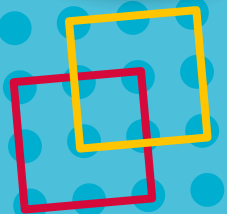
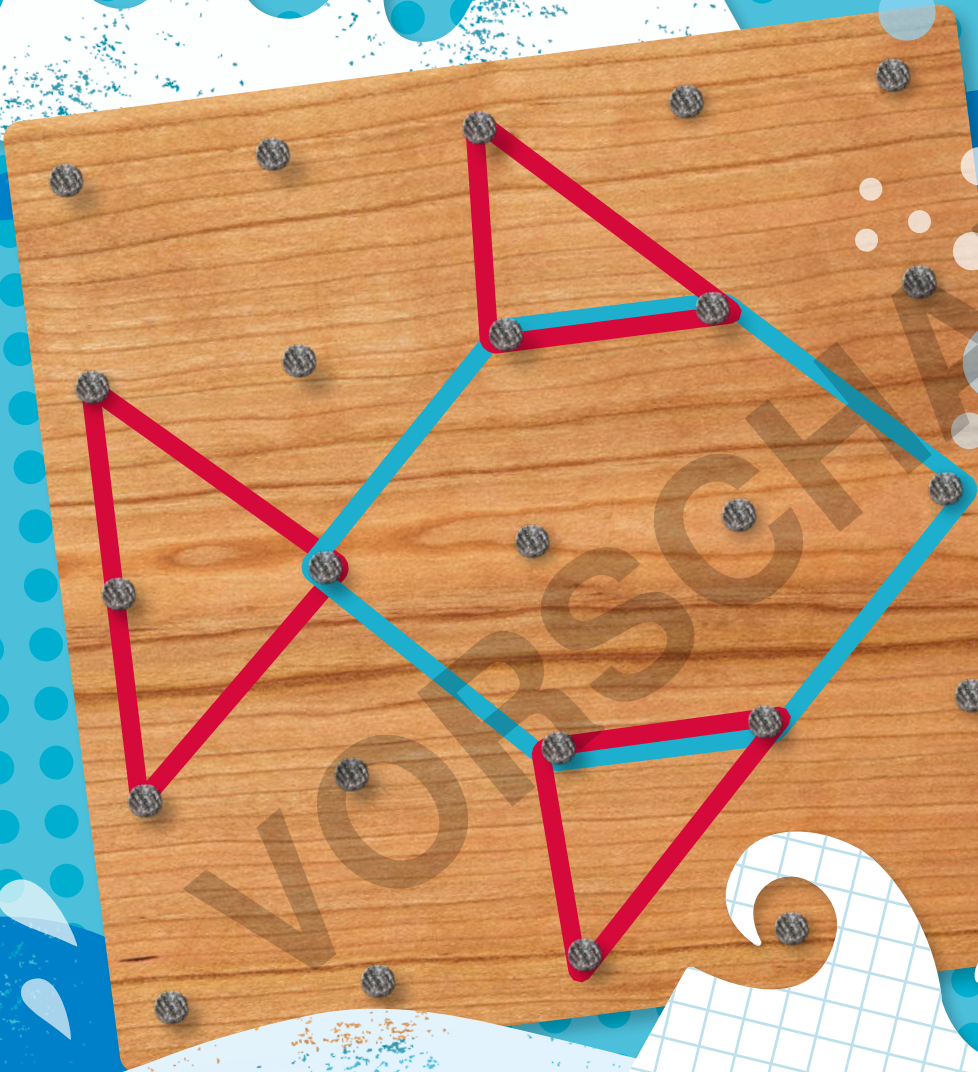
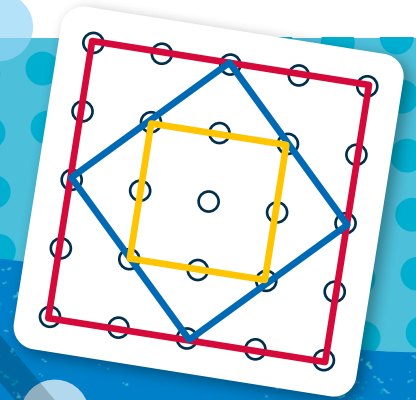


GRUNDSCHULE

# MATHEMATIK

Nr. **74**  
3. Quartal | 2022

Bestell-Nr. 17374



## Das Geobrett –

## Spannende

zur Vollversion



FRIEDRICH



netzwerk  
lernen

# Das Geobrett – spannende Mathematik

Im Abo enthalten:  
**Grundschule  
Mathematik digital**

So erhalten Sie Zugang  
zur digitalen Ausgabe:  
[www.friedrich-verlag.de/  
digital](http://www.friedrich-verlag.de/digital)

## THEMA

### Zur Sache

Arne Pöhls-Stöwesand

#### 2 Das Geobrett

Ein universelles Arbeitsmittel im Geometrieunterricht

### Lernvoraussetzungen

Simone Reinhold

#### 4 Ganz schön spannend!

Von Handlungen zu Vorstellungen und Begriffen im Unterricht mit dem Geobrett

### Grundsätzliches

Arne Pöhls-Stöwesand

#### 32 Spannende Mathematik

Invarianten am Geobrett als Lernchancen im Geometrieunterricht

## PRAXIS

### Unterrichtsideen

Gudrun Häring

#### 8 Schau genau, spanne schlau!

Kinder entdecken geometrische Grundformen in Figuren auf dem 5x5-Geobrett

1-2

Maike Willms

#### 12 „Dreh dich nach links!“

Wege auf dem Geobrett beschreiben, spannen und zeichnen

2-3

Anna-Sophia Bock, Alexandra Tönnies

#### 16 Umspannen auf dem Geobrett

Gezielte Veränderungen von vorgegebenen Ausgangsfiguren

2-3

Sara Jacobey

#### 20 „Ein Quadrat ist auch ein Trapez“

Vierecke auf dem Geobrett spannen, untersuchen und kategorisieren

3

### Leistung & Beurteilung

Sabrina Roos

#### 24 Raumvorstellung fördern

Figuren auf dem Geobrett verändern und zerlegen

2-3

Karin Anders

#### 28 „Das vierte Bild ist wie das erste“

Spiegeln und Drehen an vier Geobrettern

3-4

## MAGAZIN

### Eltern aktiv

Annabella Diephaus

#### 36 „Ich greife von oben in die zwei Kreuze ...“

### mathe spezial

Klaus-Ulrich Guder

#### 37 Ein faires Spiel?

### Von uns empfohlen

#### 38 Bücher, Spiele und mehr

#### 40 Autorinnen und Autoren / Impressum

M

### Poster

Stadtplan für die Tafel

### Poster

Umspannregeln und gleiche / nicht gleiche Figuren

### 24 Kärtchen

Figuren auf dem Geobrett



Die Downloads dieser Ausgabe finden Sie in Ihrem Kundenkonto. Weitere Infos erhalten Sie unter [www.friedrich-verlag.de](http://www.friedrich-verlag.de)

Arne Pöhls-Stöwesand

# Das Geobrett

## Ein universelles Arbeitsmittel im Geometrieunterricht

Das Geobrett ist ein universell über alle Jahrgangsstufen der Grundschule (und darüber hinaus) einsetzbares Arbeitsmittel mit reichhaltigen Anwendungsmöglichkeiten in allen Kompetenzbereichen der Leitidee Raum und Form.

Den meisten Lehrkräften wird das Geobrett ein alter Bekannter sein, der zur Grundausstattung der Mathematiksammlung gehört. Eine Grundversion eines Geobretts besteht aus einer Platte, auf der Stifte in einer quadratischen Anordnung angebracht sind. Entlang der Stifte kann man mit handelsüblichen Gummiringen oder Fäden Figuren spannen. Strecken werden durch die Gummis und Ecken durch die Stifte repräsentiert.

Die Erfindung des Geobretts wird Caleb Gattegno zugeschrieben – zumindest stammen die ersten Veröffentlichungen zum Mathematikunterricht mit dem Geobrett aus

den 1950er-Jahren von ihm. In den 1970er-Jahren wurden seine Einsatzmöglichkeiten ausführlich beschrieben. Steibl (1976) hat ausgeführt, wie junge Schülerinnen und Schüler Formen am Geobrett erkunden und verändern können, aber auch, wie ältere Kinder mit ihm beispielsweise den Satz des Pythagoras anschaulich beweisen können. Während in den 1990ern noch die mangelnde Verbreitung dieses Arbeitsmittels beklagt wurde, ist die heutige Sorge der Fachdidaktik, dass es als unterschätztes Arbeitsmittel gilt, dessen Potenzial nicht immer geborgen wird (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991 / Krauthausen 2018).

Ein handlungsorientierter Geometrieunterricht mit dem Geobrett kann auf allen Altersstufen tief in die Mathematik führen, Beiträge zur Begriffsbildung leisten und Raumvorstellung weit über Vormachen und Nachspannen fördern. Dazu bietet dieses Heft zahlreiche Beispiele.

### Verschiedene Geobretter und ihr Einsatz im Unterricht

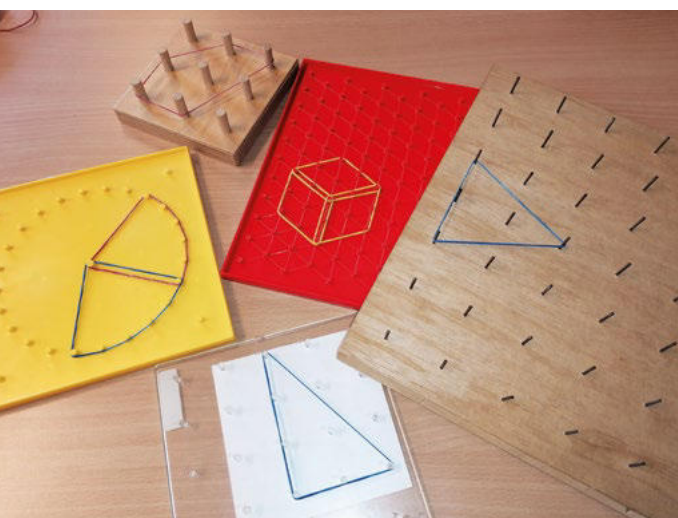
#### Größe

In der Grundschule werden überwiegend Geobretter eingesetzt, bei denen Stifte in einem quadrati-

schen Raster angeordnet sind. Benannt werden sie nach der Anzahl der Stifte pro Zeile und Spalte: 3x3-, 4x4- oder 5x5-Geobretter. Es ist ein Trugschluss zu glauben, kleine Geobretter seien eher für jüngere Kinder. Ebenso kurz gedacht wäre es, größere Bretter böten mehr für größere Kinder. Es finden sich interessante Aufgaben zu jeder Größe in jeder Jahrgangsstufe. So bieten beispielsweise die Fragen „Wie viele verschiedene Dreiecke kannst du auf dem 3x3-Geobrett spannen? Wie viele von jeder Sorte?“ ausreichend Differenzierungsspielraum von Klasse 2 bis in die Erwachsenenbildung. Auf dem 5x5-Geobrett wird die gleiche Aufgabenstellung komplizierter und unübersichtlicher, führt aber nicht tiefer in die Mathematik, bringt keine wesentlich verschiedenen Dreiecke zutage und sorgt nicht für ein tieferes Begriffsverständnis für diese Form. Lehrkräfte müssen überlegen, welche Größe funktional für einen lernförderlichen Unterricht bei einer konkreten Aufgabenstellung und einer konkreten Jahrgangsstufe ist.

Kleine Geobretter lassen sich zu größeren Rastern kombinieren, wenn der Abstand der äußeren Stifte zum Rand richtig gewählt ist; bei einem üblichen 3-cm-Raster also 1,5 cm. Große Geobretter lassen sich ein-

1 | Verschiedene Geobretter



Gudrun Häring

# Schau genau, spanne schlau!

## Kinder entdecken geometrische Grundformen in Figuren auf dem 5 x 5-Geobrett

Die Kinder untersuchen ebene Figuren am Geobrett, zerlegen diese gedanklich und erfassen darin eingebettete Grundformen in unterschiedlicher Form und Lage. Sie reflektieren ihre Wahrnehmungsprozesse und Vorgehensweisen.

Der Erwerb grundlegender Kenntnisse zu ebenen Figuren und die Anbahnung wesentlicher Kompetenzen im Umgang damit gehört im Kompetenzbereich *Raum und Form* zu den wesentlichen Intentionen. In den ersten Grundschuljahren erkennen, benennen und beschreiben die Lernenden geometrische Grundformen und deren Eigenschaften und zeichnen sie fachgerecht. Dies schließt ein, auch komplexe geometrische Figuren oder Muster analytisch zu betrachten und gedanklich zerlegen zu können, um darin eingebettete Grundformen in unterschiedlicher Form und Lage zu erfassen und ggf. herauszulösen. Dabei ist auch die Entwicklung zunehmend bewusst verlaufender Wahrnehmungsprozesse und Vorgehensweisen anzubahnen, insbesondere bezogen auf das strukturierte Erfassen von komplexen Figuren. Kinder sind zwar oft

aufmerksame Beobachter, jedoch ist ihre Aufmerksamkeit zunächst noch unsystematisch und sprunghaft auf alle möglichen Details gerichtet. Eine komplexe geometrische Figur oder ein geometrisches Muster bewusst gedanklich zu zerlegen und dabei planvoll vorzugehen, ist daher als zentraler Unterrichtsgegenstand anzusehen. Grundlegende Wahrnehmungskompetenzen und visuelle Strukturierungsfähigkeiten unterstützen den Aufbau eines tragfähigen geometrischen Begriffsverständnisses, das von hohem propädeutischem Wert für den Geometrieunterricht der Folgeschuljahre ist.

### Visuelle Strukturierungsfähigkeiten fördern

Dem folgend mag die hier vorgestellte Unterrichtsidee einen Beitrag dazu leisten, mithilfe der analytischen Betrachtung und Zerlegung von komplexen Figuren auf einem 5 x 5-Geobrett diese visuellen Wahrnehmungskompetenzen und weitere geometrische Kompetenzen der Kinder freudvoll zu erweitern. Im Rahmen der zentralen Aufgabenidee der Unterrichtsreihe untersu-

chen die Kinder vorgegebene Figuren auf dem 5x5-Geobrett. Sie zerlegen diese Figuren gedanklich in Teilfiguren (geometrische Grundformen) und versuchen, die Gesamtfigur mit möglichst wenig Gummibändern nachzuspannen. Die Figur in **Abbildung 1a** lässt sich beispielsweise gedanklich in vier Dreiecke zerlegen, jedoch ist eine optimale Lösung (mit möglichst wenig Gummibändern) durch das Spannen eines Quadrats und eines Rechtecks, also mit nur zwei Gummibändern (**Abb. 1b**), möglich.

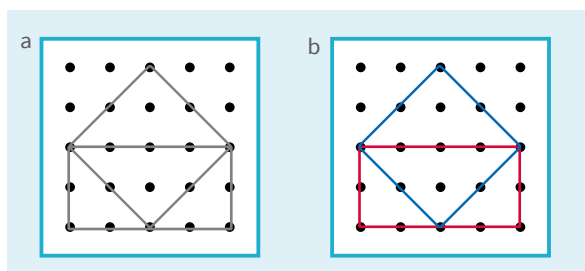
Dass solche Aufgaben, insbesondere die optische Analyse der Gesamtfigur, hinsichtlich der optimalen Lösung nicht immer trivial sind, mögen die Beispiele in **Abbildung 2a** und **b** zeigen.

### Vorwissen aktivieren

Zu Beginn der Unterrichtsreihe richtet die Lehrkraft ihren Blick zunächst auf das Vorwissen der Kinder. In der Erprobungsklasse hat die Lerngruppe schon im ersten Schuljahr Erfahrungen mit dem Geobrett gesammelt. Die Kinder haben die geometrischen Grundformen Dreieck, Rechteck und Quadrat auf dem

1a–b |

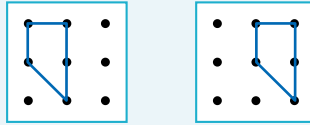
Gesamtfigur mit optimaler Lösung bestehend aus zwei Gummibändern



INFO: GLEICHE UND NICHT GLEICHE FIGUREN

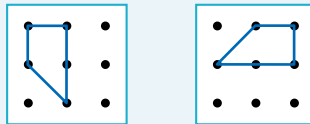
**Verschiebung**

Figuren, die horizontal oder vertikal auf dem Geobrett zueinander verschoben sind, werden als gleich angesehen.



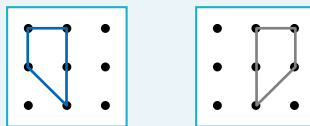
**Drehung**

Figuren, die auf dem Geobrett gedreht sind, werden als gleich angesehen.



**Spiegelung**

Figuren, die auf dem Geobrett gespiegelt sind, werden als nicht gleich angesehen.



das jeweils die Form des Umspannens benannt wird und die Regeln des Umspannens für die Kinder im Klassenraum sichtbar sind, um darauf zurückzugreifen.

**Das Spiel „Umspannwerk“**

Das Spiel „Umspannwerk“ (Götze & Spiegel 2006) ist für 2 bis 6 Personen ausgelegt und beinhaltet Karten mit Darstellungen von gespannten Figuren auf einem 3x3-Geobrett. Ziel des Spiels ist es, eine Ausgangsfigur so umzuspannen, dass eine Figur erzeugt wird, die auf einer Karte abgebildet ist. Für diese Unterrichtseinheit wurde eine abgewandelte Spielvariante genutzt. Dafür erhält jedes Kind ein 3x3-Geobrett, und es wird in Partnerarbeit gespielt. Zu Beginn werden ein Ziehstapel gebildet und eine Karte aufgedeckt, die beide Kinder nachspannen. Diese Karte wird anschließend unter den Ziehstapel gelegt. In der Mitte werden drei Karten aufgedeckt, und die Kinder sind abwechselnd am Zug. Ist ein Kind an der Reihe, prüft es, ob es die Ausgangsfigur so umspannen kann, dass eine der drei aufgedeckten Figuren entsteht. Ist dies der Fall, darf

das Kind die Karte behalten, füllt die Karten in der Mitte wieder auf drei auf, und das nächste Kind ist an der Reihe. Kann ein Kind keine der Figuren durch einen Zug erreichen, muss es passen. Passen beide Kinder, wird eine neue Karte aufgedeckt, sodass dann vier Karten oder bei mehrfachem Passen noch weitere Karten offen auf dem Tisch liegen. Das Spiel endet, wenn der Ziehstapel aufgebraucht ist und keine der Figuren mehr gespannt werden kann. Gewonnen hat, wer am Ende die meisten Karten sammeln konnte. Ist kein Klassensatz an 3x3-Geobrettern vorhanden oder bietet es sich für die Lerngruppe an, den Druck des Verlierens abzumildern, kann das Spiel ebenfalls mit Zweierteams gespielt werden. Ein Vorteil dieser Variante ist zusätzlich, dass sich die Kinder im Team beraten können.

Zur Einführung bietet es sich an, das Spiel zunächst von zwei Kindern vorspielen zu lassen. Dabei muss gesichert werden, was als gleiche und was als nicht gleiche Figuren angesehen wird (Infokasten 2). Dies bietet sich in der Regel in einer entsprechenden Spielsituation an.

Während die Kinder spielen, hat die Lehrkraft Zeit, um die Kinder zu beob-

achten und sicherzustellen, dass alle die Regeln des Spiels umsetzen können. Ein besonderer Fokus beim Beobachten sollte darauf liegen, inwiefern es den Kindern gelingt, Figuren als gleich bzw. nicht gleich zu erkennen. Das Spiel wird leichter, wenn Kinder am Geobrett ausprobieren und Karten drehen dürfen. Um die Schwierigkeit zu erhöhen, können statt einem auch zwei Züge erlaubt sein, die Karten nicht gedreht oder eine Um-

**KLASSENSTUFE**

2–3

**ZEITBEDARF**

4 Unterrichtsstunden

**INHALTSBEZOGENE KOMPETENZEN**

- bildliche Darstellungen von ebenen Figuren auf dem Geobrett nachspannen
- Merkmale von ebenen Figuren auf dem Geobrett untersuchen und gezielt verändern
- symmetrische ebene Figuren herstellen
- Achsensymmetrien von ebenen Figuren untersuchen und Symmetrieachsen einzeichnen
- die geometrischen Abbildungen *Verschiebung*, *Drehung* und *Spiegelung* erkennen

**PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN**

- das Geobrett als mathematisches Darstellungsmittel nutzen
- ebene Figuren mit Fachbegriffen beschreiben

**M MATERIALPAKET**

**Poster**

- Umspannregeln und gleiche / nicht gleiche Figuren

**24 Kärtchen**

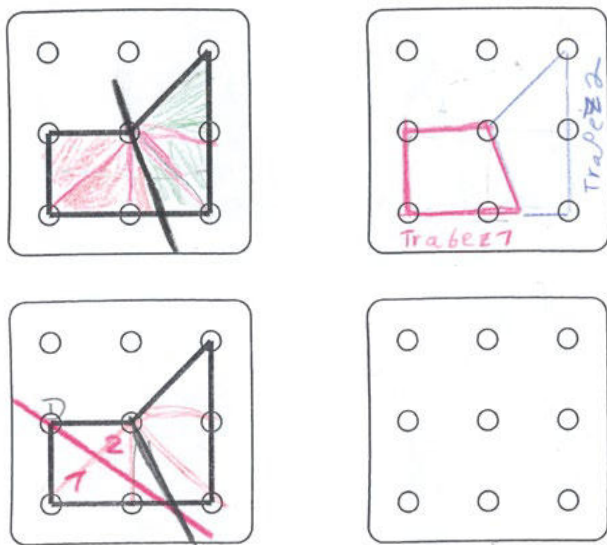
- Figuren auf dem Geobrett

**↓ Material zum Download**

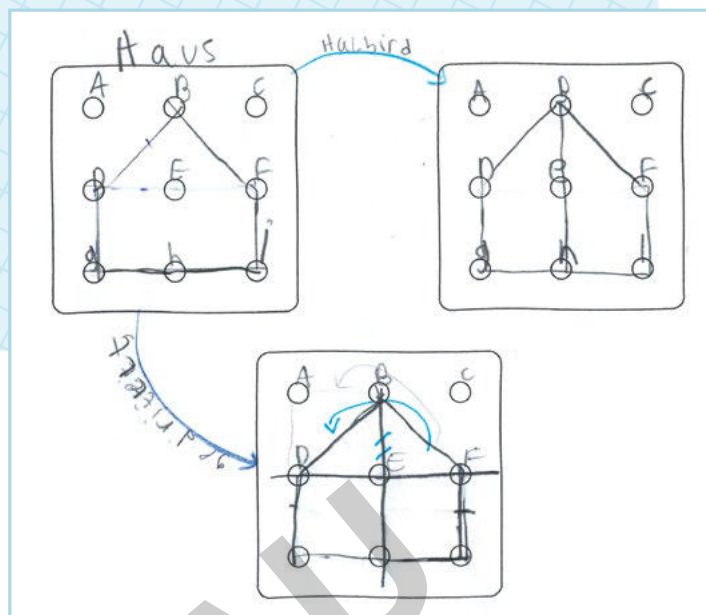
- M 1: 3x3-Punkteraster (blanko)
- M 11: Umspannwerk und Symmetriewerk
- M 12: Symmetrische Figuren zu einer Ausgangsfigur

**Zusätzlich benötigtes Material**

Spiel „Umspannwerk“



5 | Die Flächen sind gleich groß, aber nicht deckungsgleich.



6 | Kaja erkennt, dass sie ihre Figur in drei statt in vier Teile zerlegt hat.

Beide Mädchen nutzen bereits Begriffe wie Winkel und Längen, um ihre Zerlegungen zu begründen und erkennen, wie aus zwei Hälften vier Viertel entstehen können. Karla belegt ihre Überlegungen bereits rechnerisch und löst sich damit gänzlich von einer Handlung auf dem Geobrett.

Als Impuls für eine weitere Problemstellung stehen den Kindern im Anschluss Figuren zur Verfügung, deren Zerlegungen nicht zwangsläufig symmetrisch aussehen müssen (M 22–25). Im gemeinsamen Einstieg äußern sich Kinder zunächst irritiert: „Die Startfigur sieht schief aus, das wird dann aber schwierig.“ „Kann man die (Startfigur) überhaupt halbieren oder so?“ Diese Frage wird von der Lehrkraft aufgegriffen: „Tja, kann man das? Ich behaupte: man kann. Finde heraus, wie.“

Motiviert machen sich Murielle und Maja an die Arbeit. Sie zerlegen ihre Figur zunächst in regelmäßige Dreiecke und stellen fest: „Es sind fünf Dreiecke. Also müssen wir für jede Hälfte 2,5 Dreiecke hinbekommen.“ Nachdem sie ihre Überlegungen eingezeichnet haben, erkennen

sie: „Die Flächen sind gleich, müssen sie ja sein, aber die Figuren sind nicht deckungsgleich.“ (Abb. 5)

Eine andere Gruppe löst das Problem, indem sie Halbierungen vornimmt, die sich zwischen zwei Stiften befinden. Als Profiaufgabe erfinden die Kinder eigene ebene Figuren, die sie anschließend halbieren und vierteln. Während Kaja ihre Figur in vier Teile teilt, gibt die Lehrkraft ihnen einen Impuls hinsichtlich ihres Ergebnisses: „Haben denn alle vier Teile den gleichen Flächeninhalt?“ (Abb. 6) Kaja erkennt schnell, dass dies nicht der Fall ist und bemerkt: „Wenn ich die beiden kleinen Dreiecke zusammenschiebe, dann entsteht ein Quadrat, das auch vier Stifte umspannt. Es ist dann so groß wie die beiden anderen. Okay, dann habe ich also eher gedrehtelt [sic!]?“

Durch die Problemstellung, die von der Lehrkraft vorgegeben wurde, werden alle Kinder gleichermaßen angeregt, kreative Lösungen zu finden und Argumente für ihre Zerlegungen in Hälften oder Viertel zu finden. Der Umgang mit dem Geobrett geht bei einem solchen Lehr-

personbegleiteten Unterricht, der auf kooperative und kommunikative Lernprozesse ausgelegt ist, weit über das Nachspannen und Umspannen von Figuren hinaus. Die Kinder werden in ihrem problem-lösenden Denken ebenso gefordert und gefördert wie das Nutzen und Erweitern der Raumvorstellung. Das Zeichnen auf dem Punkteraster erfolgt nach mentalen Vorstellungsbildern, und das Geobrett bekommt eine tragende Rolle in der Phase des Austauschs, Darstellens und Argumentierens.

### Aufgaben von und für Kinder

Zum Abschluss der Unterrichtsreihe überlegen sich die Kinder eigenständig Aufgaben zu selbstgewählten ebenen Figuren. Passend dazu finden sie Kompetenzen, die mit ihren Aufgaben sichtbar werden können (M 26). Die Lehrkraft kopiert anschließend die Aufgaben und stellt sie den Kindern in einer Art Lerntheke zur Verfügung. Jedes Kind, das eine Aufgabe bearbeitet hat, schätzt seine Leistung nach dem vorgegebe-