

2.1 Dart-Subtraktion – Produktiv Üben (Grundrechenarten)

2.1.1 Kurzinformationen:



Produktives Üben der Grundrechenarten und der (Kopf-)Rechenstrategien



90 Minuten



- Soft-Dartscheibe und echte Dart-Pfeile
- vergrößerte Dartscheibe (Papier / Pappe) und Papierpfeile (M1 / M2)
- Arbeitsblatt (M3)

2.1.2 Basisinformationen:

Dart ist ein Geschicklichkeitsspiel bzw. ein Wurfpräzisionssport, bei dem mit Pfeilen (den Darts) auf eine runde Scheibe (die Dartscheibe) geworfen wird. Der Spieler stellt sich hinter der Wurflinie auf, um die Pfeile auf die Scheibe zu werfen.

Die **Dartscheibe** unterteilt sich in 20 Segmente mit der Wertigkeit 1 bis 20 Punkte und den Mittelpunkt bestehend aus Bull = 25 Punkte und Bull's Eye = 50 Punkte.

Die Segmente verteilen sich (im Uhrzeigersinn, beginnend bei 12 Uhr) wie folgt um den Mittelpunkt: 20 – 1 – 18 – 4 – 13 – 6 – 10 – 15 – 2 – 17 – 3 – 19 – 7 – 16 – 8 – 11 – 14 – 9 – 12 – 5. Diese Reihenfolge wurde 1896 festgelegt und sollte wahrscheinlich zur Bestrafung von Ungenauigkeit dienen. Die Reihenfolge schränkt glückliche Zufallstreffer stark ein und erfordert damit eine hohe Treffsicherheit. Deswegen liegen neben zweistelligen Zahlen zumeist einstellige Zahlen (zum Beispiel die 20 zwischen 1 und 5).

Der innere schmale Ring ist das Triple. Trifft ein Pfeil in diesen Bereich, verdreifacht sich der Wert des Feldes. Der äußere schmale Ring (Double) verdoppelt die Punktzahl.

Das **Regelwerk** kennt viele verschiedene Spielformen. Die vorliegende Stunde bezieht sich nur auf die Variante **301 / 501**:

Jeder Spieler hat 301 bzw. 501 Punkte. Die Spieler werfen abwechselnd ihre drei Pfeile auf die Scheibe. Die vom Spieler erreichten Punkte werden von den 301 bzw. 501 Punkten abgezogen. Wer zuerst genau null Punkte erreicht, hat gewonnen. Wirft ein Spieler in einer Runde mehr Punkte als die ihm verbliebenen, sind seine Würfe dieser Runde ungültig. Das ist die sogenannte **Bust-Regel (Überwerfen)**.

Zum Beenden muss der Punktestand immer genau auf den Wert null reduziert werden. Dieses Ende ist mit jedem Zahlenwert möglich. Es gibt mehrere Spielvarianten, um dieses Ziel zu erreichen. Diese werden hier aber nicht thematisiert.

2.1.3 Didaktisch-methodische Hinweise:

Stundeneinstieg:

An den gezeigten Beispielen kann ein erster Zielabgleich bezüglich des Verstehens der Spielregeln stattfinden. Hierfür gibt es zusätzlich die Pfeile mit den Hinweisen zur Punktevergabe.

Die farbigen Magnete zeigen die Treffer, die Rechnung auf dem Papierstreifen, wird in derselben Farbe aufgeschrieben, so dass eine Zuordnung zur Rechnung stattfinden kann. Auch wenn die einzelnen Rechnungen an der Tafel visualisiert werden, sollen sie durch Kopfrechnen gelöst werden.

Die Punkte werden ermittelt und dann summiert. Die Möglichkeit der Subtraktion von 121 wurde zugunsten einer einfacheren Visualisierung hier nicht gewählt, da so die Zwischenergebnisse vermieden werden können.

Präsentationsphase:

Die Lösungen der Schüler werden wie im Anfangsbeispiel an der Tafel visualisiert. Die Papierstreifen werden dabei u. a. für die abschließende Ergebnissicherungsphase benötigt. Veränderungen im Rechenweg können mit Pfeilen dargestellt werden.

Ein Schwerpunkt der Präsentationen ist das Kopfrechnen. Deshalb ist das Verbalisieren und Besprechen der Kopfrechenstrategien immer wieder notwendig. Einzelne Schüler beweisen durch Wiederholen ihren Kompetenzzuwachs.

Beispiel zum Kopfrechnen:

Schreibweise: $2 \cdot 19 = 38$

Mögliche Kopfrechenstrategie: Verdoppeln:

$10er \rightarrow 20, 9er \rightarrow 18; \text{Summe} = 38$

In dieser Phase sollen sich die Beispiele steigern und aufeinander aufbauen, hierfür eignen sich Schülerbeispiele. Dazu müssen jedoch die Schüler in der Arbeitsphase genau beobachtet werden.

Das Grundbeispiel des Stundeneinstiegs ist eine Grundlage für die Entwicklung von Strategien. Ausgehend davon können die Wurfresultate der ersten beiden Würfe gezielt verändert werden, beispielsweise Verminderung um 1. Im Gegenzug muss der dritte Wurf entsprechend erhöht werden. Zu beachten ist hier auch der Multiplikationsfaktor der ersten beiden Würfe, vgl. Hinweise im Tafelbild.

Spielphase:

Wenn sie die Möglichkeit haben mehrere Dartscheiben zu besorgen, dann bietet sich in der nächsten Stunde eine ausführliche Spielphase an.



2.1.4 Bezüge zu Bildungsstandards:

Zielsetzungen: Ziel des **Spieles** ist es, mit so wenigen Würfeln wie möglich von der Startzahl aus, die Zielzahl null zu erreichen. Als Startzahl wird in der Stunde 121 festgelegt, um so eine bessere Übersichtlichkeit zu erreichen, da es dann weniger Variationsmöglichkeiten gibt.

Die **Unterrichtsstunde** verfolgt zwei Hauptziele.

Zum **einen** geht es darum, mögliche Wurfkombinationen zu finden und damit eine Spielstrategie zu entdecken bzw. zu entwerfen. Darunter versteht man in der Spieltheorie einen vollständigen Plan darüber, wie sich der Spieler in jeder denkbaren Spielsituation verhalten wird. Durch die Strategie wird also das Spielverhalten eines Spielers vollständig beschrieben. Er weiß also immer, welche Zahlen er werfen muss, um mit drei Würfeln das Spiel zu beenden.

Das **zweite Ziel**, fachlicher Art, wird im Hintergrund verfolgt. Die Schüler multiplizieren, subtrahieren und addieren im Kopf die geworfenen Werte und wenden dabei gleichzeitig Rechenstrategien an.

Diese beiden und weitere Ziele werden über den Bildungsplan legitimiert.

Im Unterrichtsverlauf werden v. a. zwei **Methoden** berücksichtigt. Das ist einmal die **Strategie des Problemlösens**. Der Mathematikunterricht hat die Aufgabe, die Schüler für die Mathematik in ihrem alltäglichen Leben zu sensibilisieren und sie in Techniken des Problemlösens einzuführen. In der Schule erwerben sie das notwendige Wissen und Kompetenzen, sodass sie diese immer selbstständiger, aber auch in kooperativen Arbeitsformen, anwenden können.

Dem Problemlösen kommt in dieser Stunde eine zentrale Rolle zu. „Eine Problemlöseaufgabe ist die Aufforderung Lösungen zu finden, ohne dass ein passendes Lösungsverfahren auf der Hand liegt“.⁵ Die Bewältigung dieser Aufgabe gelingt am besten mithilfe heuristischer Strategien. Im Unterricht ist dabei besonders wichtig die angewandten Strategien zu reflektieren. Hierzu müssen sich die Schüler über ihre Herangehensweisen austauschen. Klassische Problemlösestrategien sind⁶:

1. Vorwärts arbeiten
2. Rückwärts arbeiten
3. Beispiele betrachten
4. Unsystematisches und systematisches Probieren
5. Darstellen, Analogien nutzen oder Veranschaulichen

Welche Strategie die Schüler verwenden, kann nur vermutet werden.

Diese Methode wird von der zweiten, der **Spielsituation**, unterstützt. Sie liefert die nötige Motivation und Anlässe, um entsprechende Strategien zu entwickeln. Die innermathematischen Tätigkeiten des Kopfrechnens und des Anwendens von Strategien rücken für die Schüler in den Hintergrund und werden so zum Werkzeug, um das Spiel zu gewinnen.

2.1.5 Bezüge zu den Leitideen:

Leitidee „Zahl“:

Die Schüler können ...

- ... überschlagen, runden und Kopfrechentechniken anwenden.
- ... Rechenvorteile nutzen.
- ... halbschriftliche und schriftliche Rechenverfahren nutzen.

Leitidee „Daten und Zufall“:

Die Schüler können ...

- ... Daten ermitteln und interpretieren.

2.1.6 Kompetenzen:

Kognitiver Bereich:

Die Schüler ...

- ... rechnen vielfältige Aufgaben im Kopf und wenden Kopfrechenstrategien an.
- ... finden Möglichkeiten mit verschiedenen Wurfsergebnissen von der Startzahl 121 zur Zielzahl 0 zu gelangen.
- ... wenden beim Ermitteln dieser Möglichkeiten Rechenstrategien an.
- ... können Rechenstrategien mit geeigneten Mitteln sichtbar und somit nachvollziehbar machen.

Kommunikative Kompetenz:

Die Schüler ...

- ... können eigene Überlegungen dem Partner und dem Plenum verständlich darstellen.

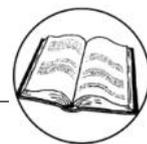
Personal- und Sozialkompetenzen:

Die Schüler ...

- ... arbeiten konstruktiv mit ihrem Partner, sie stellen sich gegenseitig ihre Überlegungen vor und stimmen sich gegenseitig ab.
- ... entwickeln Freude am mathematischen Arbeiten und damit (längerfristig) Methodenkompetenz.
- ... strukturieren und notieren ihre Arbeitsergebnisse und bringen diese in der Ergebnissicherungsphase ein.

⁵ Büchter/Leuders (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln, S. 28

⁶ ebd., S. 36ff.



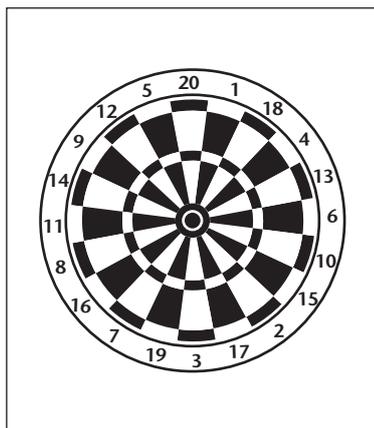
2.1.7 Zielformulierungen:

Es ergeben sich folgende Mindest-, Regel- und Expertenstandards:

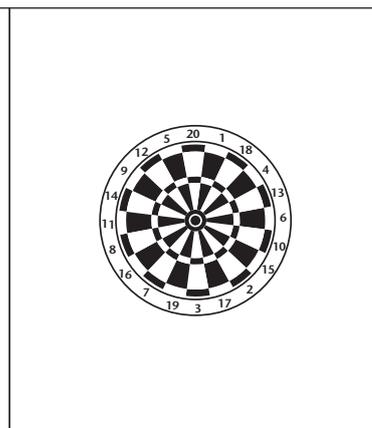
Mindeststandards	Regelstandards	Expertenstandards
Kognitiver Bereich:		
Arbeitsphase:		
<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... rechnen durch Würfe entstehende Aufgaben halbschriftlich oder im Kopf, auftretende Rechenfehler können selbstständig korrigiert werden. ... können den Rechenstrategien der Mitschüler folgen. ... finden unstrukturiert mögliche Wurfkombinationen. 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... rechnen durch Würfe entstehende Aufgaben im Kopf und wenden die wichtigen Kopfrechenstrategien an: halbieren, verdoppeln, Rechnen mit der Null usw. s. o. ... finden mögliche Wurfkombinationen ausgehend von den größten Würfeln ($60 - 60 - 1$, $60 - 57 - 4$, ...). Sie erkennen dabei erste Strukturen ($-1 \rightarrow +3$). 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> s. Regelstandard ... wenden verschiedene Rechenstrategien an. ... beherrschen den Transfer auf andere Aufgaben. ... durchschauen die Kombinationen und können diese flexibel verwenden, (auch bezogen auf den 1. und 2. Wurf).
Methodisch-kreativer Bereich:		
Arbeitsphase:		
<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... notieren die Ergebnisse unstrukturiert. ... können mit Hilfe / Anleitung Daten und Informationen sammeln. 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... notieren die Ergebnisse strukturiert, in der vorgegebenen Tabelle. ... können selbstständig Daten und Informationen sammeln und strukturieren. 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... notieren die Ergebnisse strukturiert und können die verwendete Strategie mit entsprechenden Mitteln, z. B. farblich, sichtbar machen. ... können selbstständig Daten und Informationen sammeln, diese strukturieren und die Struktur beschreiben und visualisieren.
Präsentationsphase:		
s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort	s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort	s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort
Personaler und sozialer Bereich:		
Arbeitsphase:		
<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... bringen sich konfliktfrei in die Gruppe ein. 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... können in der Gruppe Initiative übernehmen, machen vereinzelt Vorschläge, stellen Vorschläge in Frage und können zu Vorschlägen Stellung beziehen. 	<p>Die Schüler ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... können eigene Vorschläge zum Lösen der Aufgabe mit anderen koordinieren und konstruktiv bewerten.



2.1.9 Tafelbild:



Papier-Dartscheibe



Soft-Dartscheibe

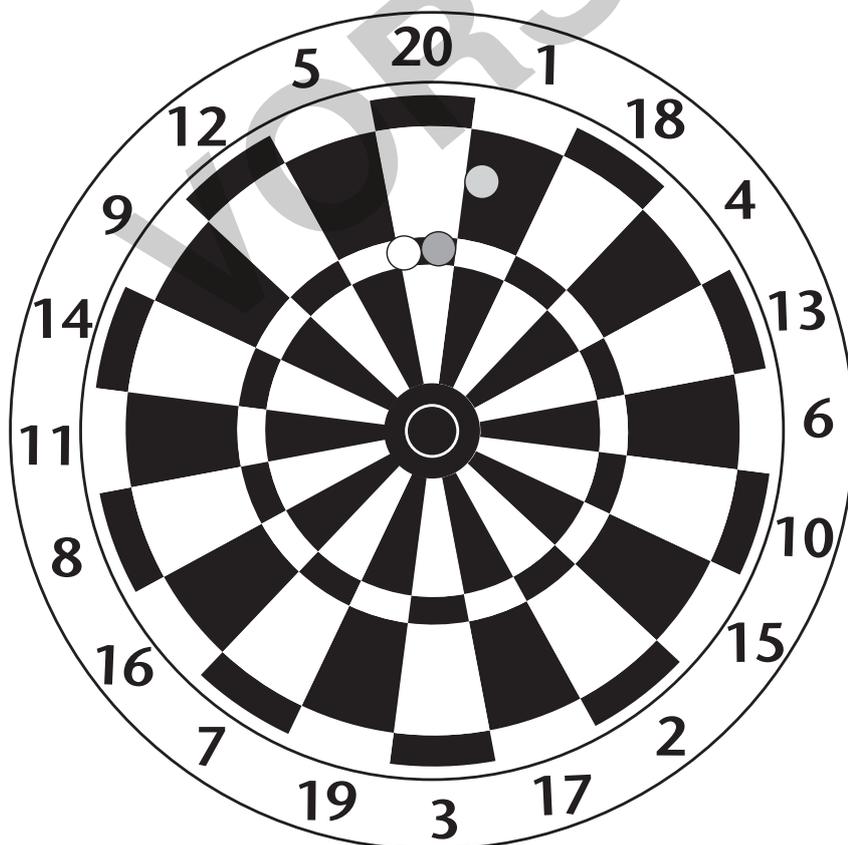
Punktevergabe (als Pfeile für Papier-Dartscheibe, linker Außenflügel):

- 1-Fach → 1 x
- 2-Fach → 2 x
- 3-Fach → 3 x
- Bulls → 25 Punkte
- Bulls Eye → 50 Punkte

Regeln (bei Papier-Dartscheibe, linker Außenflügel):

Jeder Spieler hat mehrere Versuche. In jedem Versuch hat er drei Würfe.
Die Wurfresultate werden miteinander addiert, oder von 121 subtrahiert.

Beispiel für Stundeneinstieg (rechter Außenflügel):



Beispiel 1:

- | |
|----------------------------|
| 1. Wurf: $3 \cdot 20 = 60$ |
| 2. Wurf: $3 \cdot 20 = 60$ |
| 3. Wurf: $1 \cdot 1 = 1$ |

Ergebnis: 121 (Zielzahl erreicht)

Präsentationsphase (Tafelmitte):
Inhalte & Lösungen



Pfeile für die Tafel

M1

1-Fach $\rightarrow 1x$

2-Fach $\rightarrow 2x$

3-Fach $\rightarrow 3x$

Bulls $\rightarrow 25$ Punkte

Bulls Eye $\rightarrow 50$ Punkte



Dart 121

M3

Punktevergabe:

1-Fach → 1 x
2-Fach → 2 x
3-Fach → 3 x

Bulls → 25 Punkte
Bulls Eye → 50 Punkte

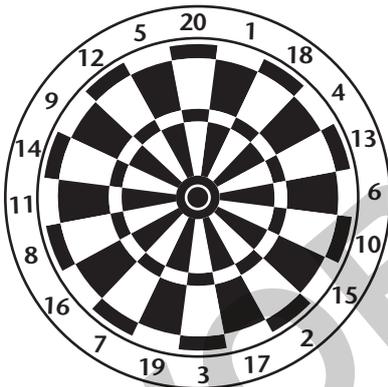
Regeln: Jeder Spieler hat mehrere Versuche. In jedem Versuch hat er drei Würfe.
Die Wurfresultate werden berechnet.

Ziel: Durch das Werfen von Punkten gezielt von 121 auf 0 zu gelangen.

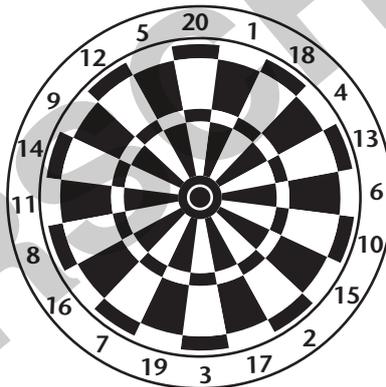
Spielablauf:

1. Markiere für jeden Versuch die drei Treffer mit einem Buntstift auf der jeweiligen Dartscheibe.
2. Trage die Wurfresultate in die Tabelle ein. Die Summe aller drei Würfe muss 121 ergeben.

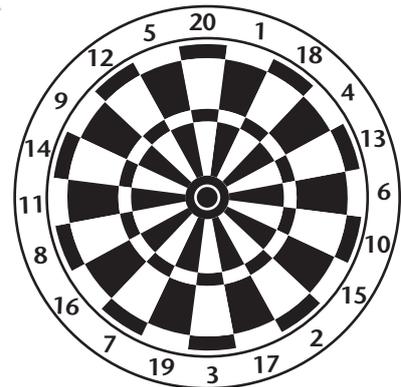
1. Versuch
3 Würfe



2. Versuch
3 Würfe



3. Versuch
3 Würfe



Versuch	1. Wurf	2. Wurf	3. Wurf	Ergebnis
1.				
2.				
3.				



2.6 Das Fußballstadion platzt aus allen Nähten! – Problemlösen (Flächen)

2.6.1 Kurzinformationen:



Problemlöseaufgabe zu Flächen anhand eines Fußballstadions; hier Mercedes-Benz-Arena, Stuttgart



90 Minuten



- Infokarten (M3)
- Gruppenfindungskarten (M2)
- Computer zur Informationsbeschaffung, wenn möglich
- Bild der Mercedes-Benz-Arena (M1)

2.6.2 Basisinformationen:

Die Mercedes-Benz-Arena in Stuttgart hat 60 441 Plätze insgesamt, davon 170 Rollstuhl-Plätze. Die Fläche misst 105 m x 68 m, dazu kommt ein 7,5 m breiter Streifen, der das Spielfeld umgibt.

Die entsprechende Verordnung sieht vor, dass für zwei Personen ein Quadratmeter Grundfläche bereitgestellt werden muss; ein Rollstuhlfahrer zählt wie zwei Personen.

Eine Veranstaltung kann aus Sicherheitsgründen nur dann stattfinden, wenn genügend Platz für alle vorhanden ist.

2.6.3 Didaktisch-methodische Hinweise:

Die Fragestellung der Unterrichtsstunde umfasst eine sehr komplexe Situation, die auf unterschiedliche Weise und mit unterschiedlichen Annahmen und damit auch unterschiedlichen Ergebnissen gelöst werden kann. Diese Komplexität ist jedoch die nötige Grundlage, damit jeder Schüler **individualisiert**, also dem eigenen Niveau entsprechend, am Thema arbeiten kann. Die Schüler wählen daher selbstständig aus, welchen (schwierigen, oder leichten) Weg sie einschlagen. Je mehr Annahmen eingebunden werden, desto komplexer wird der entsprechende Lösungsweg.

Grundrechenarten, heuristische Strategien, Problemlösen und Modellieren stehen im Vordergrund. Je nach Schüler, und dessen Lösungsweg, werden dabei die Schwerpunkte unterschiedlich gesetzt.

2.6.4 Bezüge zu Bildungsstandards:

Aufgabe des Mathematikunterrichts ist es, Schüler für den mathematischen Gehalt alltäglicher und realer Situationen und Phänomene sensibel zu machen und sie besonders in diesem Kontext zum **Problemlösen**

und **Modellieren** mit mathematischen Mitteln anzu-leiten.

Durch eine motivierende, fordernde und fördernde **Unterrichtskultur** soll den Kindern Freude an mathe-matischem Lernen und Arbeiten vermittelt werden. Günstig ist es, wenn Aufgaben aus sich heraus **Dif-ferenzierung** und damit auch **Individualisierung** zulassen, sodass jeder Schüler auf seinem Niveau ein-steigen kann und die Aufgabe auch auf seinem Niveau bearbeiten und abschließen kann. Die Überlegungen und Ergebnissen der einzelnen Schüler können sich dabei stark voneinander unterscheiden. Die folgende Aufgabe bietet diese Möglichkeiten.

Neben dem Erwerb von Kompetenzen, die auf mathe-matische Inhalte bezogen sind, ist es Ziel des Mathe-matikunterrichts und dieser Stunde, **prozessbezoge-ne Kompetenzen** zu vermitteln. Diese beschreiben die eigentlichen mathematischen Tätigkeiten wie das **Modellieren, Problemlösen, Kommunizieren, Argu-mentieren und Darstellen**.

Um diese Fähigkeiten zu erreichen, muss der Mathe-matikunterricht in der Sekundarstufe eine Vielfalt von Lernwegen ermöglichen und die Mathematik in ihrer Vielseitigkeit erkennbar werden lassen. Grundlegend für die Kompetenzen des Kommunizierens und des Argumentierens sind kooperative Lernsituationen, so-dass das Arbeiten mit einem Partner, oder in einer Gruppe bevorzugt werden sollte.

Wichtig: Grundlegend geht es bei der **Lösung** der Aufgabe nicht zwingend um die richtige Lösung, sondern vielmehr um den Lösungsweg, die Lösungs-strategien und die eingebundenen Annahmen bzw. Nichtannahmen der Schüler.

2.6.5 Bezüge zu den Leitideen:

Leitidee „Zahl“:

Die Schüler ...

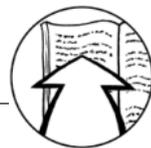
- ... nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen.
- ... nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen und andere Verfahren.
- ... runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll.
- ... prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sach-situationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung.



2.6.7 Zielformulierungen:

Es ergeben sich folgende Mindest-, Regel- und Expertenstandards.

Mindeststandards	Regelstandards	Expertenstandards
Kognitiver Bereich:		
Arbeitsphase:		
Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... können abgegebene Schätzungen zum Thema nachvollziehen. – ... können mit Hilfe Daten und Informationen sammeln. – ... können Strategien, Lösungs-ideen und Lösungsschritte nachvollziehen. – ... wenden Grundrechenarten an. 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... können Schätzungen zum Thema abgeben. – ... können Daten und Informationen sammeln. – ... können einzelne Strategien und Lösungsideen formulieren und umsetzen. – s. Mindeststandards 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... können realistische Schätzungen zum Thema abgeben. – ... können Daten und Informationen sammeln und zueinander in Beziehung setzen. – ... können die gesamten Strategien und Lösungsideen formulieren und umsetzen. – s. Mindeststandards
Methodisch-kreativer Bereich:		
Arbeitsphase:		
Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... notieren die Rechenwege und Ergebnisse unstrukturiert. 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... notieren die Rechenwege und Ergebnisse strukturiert. 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... notieren die Rechenwege und Ergebnisse strukturiert und schaffen es, die Verknüpfungen zwischen den Teilbereichen nachvollziehbar zu visualisieren.
Personaler und sozialer Bereich:		
Arbeitsphase:		
Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – ... bringen sich konfliktfrei in die Gruppe ein. – ... können verlieren und gewinnen. 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – s. Mindeststandards – ... können in der Gruppe Initiative übernehmen, machen vereinzelt Vorschläge, stellen Vorschläge in Frage, können zu Vorschlägen Stellung beziehen. 	Die Schüler ... <ul style="list-style-type: none"> – s. Regelstandards – ... können eigene Vorschläge zum Lösen der Aufgabe mit anderen koordinieren und konstruktiv bewerten.
Präsentationsphase:		
s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort	s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort	s. Tabelle zur Präsentationsphase im Vorwort



Gruppenfindungskarten

M2