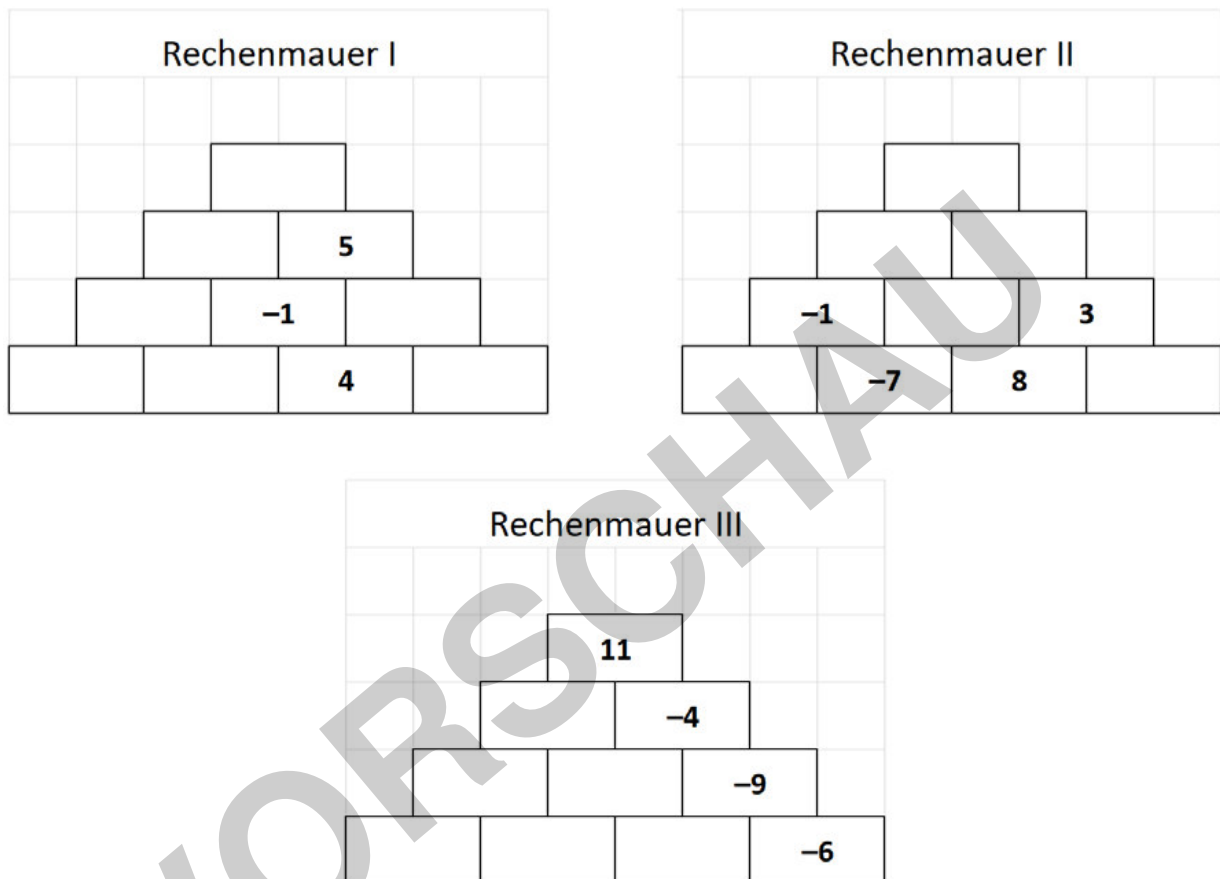


Stochastik bei Rechenmauern

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Rechenmauern kennen Ihre Schülerinnen und Schüler seit der Grundschulzeit. Im vorliegenden Beitrag wird eine Reihe von drei Rechenmauern mithilfe eines Tetraeders und eines Würfels bestimmt. Mit den Zahlen der Reihe werden dann bestimmte Ereignisse festgelegt. Die Lernenden bestimmen hierzu (bedingte) Wahrscheinlichkeiten durch das Zeichnen von Baumdiagrammen oder mithilfe einer Tabelle bzw. durch Anwenden der Binomialverteilung. Ebenso überprüfen sie bei zwei Spielen, welches Spiel für sie günstiger ist.

Stochastik bei Rechenmauern

Oberstufe (grundlegend)

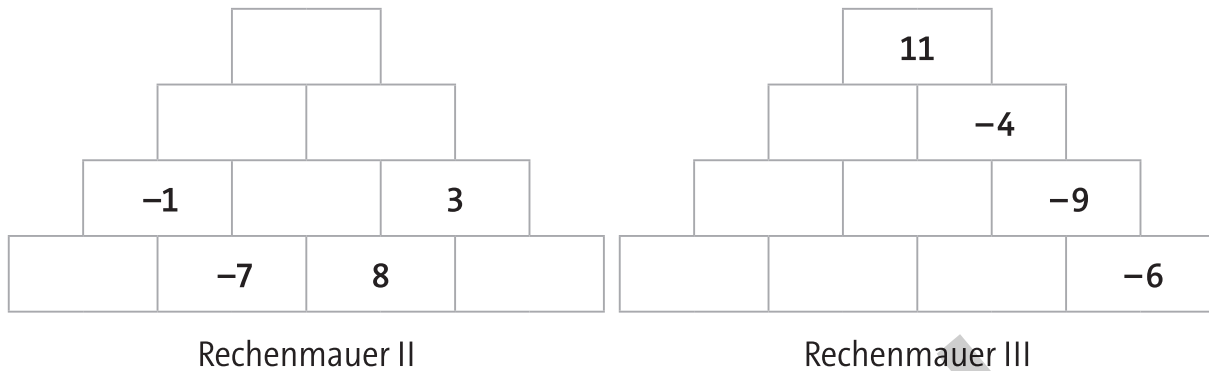
Günther Weber

Hinweise	1
M1 Übersicht Rechenmauern	3
M2 Aufgaben	4
Lösungen	7

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen, Tabellen oder der Binomialverteilung zu bestimmen. Die Lernenden festigen ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten durch Zeichnen von Baumdiagrammen bzw. durch Erstellen einer Tabelle. Die Jugendlichen bestimmen, wie oft ein Versuch durchgeführt werden muss, damit ein Ereignis mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit eintritt. Ebenso untersuchen sie, welches von zwei Spielen für sie günstiger ist.

4. Vorgegeben sind jetzt die Rechenmauer aus Aufgabe 2) (Rechenmauer I) sowie die beiden folgenden Rechenmauern



Durch das Werfen eines Laplace Würfels wird eine der Rechenmauern ausgewählt, und zwar bei den Würfelzahlen 1, 2 und 3 die Rechenmauer I, bei einer 4 oder 5 die Rechenmauer II und bei einer 6 die Rechenmauer III. Gleichzeitig wird durch das Werfen eines Tetraeders eine Reihe der mit dem



Fotos: Günter Gerstbrein

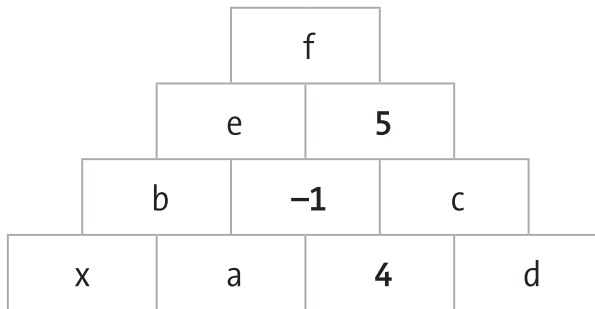
Würfel ermittelten Rechenmauer bestimmt. Bei den nebenstehenden Augenzahlen wird bei Rechenmauer II die Reihe mit 3 Zahlen ausgewählt.

Füllen Sie die Rechenmauern aus und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) die Summe der Zahlen der Reihe gerade ist.
 - b) der Abstand zwischen der größten und kleinsten Zahl der Reihe positiv und durch 4 teilbar ist.
 - c) der Mittelwert der Zahlen der Reihe im Intervall $]0 ; 2[$ liegt.
 - d) die Anzahl der negativen Zahlen in der Reihe gerade ist.
 - e) das Produkt der Zahlen der Reihe negativ ist.
5. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
- a) Rechenmauer I ausgewählt wurde, wenn die Summe der Zahlen der Reihe gerade ist.
 - b) Rechenmauer II ausgewählt wurde, wenn der Abstand zwischen der größten und kleinsten Zahl der Reihe größer als 10 ist.
 - c) Rechenmauer III ausgewählt wurde, wenn der Mittelwert der Zahlen der Reihe wenigstens zwei ist.

Lösungen

1. Steht auf dem linken Stein der unteren Reihe die Würfelzahl x , $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ und sind die fehlenden Werte der Rechenmauer wie angegeben beschriftet,



so erhält man durch Addition/Subtraktion

$$a + 4 = -1 \Rightarrow a = -5$$

$$b = a + x \Rightarrow b = x - 5$$

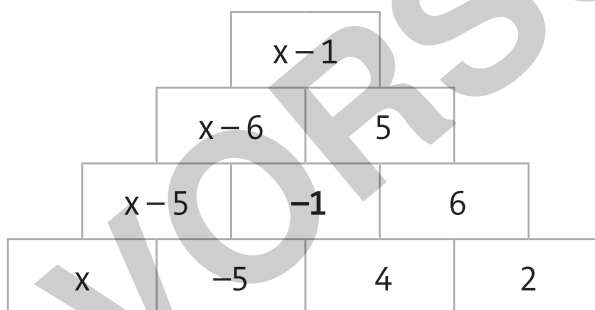
$$c - 1 = 5 \Rightarrow c = 6$$

$$4 + d = c \Rightarrow d = c - 4 = 6 - 4 = 2$$

$$e = b - 1 \Rightarrow e = x - 5 - 1 = x - 6$$

$$f = e + 5 \Rightarrow f = x - 6 + 5 = x - 1$$

und damit folgende Tabelle



a) $x - 1 > 3 \Rightarrow x > 4$

Es muss eine 5 oder 6 gewürfelt werden, damit die Zahl auf dem obersten Stein größer als 3 ist. Mit der Formel von Laplace berechnet man

$$P(\{5; 6\}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- b) Mögliche Primzahlen auf dem oberen Stein sind 2, 3 oder 5. Die zu diesen Primzahlen gehörenden Würfelzahlen sind 3, 4 oder 6.

$$P(\{3;4;6\}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- c) Ist $(x | x-1)$ das Zahlenpaar bestehend aus Würfelzahl und Zahl auf dem obersten Stein, so ist nur das Produkt beim Zahlenpaar $(4 | 3)$ größer als 10 und kleiner als 20.

$$P(\{4\}) = \frac{1}{6}$$

- d) Der Quotient aus Würfelzahl und oberster Zahl ist $\frac{x}{x-1}$, $x \neq 1$. Für $x=2$ ist der Quotient $\frac{2}{1} = 2$ ganzzahlig, für die anderen Würfelzahlen ist der Quotient eine Bruchzahl.

$$P(\{2\}) = \frac{1}{6}$$

2. Ersetzt man in der Rechenmauer aus Aufgabe 1 x durch 3, so erhält man die Rechenmauer I.

Summe, Mittelwert, Abstand zwischen größter und kleinster Zahl sowie die Anzahl der negativen Zahlen in den einzelnen Reihen finden sich dann rechts neben der Rechenmauer.

Rechenmauer I

2
-3 5
-2 -1 6
3 -5 4 2

Summe	Mittelwert	Abstand	Anzahl neg. Zahlen
2	2	0	0
2	1	8	1
3	1	8	2
4	1	9	1

Das Werfen des Tetraeders ist ein Laplace Experiment. Jede Reihe wird somit mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{4}$ ausgewählt.