

Halbkreis, Funktion mit Definitionslücke und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller



© Fly View Productions / E+ / Getty Images Plus

Fünf Übungstests unterstützen Sie bei der Leistungsüberprüfung Ihrer Schülerinnen und Schüler oder helfen den Jugendlichen dabei, ihre eigenen Fähigkeiten einzuschätzen. Auch als Vorbereitung auf das schriftliche Abitur eignen sich die Aufgaben. Mit Zeitvorgabe und Bewertungsschlüssel sorgen die Übungsblätter dabei für realistische Prüfungsbedingungen.

Inhaltlich decken die Aufgaben ein breites Spektrum der Analysis ab. So untersuchen die Lernenden das Verhalten von Funktionen im Bereich einer Definitionslücke, stellen einen Halbkreis mithilfe einer Wurzelfunktion dar und untersuchen, ob der durch eine Funktion generierte Rotationskörper in eine Kugel passen würde.

Halbkreis, Funktion mit Definitionslücke und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Oberstufe (weiterführend/vertiefend)

Alfred Müller

M1 Funktion mit Definitionslücke	1
M2 Funktionenschar mit Kosinus	2
M3 Relation und Halbkreis	3
M4 Funktionenschar und Rotationskörper	4
M5 Funktionenschar mit Exponentialfunktion	5
Bewertungsschlüssel	6
Lösungen	7

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Anwendung ihres Wissens und ihres Könnens in abiturrelevanten Aufgaben. Die Zeitvorgaben ermöglichen auch die Simulation einer realen Prüfungssituation und fördern ihr Zeitmanagement.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Logarithmus	M1	AB
Definitionslücke	M1	AB
Symmetrie	M1, M2, M5	AB
Kosinus	M2	AB
Exponentialfunktion	M5	AB
Wurzelfunktion	M3	AB
Halbkreis	M3	AB
Rotationskörper	M4	AB
Funktionenschar	M2–M5	AB
Exponentialfunktion	M5	AB

© RAABE 2023

Kompetenzprofil:

Inhalt: Logarithmus, Kosinus, Wurzel, Exponentialfunktion, Rotationskörper, Halbkreis, Kugel, Integrieren, Differenzieren, Stetigkeit, Definitionslücke, Kurvendiskussion, Skizzieren von Graphen

Medien: GTR/CAS

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Funktionenschar mit Exponentialfunktion

M5

1. Gegeben ist die Funktionenschar f_a durch ihre Gleichung $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot e^{-ax^2}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $D_a = \mathbb{R}$ und Graphen G_a .
- Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion f_a' der Funktion f_a . Ihr Graph sei G_a' . [2 BE]
 - Zeigen Sie zuerst allgemein: Ist eine Funktion f differenzierbar und symmetrisch zur y -Achse, dann ist die Ableitungsfunktion f' punktsymmetrisch zum Ursprung.
Hinweis: Verwenden Sie die Kettenregel für die Ableitung von $f(-x)$.
Bestätigen Sie diese Aussage an der gegebenen Funktion. [6 BE]
 - Bestimmen Sie die Grenzwerte der Funktion f_a bei Annäherung an die Grenzen des Definitionsbereiches D_a sowie die Koordinaten des Hochpunktes H des Graphen G_a . [6 BE]
 - Beweisen Sie dann ohne Verwendung der 2. Ableitung, dass im Intervall $I =]0; \infty[$ mindestens ein Wendepunkt von G_a liegen muss. Berechnen Sie dann mithilfe der 2. Ableitung die Abszissen des Wendepunktes. [5 BE]
 - Zeichnen Sie den Graphen $G_{0,5}$ für $a = 0,5$ im Intervall $I = [-3; 3]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 2 cm. [4 BE]
2. Die Graphen G_a und G_a' schneiden sich im Punkt S .
- Auf welcher Kurve K mit der Gleichung $y = g(x)$ bewegt sich dieser Punkt S , wenn a alle positiven Zahlen durchläuft? Geben Sie auch die Definitionsmenge D_g der Funktion g an. [6 BE]
 - Für welchen Wert von a fällt der Punkt S mit einem Wendepunkt des Graphen G_a zusammen? [2 BE]
 - Skizzieren Sie für $a = 0,5$ den Graphen G_a' der Ableitungsfunktion in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1c). [3 BE]
 - Welche Fläche A schließt der Graph G_a' der Ableitungsfunktion für $a = 0,5$ mit der x -Achse zwischen $x = 0$ und $x = R$ ($R > 0$) ein? Bestimmen Sie $\lim_{R \rightarrow \infty} A$ und deuten Sie das Ergebnis geometrisch. [6 BE]

Arbeitszeit: 55 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Bewertungsschlüssel

Rohpunkte	Notenpunkte	Note
40, 39	15	1+
38, 37	14	1
36, 35	13	1–
34, 33	12	2+
32, 31	11	2
30, 29	10	2–
28, 27	9	3+
26, 25	8	3
24, 23	7	3–
22, 21	6	4+
20, 19	5	4
18, 17	4	4–
16–14	3	5+
13–11	2	5
10, 9	1	5–
≤8	0	6