schritt für Schritt, wie sie einen einseitigen Signifikanztest durchführen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

MB Merkblatt

TA Tafelbild

 einfaches Niveau

 mittleres Niveau

 schwieriges Niveau

 Zusatzaufgaben

Thema	Material	Methode
Wiederholung: Binomialverteilung	M1	TA, MB, FS
Hypothesentest	M2	AB
Aufstellen der Hypothesen	M3	AB
Einseitige Hypothesentests	M4	AB
Stichprobenumfang, Zufallsgröße	M5	AB
Signifikanzniveau	M6	AB
Annahme- und Ablehnungsbereich	M7	AB
Vorgehen	M8	TA, MB
Übungsaufgaben	M9	AB, LEK

© RAABE 2023

Kompetenzprofil:

Inhalt: rechts- und linksseitiger Signifikanztest, Nullhypothese, Alternativhypothese, Zufallsgröße, Binomialverteilung, Stichprobe, Signifikanzniveau, kritischer Wert, Annahme- und Ablehnungsbereich

Medien: Learning-App

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Einseitige Hypothesentests

M4

Rechtsseitiger Hypothesentest

Ein Hypothesentest ist rechtsseitig, wenn man vermutet, dass die Wahrscheinlichkeit p größer als angenommen ist. Auf einem Zahlenstrahl liegt die vermutete Wahrscheinlichkeit **rechts** von der bisher angenommenen Wahrscheinlichkeit p .

Beispiel: In einer Produktion gibt es erfahrungsgemäß bis zu 1 % Ausschussware. Doch plötzlich beschweren sich mehr Kunden über defekte Ware als üblich.

Lösung: Die Nullhypothese, die man beim Test zunächst noch als wahr annimmt, ist $H_0 : p \leq 0,01$. Man vermutet allerdings, dass sich die Quote erhöht hat und testet deshalb die Alternativhypothese $H_1 : p > 0,01$.

Linksseitiger Hypothesentest

Hier vermutet man, dass die Wahrscheinlichkeit p kleiner als bisher angenommen ist. Auf einem Zahlenstrahl liegt die vermutete Wahrscheinlichkeit also **links** von p .

Beispiel: Man nimmt an, dass mindestens 50 % der Studierenden einmal in der Woche in die Mensa gehen. Die Mensamitarbeitenden vermuten allerdings, dass der Anteil kleiner ist, weil immer öfter Essensportionen übrigbleiben.

Lösung: Die Nullhypothese, die bisher und noch als wahr angenommen wird, ist $H_0 : p \geq 0,5$.

Die Alternativhypothese, die man vermutet ist $H_1 : p < 0,5$.

Aufgabe

Stellen Sie jeweils die Null- und Alternativhypothese auf. Geben Sie an, ob es sich um einen rechts- oder linksseitigen Hypothesentest handelt.

- Ein Produzent von Handydisplays behauptet, dass höchstens 0,5 % der Displays herstellungsbedingt bereits bei der Auslieferung schon einen Kratzer haben. Diese Behauptung möchte eine Handyfirma widerlegen, weil sie einen besseren Preis für sich aushandeln will.
- In einem Casino vermutet ein Spieler, dass das Feld mit der Null etwas breiter als die anderen Felder ist. Damit wäre die Wahrscheinlichkeit für die Null höher als $1/36$.
- Der Marktanteil eines Deodorants liegt nach älteren Untersuchungen bei 0,8 %. Nach umfangreicher Internetwerbung hofft man, dass der Anteil gestiegen ist.
- Angeblich sehen acht von achtzehn Personen regelmäßig Serien auf Netflix. Ein Konkurrent ergreift umfangreiche Werbemaßnahmen und möchte anschließend diese Hypothese prüfen.

M5 Stichprobenumfang und Zufallsgröße

Beim Hypothesentest untersucht man stets eine Stichprobe aus einer Grundgesamtheit. Die Stichprobengröße bezeichnet man mit dem Buchstaben n .

Innerhalb der Stichprobe zählt man die Anzahl k eines Merkmals, für das man sich interessiert mit einer Zufallsgröße X .

Beispiel: An einer Schule vapern 20 % der Schülerinnen und Schüler. Nachdem vor drei Monaten Aufklärungsprogramme über die Risiken von E-Zigaretten durchgeführt wurden, möchte man die Quote mit einer Befragung von 30 Lernenden überprüfen.

Lösung: Die Nullhypothese ist der „alte“ bzw. bekannte Status, den man verwerfen will. Man erhofft sich, dass die Aufklärungsprogramme einige Jugendliche umstimmen konnten und mittlerweile weniger als 20 % der Schülerinnen und Schüler vapern.

$$H_0 : p \geq 0,2 \quad H_1 : p < 0,2$$

Man befragt nun 30 Schüler und Schülerinnen der Schule, um sich ein Bild der neuen Situation zu machen. Sinnvollerweise zählt man dabei die vapernden Personen (Anzahl k).

X : = Anzahl der vapernden Personen in der Umfrage

Man geht (noch) davon aus, dass die Nullhypothese korrekt ist. Die Zufallsgröße X ist damit binomialverteilt mit $n = 30$ und $p = 0,2$.

Aufgabe

Stellen Sie die Null- und Alternativhypothese auf, geben Sie den Stichprobenumfang an und definieren Sie eine sinnvolle binomialverteilte Zufallsgröße.

- Bisher nutzten etwa 76 % der Jugendlichen TikTok. Man vermutet, dass der Anteil mittlerweile höher ist und startet deshalb eine Befragung von hundert Jugendlichen.
- Zwei von elf Jugendlichen ist das Thema Klimaschutz egal. Ein Marktforschungsunternehmen vermutet, dass sich mehr Jugendliche für den Klimaschutz begeistern und möchte deshalb 3500 Jugendliche dazu befragen.
- Nur 27 % der 14–29-jährigen wollen wegen des Klimaschutzes nicht mehr fliegen. Eine Fluggesellschaft bezweifelt diese Aussage, da sie immer mehr Buchungen erhält. Daraufhin befragt sie 400 Jugendliche und junge Erwachsene.