

## III.55

### Form und Raum

# Beweisen mit Kongruenzsätzen – Sprachsensibel formal-logische Beweisführung erlernen

Marc Eßer



© RAABE 2023

© pinstock/E+; verändert

In dieser Unterrichtseinheit werden die Lernenden sprachsensibel an Wenn-dann-Satzkonstruktionen herangeführt. Sie lernen unter Verwendung von Kongruenz- und Winkelsätzen sachlogische Argumente zu nutzen und Argumente zu Argumentationsketten zu verknüpfen. Dabei beurteilen sie, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind. Die strukturierte Beweisführung nach Euklid mit Behauptung, Voraussetzung und Beweis steht im Vordergrund. Die Einheit kann gut als Gruppenarbeit umgesetzt werden, sodass Schüleraktivität und soziale Kompetenzen gleichermaßen gestärkt werden. Differenzierung und individuelle Förderung werden durch Erklärvideos, Veranschaulichung durch GeoGebra und „Spickzettel“ ermöglicht.

#### KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	8–10
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Winkel- und Kongruenzsätze; geometrische Eigenschaften des Dreiecks
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Tk = Tippkarten; Üb = Übersicht  
Planung für 2 Stunden

---

### Einstieg

Thema: Grundlagen: Wenn ... , dann ... – Sprachsensibles Argumentieren

M 1 (Ab) „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

M 2 (Ab) Der Basiswinkelsatz – Beweis

---

### Erarbeitung

Thema: Materialgestütztes Beweisen mathematischer Sätze in kooperativer Gruppenarbeit

M 3 (Ab) Beweis Satz 1

M 4 (Ab) Beweis Satz 2

M 5a (Ab) Beweis Satz 3

M 5b (Tk) Tippkarten zur Differenzierung von Satz 3



---

### Ergebnissicherung

Thema: Übersicht der 4 Sätze

M 6 (Üb) Übersicht der 4 Sätze – Satz, Voraussetzung, Beweis

---

### Wiederholung

Thema: Wiederholung der Kongruenzsätze

M 7 (Üb) Kongruenzsätze in der Übersicht

---

### Lösung

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

# M 1 „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

Noah behauptet:



Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht, dann kann sie Strolch auf dem Schulweg treffen.

Grafik: Julia Lenzmann

Stimmt Noahs Behauptung? Finde es heraus!



## Aufgabe 1

Über Susi und Strolchs Morgen haben wir folgendes Wissen:

Wenn Susi gute Laune hat,	dann schenkt sie Strolch nach der zweiten Pause ihren Müsliriegel.
Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht,	dann bekommt sie den frühen Bus.
Wenn Susi auf dem Weg Strolch trifft,	dann ist sie um 7:45 Uhr an der Schule.
Wenn Susi den frühen Bus erwischt,	dann kann sie Strolch auf dem Weg zur Schule treffen.
Wenn Susi früh aufsteht,	dann frühstückt sie noch zu Hause.

- Schneide die Dominosteine aus.
- Lege die Dominosteine nun geschickt aneinander. Starte dabei mit der Aussage „Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht, ...“. Kannst du die Steine so aneinanderlegen, dass du bei der Aussage „... dann kann sie Strolch auf dem Schulweg treffen.“ endest? Dann stimmt Noahs Aussage. Falls nicht, haben wir entweder zu wenig Wissen oder Noahs Aussage stimmt nicht. Gibt es Dominosteine, die du zur Überprüfung von Noahs Behauptung nicht brauchst? Gib an.



## Aufgabe 2

- Entscheidet zu zweit: Welcher Bestandteil des Satzes ist eine Voraussetzung, welcher ist die Folge?
- Gibt es Signalwörter? **Unterstreiche** sie in jedem Satz.



## Kongruenzsätze in der Übersicht

M 7

### Definition: Kongruenz bei Dreiecken

*Kongruent* ist ein anderes Wort für *deckungsgleich*.

Zwei Dreiecke nennt man in der Mathematik *kongruent*, wenn man sie ausschneiden könnte und sie dann ganz genau aufeinanderpassen. Du kannst dir das auch über diese GeoGebra-Datei anschauen: <https://raabe.click/ggb-III55-M7>

Oder mathematisch ausgedrückt:

Zwei Dreiecke sind *kongruent*, wenn sie in allen Seiten und Winkeln übereinstimmen.

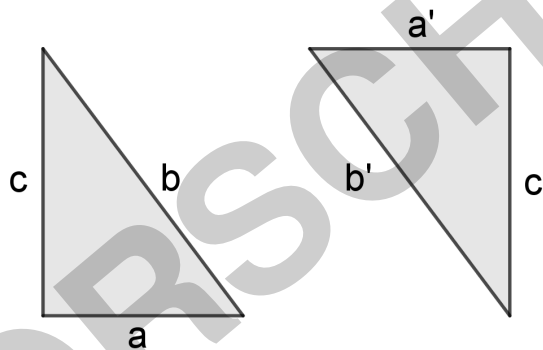


Es gibt vier Kongruenzsätze.

Wenn ein Kongruenzsatz auf zwei Dreiecke zutrifft, dann sind sie deckungsgleich.

### Kongruenzsatz SSS

Zwei Dreiecke sind genau dann deckungsgleich, wenn alle drei Seiten gleich lang sind.



S = Seite  
W = Winkel

### Kongruenzsatz SWS

Zwei Dreiecke sind genau dann deckungsgleich, wenn zwei der Seiten und der eingeschlossene Winkel gleich groß sind.

