Grundwissen Mathematik Klasse 10

... kinderleicht erklärt

Inhaltsverzeichnis

Quadratfunktionen . . . . 5 - 17

Die Normalparabel 5
Streckung und Stauchung der Normalparabel . . . 6
Verschiebung der Parabel nach oben oder unten. 7
Verschiebung der Parabel nach rechts oder links 8
Die Scheitelpunktform 9
Zeichnen des Graphen aus der Scheitelpunktform. 10
Aufstellen der Funktionsgleichung in Scheitelpunktform. 10
Anwendungen der Scheitelpunktform. 11
Umwandeln Scheitelpunktform / allgemeine Form. 12
Wiederholung: Quadratische Gleichungen. 13
Nullstellen mit quadratischer Ergänzung 14
p-q-Formel 15
Nullstellenberechnung bei Quadratfunktionen . . 16
Anwendungsaufgaben zur Quadratfunktion 17

Trigonometrie . . . . 18 - 34

Wiederholung Satz des Pythagoras 18
Wiederholung Satzgruppe des Pythagoras 19
Wiederholung Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck 20
Vermischte Aufgaben zur Trigonometrie. 21
Sinus und Kosinus am Einheitskreis 22
Sinus und Kosinus für beliebige Winkel 23
Wiederholung Kongruenzsätze 24
Herleitung des Sinussatzes 24
Sinussatz 25
Kosinussatz 26
Infoblatt: Sinus- und Kosinussatz im stumpfwinkligen Dreieck. 27
Trigonometrische Formeln 27
Sinussatz im stumpfwinkligen Dreieck 28
Aufgaben zum Sinus- und Kosinussatz 29
Die Sinusfunktion im Gradmaß. 30
Die gestreckte Sinusfunktion: y = a • sin(α) 31
Die verschobene Sinusfunktion: y = sin(α) + e. .32
Anwendungsaufgaben .33
Bogenmaß 34

Geometrie/Körper . . . . 35 - 43

Wiederholung: Quader, Prisma und Zylinder . . .35
Die Pyramide 36
Oberflächeninhalt und Volumen einer Pyramide 37
Der Kegel 38
Die Kugel 39
Vermischte Aufgaben 40
Anwendungsaufgaben .41
Zusammengesetzte Körper 42
Kegelstumpf 43

Potenzen . . . . 44 - 52

Potenzen mit ganzen Exponenten 44
Potenzen mit gebrochenen Exponenten 45
Potenzgesetze für Potenzen mit gleicher Basis. 46
Potenzgesetze für Potenzen mit gleichem Exponenten 47
Potenzfunktionen mit positiven Exponenten. . . .48
Potenzfunktionen mit negativen Exponenten . . .49
Anwendungsaufgaben .50
Wiederholung Prozentrechnung. 51
Wachstums- und Zerfallsprozesse 52

Exponentialfunktionen. . . . . 53 - 57

Eigenschaften der Exponentialfunktion 53
Der Graph der Exponentialfunktion $f(x) = b^x$. . . .54
Der Graph der Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot b^x$ 55
Exponentielles Wachstum und Zerfall – Anwendungen. 56
Lösen von Exponentialgleichungen/ Logarithmus 57
Logarithmengesetze. 57

Statistik . . . . 58 - 63

Darstellungen von Daten in Diagrammen. 58
Statistik. 59
Boxplot 60
Streuungsmaße 61
Klassierte Daten. 62
Vierfeldertafeln 63

Lösungen . . . . 64 - 101

Kopiervorlagen für Lösungsfolien . . . 102 - 108

Grundwissen Mathematik 10. Schuljahr – Bestell-Nr. P12 529

OHL VERLAG Lernen mit Erfolg

Vorbemerkungen

„Grundwissen Mathematik Klasse 10 … kinderleicht erklärt“ ist eine Fortführung der schon bekannten und bewährten Reihe von Dirk Meyer.
Im Mittelpunkt steht das umfassende Thema Funktionen, wobei Kopiervorlagen zu Quadrat- und Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen zur Verfügung stehen. Weitere Arbeitsblätter beziehen sich auf die Trigonometrie am Dreieck, Potenzgesetze, Berechnungen an Körpern und Statistik.
Mit Hilfe der 59 Kopiervorlagen für Arbeitsblätter für die Klasse 10 können im Unterricht Themen einfach geübt oder gefestigt werden. Die Kopiervorlagen eignen sich aber auch zur Wiederholung des Unterrichtsstoffs in der Oberstufe. Oft befinden sich oben auf der Seite Regeln, Erklärungen oder Beispielaufgaben, sodass die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben darunter selbstständig lösen können. Zum Teil sind auch vorbereitende Aufgaben vorangestellt, sodass die Regeln selbstständig erschlossen werden können. Dadurch sind diese Arbeitsblätter auch für einen Einstieg in das Thema geeignet.
Manche Aufgaben sind in Rätselform gestellt. Das wirkt motivierend auf die Schülerinnen und Schüler und bietet eine Möglichkeit zur Selbstkontrolle, ohne die Lösungen vorwegzunehmen. Bei anderen Aufgaben wird eine Kontrolle durch eine Probe eingefordert. Bei manchen Aufgaben, die im Kopf gerechnet werden sollen, werden die Schülerinnen und Schüler zu einer Probe mit dem Taschenrechner aufgefordert. Im hinteren Teil des Bandes stehen ausführliche Lösungen zu allen Arbeitsblättern zur Verfügung.
Oft ist es nicht erforderlich, die Lösungen zu kopieren. Gerade beim Zeichnen von Funktionen oder geometrischen Konstruktionen ist es aber hilfreich, wenn man die Lösung einfach auf Folie kopieren und auf die Schülerlösung auf dem Arbeitsblatt oder im Heft auflegen kann. Dafür liegen im Anschluss an die Lösungen Kopiervorlagen für Lösungsfolien vor. Der Text wurde mit Microsoft Word geschrieben. Die Grafiken wurden mit Geogebra erstellt.

Viel Erfolg beim Einsatz der Arbeitsblätter der Reihe Grundwissen 10
wünschen der Kohl-Verlag und

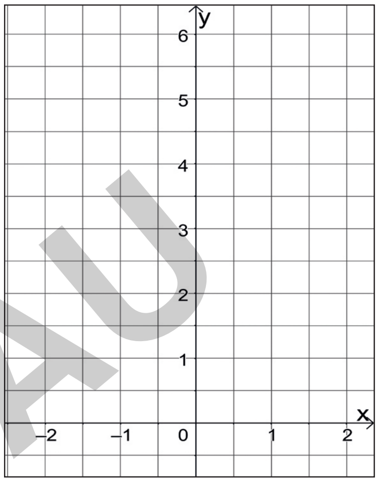
Jutta Stecker

Die Normalparabel

Aufgabe 1 **Der Graph der Quadratfunktion: Die Normalparabel**
Ergänze die Wertetabelle für die Quadratfunktion $y = x^2$.

x	**– 2,5**	**– 2**	**– 1,5**	**– 1**	**– 0,5**	**0**	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**
$y = x^2$											

Zeichne den Graphen der Quadratfunktion $y = x^2$ mit Hilfe dieser Wertetabelle für $-2{,}5 \le x \le 2{,}5$ in das daneben abgebildete Koordinatensystem. Der Graph der Quadratfunktion heißt Normalparabel.



Aufgabe 2 **Prüfe anhand deiner Zeichnung, ob diese Punkte auf der Normalparabel liegen.**

Punkt	Liegt auf der Normalparabel	Liegt nicht auf der Normalparabel
$P_1(-1\|1)$	N	M
$P_2(2\|2)$	L	A
$P_3(1\|-1)$	O	N
$P_4(1{,}73\|3)$	A	G
$P_5(2{,}2\|5{,}24)$	A	E
$P_6(-1{,}4\|2)$	B	S

Wenn du die Buchstaben in die richtige Reihenfolge bringst, ergibt sich ein Lösungswort.

Verwende auf keinen Fall ein Lineal! Es dürfen keine „Ecken" entstehen. Du kannst aber, wenn du magst, eine Parabelschablone benutzen.

Aufgabe 3 **Lies die fehlenden Werte an der Normalparabel aus Aufgabe 1 ab.**

a) $0{,}3^2 =$ **b)** $1{,}2^2 =$ **c)** $(-0{,}7)^2 =$

d) $(-2{,}1)^2 =$ **e)** $0{,}4^2 =$ **f)** $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

Aufgabe 4 **Lies an der Normalparabel ab, an welchen Stellen die Quadratfunktion folgende Werte annimmt. (Das sind die x-Werte des Punktes auf der Normalparabel: a) P(__|1) ...)**

a) $y = 1$ **b)** $y = 1{,}5$ **c)** $y = 2$ **d)** $y = 2{,}5$ **e)** $y = 3$
f) $y = -1$ **g)** $y = 0$

Aufgabe 5 **Bestimme die Werte aus Aufgabe 4 mit dem Taschenrechner auf 3 Nachkommastellen genau. Worauf musst du achten?**

Grundwissen Mathematik 10. Schuljahr – Bestell-Nr. P12 529
KOHL VERLAG

Streckung und Stauchung der Normalparabel

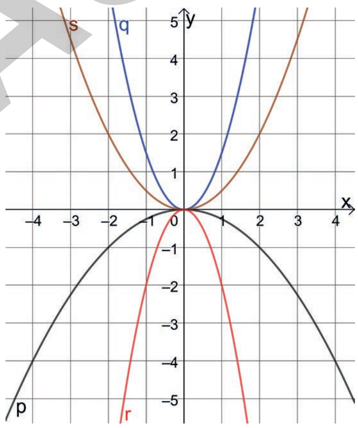
Aufgabe 1 **Lege für die folgenden Funktionen eine Wertetabelle für $-2 \le x \le 2$ mit der Schrittweite 0,5 an und zeichne die Graphen mit unterschiedlichen Farben in ein Koordinatensystem in dein Heft.**

a) $y = x^2$ **b)** $y = 0{,}5x^2$ **c)** $y = 2x^2$
d) $y = -x^2$ **e)** $y = -0{,}5x^2$ **f)** $y = -1{,}5x^2$

Aufgabe 2 **Wie verändert sich der Graph für unterschiedliche Koeffizienten von x^2?**

Der Koeffizient ist eine Zahl zwischen 0 und 1.	
Der Koeffizient ist eine Zahl größer als 1.	
Der Koeffizient ist eine negative Zahl.	

Aufgabe 3 **Betrachte die Graphen aus Aufgabe 1. Woran kannst du erkennen, welches die zugehörige Funktionsgleichung ist?**



Aufgabe 4 **Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen (p-s) zu! Welche zwei Gleichungen bleiben übrig?**

a) $y = -0{,}25x^2$ **d)** $y = -2x^2$

b) $y = 2x^2$ **e)** $y = 0{,}5x^2$

c) $y = 1{,}5x^2$ **f)** $y = -1{,}5x^2$

Aufgabe 5 **Bestimme a in der Gleichung der Quadratfunktion $y = ax^2$ so, dass der Graph der Funktion durch den vorgegebenen Punkt P verläuft und gib die Funktionsgleichung an.**

a) P(1|2,5) y = ____ x^2 **b)** P(– 1|0,7) y = ____ x^2

c) P(1|– 0,2) y = ____ x^2 **d)** P(– 2|5,6) y = ____

e) P(3|– 13,5) y = ____ **f)** P(– 1,5|– 4,5) y = ____

Fazit:
Der Graph der Funktion $\mathbf{y = ax^2}$ ist eine Parabel, die ihren Scheitelpunkt im Ursprung hat.
Für $\mathbf{a > 0}$ ist die Parabel nach oben geöffnet, für $\mathbf{a < 0}$ ist sie nach unten geöffnet.
Für $\mathbf{|a| < 1}$ ist die Parabel gestaucht (weiter geöffnet), für $\mathbf{|a| > 1}$ ist sie gestreckt (schmaler geöffnet).
An der Stelle $\mathbf{x = 1}$ oder $\mathbf{x = -1}$ kann man den Vorfaktor (Koeffizient) a von x^2 ablesen, denn die Parabel geht durch die Punkte P(0|0), P(1|a) und P(– 1|a).
Kennt man also den Punkt **P(1|a) oder P(– 1|a)**, so ist die zugehörige Funktionsgleichung $\mathbf{y = ax^2}$.
Kennt man den Punkt $\mathbf{P(x_P|y_P)}$, so erhält man **a** durch Umformen von $\mathbf{y_P = a x_P^2}$, also
$\mathbf{a = \frac{y_P}{x_P^2}}$.

Grundwissen Mathematik 10. Schuljahr – Bestell-Nr. P12 529
Lernen mit Erfolg KOHL VERLAG

Nullstellen mit quadratischer Ergänzung

Man kann eine quadratische Gleichung, die in der allgemeinen Form $ax^2 + bx + c = 0$ gegeben ist, mit Hilfe der quadratischen Ergänzung und der binomischen Formeln lösen.

Beispiel:	Ziel ist es, die 1. oder 2. binomische Formel rückwärts anzuwenden.
$2x^2 + 6x - 3{,}5 = 0$	| : 2 (gesamte Gleichung durch Vorfaktor von x teilen)
$x^2 + 3x - 1{,}75 = 0$	| + 1,75 (absolutes Glied auf die andere Seite bringen)
$x^2 + 3x = 1{,}75$	| Quadratische Ergänzung: auf beiden Seiten + (halber Vorfaktor von x)²
$x^2 + 3x + 1{,}5^2 = 1{,}75 + 1{,}5^2$	| 2. binomische Formel rückwärts anwenden; rechte Seite zusammenfassen
$(x + 1{,}5)^2 = 4$	| Wurzel ziehen (beachte, dass es auch ein negatives Ergebnis geben kann)
$x + 1{,}5 = 2$ oder $x + 1{,}5 = -2$	| – 1,5
$x = 0{,}5$ oder $x = -3{,}5$	| Lösungsmenge angeben
$\mathbb{L} = \{-3{,}5;\ 0{,}5\}$	| ggf. Probe: $(-3{,}5)^2 + 3 \cdot (-3{,}5) - 1{,}75 = 0$ ✓ $0{,}5^2 + 3 \cdot 0{,}5 - 1{,}75 = 0$ ✓

Aufgabe 1 **Begründe, warum man bei der Quadratischen Ergänzung immer addiert und nicht subtrahiert, und warum die Lösungen der Gleichung sich dadurch nicht ändern.**

Aufgabe 2 **Berechne die Nullstellen der Funktionen mit der quadratischen Ergänzung.**

a) $2x^2 + 4x - 16 = 0$ | + 16

$2x^2 + 4x =$ ________ | : 2, qu. Erg.

$x^2 + 2x +$ ____ = ________ | Bin. Formel

(x + ____)² = ________ | ± √

x + ____ = ____ oder x + ____ = ____

x = ______ oder x = ______

IL = {____; ____}

Probe 1) 2 • (____)² + 4 • (____) – 16 = 0

Probe 2) ________________

b) $-x^2 + 3x + 10 = 0$ | – 10

$-x^2 + 3x =$ ______ | • (– 1); qu. Ergänzung

$x^2 - 3x +$ ____ = ________ | Bin. Formel

(x – ____)² = ________ | ± √

x – ____ = ____ oder x – ____ = ____

x = ______ oder x = ______

IL = {____; ____}

Probe 1) – (___)² + 3 • (___) + 10 = 0

Probe 2) ________________

Aufgabe 3 **Berechne die Nullstellen der Funktionen mit der quadratischen Ergänzung.**

a) $y = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$ **b)** $y = 3x^2 - 6x - 9$

c) $y = -4x^2 - 16x + 9$ **d)** $y = x^2 + px + q$

Grundwissen Mathematik 10. Schuljahr – Bestell-Nr. P12 529

KOHL VERLAG Lernen mit Erfolg

Lösen von Exponentialgleichungen/Logarithmus

Exponentialgleichungen der Form $b^x = c$ kann man nach der Basis oder dem Exponenten umstellen:
$b = \sqrt[x]{c}$ oder $x = \log_b c$ (lies: Logarithmus c zur Basis b und berechne mit dem Taschenrechner)
$\log_b c$ bezeichnet die Zahl, mit der man die Basis b potenzieren muss, um c herauszubekommen.

Aufgabe 1 **Berechne im Kopf. Kontrolliere die Werte des Logarithmus mit dem Taschenrechner.**

a) $\log_2 512 =$ **b)** $\log_5\left(\frac{1}{625}\right) =$ **c)** $\log_3 729 =$ **d)** $\log_2 0{,}125 =$

Aufgabe 2 **Löse die Gleichungen im Kopf. Kontrolliere mit dem Taschenrechner.**

a) $10^x = 100\,000$ **b)** $7^x = 1$ **c)** $5^x = 0{,}2$ **d)** $3^x = \sqrt{3}$ **e)** $2^x = 128$ f) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 128$

Aufgabe 3 **Gegeben ist Gleichung $b^x = c$. Berechne und ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.**

Gleichung	$b^5 = 32$	$5^4 = c$	$3^x = 243$	$b^6 = 4096$	$1{,}2^x = 2{,}0736$	$3{,}5^x = 674{,}767$
b						
x						
c						

Aufgabe 4 **Berechne x näherungsweise mit dem Taschenrechner. Runde auf zwei Nachkommastellen.**
Manchmal musst du die Gleichung vorher umstellen.

a) $10^x = 12$ **b)** $2^x = 10$ **c)** $2 \cdot 3^x = 1$ **d)** $6^x + 2 = 100$ **e)** $4 \cdot 5^x - 3 = 7$

Logarithmengesetze

Für das Rechnen mit dem Logarithmus gelten die Logarithmengesetze:
(1) $\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$ (2) $\log_a(u : v) = \log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$ (3) $\log_a(u^r) = r \cdot \log_a(u)$

Aufgabe 5 **Fasse zusammen und berechne. Welches Logarithmengesetz hast du verwendet?**

a) $\log_2 8 + \log_2 16$ **b)** $\log_2 16 - \log_2 8$ **c)** $3 \cdot \log_7(49)$ **d)** $\log_2 8 - \log_2 16$

Aufgabe 6 **Bestimme x wie im Beispiel rechts auf zwei Arten:**

a) $\log_2(2^x) = 10$ **b)** $\log_2(2x) = 10$ **c)** $\log_2\left(\frac{2}{x}\right) = 10$

(i) Beispiel:	**(ii) Beispiel:**
$\log_2\left(\frac{x}{2}\right) = 10$	$\log_2\left(\frac{x}{2}\right) = 10$
$2^{10} = \frac{x}{2}$	$\log_2 x - \log_2 2 = 10$
$1024 = \frac{x}{2}$	$\log_2 x - 1 = 10$
	$\log_2 x = 11$
$2048 = x$	$2^{11} = 2048 = x$

Aufgabe 7 (i) **Fasse zusammen wie im Beispiel unten.**

Beispiel:
$2 \cdot \log_b(a^2) - 4 \cdot \log_b(c)$
$= \log_b((a^2)^2) - \log_b(c^4)$
$= \log_b\left(\frac{a^4}{c^4}\right) = \log_b\left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)$

a) $\frac{1}{2}\log_b(x) + 2\log_b(y) - \log_b(z)$
b) $\log_b(u^2) + 2\log_b(u) - 2\log_b(u^2)$
c) $2\log_b(a) + \log_b\left(\frac{2}{a}\right) + \frac{1}{2}\log_b(2a)$

(ii) Gib zu a) bis c) die einschränkenden Bedingungen an.

Klassierte Daten

Manche Daten kann man nicht allein mit natürlichen Zahlen beschreiben, zum Beispiel die Körpergröße, das Gewicht, die Weite eines Sprungs ... Hier können alle möglichen Zwischengrößen vorkommen. Damit man diese Daten dennoch übersichtlicher darstellen und einfacher ein arithmetisches Mittel berechnen kann, kann man sie in „Klassen“ (von ... bis ...) einteilen.

Beispiel: In einer Klasse wurde von allen Schülern die Weite des besten von drei Sprüngen notiert:
3,60 m; 2,90 m; 3,30 m; 4,20 m; 4,12 m; 4,52 m; 3,48 m; 4,03 m; 4,87 m; 3,87 m; 4,18 m; 4,68 m; 3,78 m; 4,28 m; 4,53 m; 3,52 m; 4,29 m; 4,59 m; 3,74 m; 3,86 m; 3,52 m; 4,76 m; 3,61 m; 4,25 m; 4,84 m.

Weite >	> 2,8	> 3	> 3,2	> 3,4	> 3,6	> 3,8	> 4	> 4,2	> 4,4	> 4,6	> 4,8
Weite ≤	≤ 3	≤ 3,2	≤ 3,4	≤ 3,6	≤ 3,8	≤ 4	≤ 4,2	≤ 4,4	≤ 4,6	≤ 4,8	≤ 5
Anzahl	1	0	1	4	3	2	4	3	3	2	2

Hier wurden die Werte 3 m; 3,2 m ... jeweils der unteren Klasse zugerechnet (man legt dies vorher fest). Um das arithmetische Mittel zu berechnen, kann man angenähert die Datenmitten verwenden (bei > 2,8 und ≤ 3 m rechnet man also mit 2,9 m).

Exakte Rechnung: $\overline{x} \approx \frac{101{,}32}{25} = 4{,}0528 \approx 4{,}05$

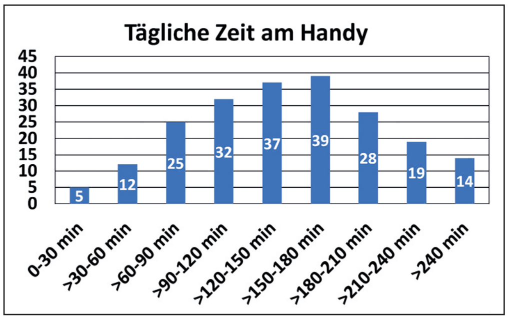
Mit den Datenmitten: $\overline{x} \approx \frac{101{,}1}{25} = 4{,}044 \approx 4{,}04$. Dies ist eine gute Näherung und einfacher zu rechnen.

Aufgabe 1 **Stelle für die Aufgabe aus dem Beispiel die Daten so dar, dass sie in 20 cm-Schritten eingeteilt sind, aber die Werte 3,6 m und 4,2 m der oberen Klasse zugeordnet werden und berechne das arithmetische Mittel.**

Aufgabe 2 **Teile für die Aufgabe aus dem Beispiel die Daten in 50 cm-Schritten in Klassen ein und berechne das arithmetische Mittel.**

a) Beginne mit ≥ 2,5 und < 3 **b)** Beginne mit ≥ 2,9 und < 3,4

Aufgabe 3 **Eine Umfrage an einer Schule zum Thema „Wie viel Zeit verbringst du am Handy“ wurde im Säulendiagramm rechts ausgewertet.**



a) Berechne das arithmetische Mittel der Daten. Warum ist die Rechnung hier besonders ungenau?

b) Stelle die Daten in einem Boxplot dar. Du kannst den Median und die Quartile mit den Klassen oder den Klassenmitten bestimmen.

Aufgabe 4 **Der Besitzer einer Hühnerfarm hat für seine Produktion folgende Tabelle angelegt. Dabei wiegen Eier der Gewichtsklasse XL mindestens 73 g, Eier der Klasse L mindestens 63 g, Eier der Klasse M mindestens 53 g. Leichtere Eier zählen zur Klasse S.**

Gewichtsklasse	S	M	L	XL
Anzahl der Eier	3225	5320	6110	1530

a) Stelle diesen Sachverhalt in einem Diagramm deiner Wahl dar.

b) Vergleicht in einer Gruppe mit 3-4 Schülern eure Diagramme. Welches ist am übersichtlichsten? Besprecht Vor- und Nachteile.

c) Berechne das durchschnittliche Gewicht eines Eies dieser Farm.

Es handelt sich hier um klassierte Daten!
Da du die genauen Gewichte nicht kennst, rechne mit der „Klassenmitte“, also z. B. für M-Eier mit 58 g.
Rechne für S-Eier mit 48 g und für XL-Eier mit 78 g.

Vierfeldertafeln

Betrachtet man mehrere Merkmale, so kann man Daten gut in einer Vierfeldertafel darstellen. Man kann in einer Vierfeldertafel absolute oder relative Häufigkeiten notieren.

Beispiel: In eine Schule gehen 470 Jungen und 482 Mädchen.
75 % der Schülerschaft, also 714 Kinder, besuchen die Sekundarstufe 1, der Rest die Sekundarstufe 2. In der Sekundarstufe 1 liegt der Anteil an Mädchen genau bei 50 %.

	Jungen	Mädchen	
Sek 1	357	357	714
Sek 2	113	125	238
	470	482	952

Aufgabe 1 **Beschreibe, wie die Zahlen in der Vierfeldertafel zusammenhängen.**

Aufgabe 2 **Hier siehst du eine Vierfeldertafel mit Daten des Bundesgesundheitsministeriums für Deutschland um das Jahr 2020.**

	Männer	Frauen	
Raucher	13,23 %	10,71 %	23,94 %
Nichtraucher	35,77 %	40,29 %	76,06 %
	49 %	51 %	100 %

Beachte: Alle Angaben in der Vierfeldertafel beziehen sich auf die Gesamtbevölkerung!

a) Beschreibe möglichst genau, welche Informationen du entnehmen kannst.
b) Rauchen in Deutschland mehr Männer oder mehr Frauen? Woran erkennst du das?
c) Welche Informationen kann man der Vierfeldertafel nicht direkt entnehmen?
d) * Berechne, wie viel Prozent der Männer [der Frauen] demnach rauchen.

Aufgabe 3 **Rechts siehst du eine Vierfeldertafel, in der die Häufigkeit von Depressionen bei Männern und Frauen in Deutschland dargestellt wird. Vervollständige die Tabelle und beschreibe, welche Informationen du ihr entnehmen kannst.**

	Männer	Frauen	
Depressionen			0,0806
keine Depressionen	0,4655		
		0,51	1

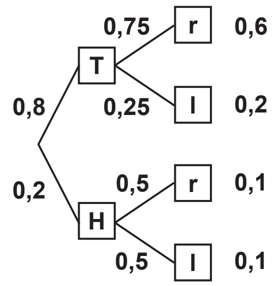
Aufgabe 4 **Für die Einführung von neuen Medikamenten wird einer Versuchsgruppe das neue Medikament und einer Kontrollgruppe ein Placebo (wirkstofffreies Mittel) gegeben und die Linderung der Beschwerden werden notiert.**

Für eine neue Kopfschmerztablette erhalten 150 Patienten das neue Medikament, 50 Patienten erhalten das Placebo. Bei der Versuchsgruppe klingen die Beschwerden bei 85 Patienten ab, bei der Kontrollgruppe bessern sich die Beschwerden bei 20 Patienten.

a) Stelle diese Informationen in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.
b) Fertige zu diesem Sachverhalt eine Vierfeldertafel mit relativen Häufigkeiten an.

Aufgabe 5

Im Gartencenter liegen in einer Kiste Blumenzwiebeln von Tulpen und Hyazinthen, die für den Laien schwer zu unterscheiden sind. Einige der Blumen blühen rosa, der Rest lila. Die Wahrscheinlichkeit für das zufällige Herausnehmen einer Zwiebel aus der Kiste sind im Baumdiagramm rechts dargestellt.



T: Tulpe; H: Hyazinthe; r: rosa; l: lila

a) Fertige für diesen Sachverhalt eine Vierfeldertafel an.
b) Beschreibe, welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede bestehen, wenn man Informationen aus einem Baumdiagramm oder einer Vierfeldertafel entnimmt.

Aufgabe 2/3

Aufgabe 2			**Aufgabe 3**
f) Quader:	$V = a^2 \cdot 10\text{ cm} = 523{,}6\text{ cm}^3$	$\rightarrow a \approx 7{,}236\text{ cm}$	$O \approx 394{,}16\text{ cm}^3$
g) Kegel:	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 10\text{ cm} = 523{,}6\text{ cm}^3$	$\rightarrow r \approx 7{,}07\text{ cm}$	$O \approx 429{,}15\text{ cm}^2$
h) Zylinder:	$V = \pi r^2 \cdot 10\text{ cm} = 523{,}6\text{ cm}^3$	$\rightarrow r \approx 4{,}08\text{ cm}$	$O \approx 361{,}23\text{ cm}^2$
i) Pyramide:	$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot 10\text{ cm} = 523{,}6\text{ cm}^3$	$\rightarrow a \approx 12{,}533\text{ cm}$	$O \approx 452{,}89\text{ cm}^2$

Das Lösungswort zu Aufgabe 2 heißt: **GEOMETRIE**.

Aufgabe 3: Die Oberfläche der Kugel ist am kleinsten. Deshalb bilden z. B. Seifenblasen auch immer annähernd eine Kugelform, da sie damit die höchste Stabilität erreichen.

Die Oberflächen der beiden Pyramiden sind von allen am größten, wobei die höhere Pyramide eine kleinere Oberfläche hat als die mit den längeren Grundkanten.

Das Lösungswort zu Aufgabe 3 heißt: **PYRAMIDEN**.

Anwendungsaufgaben (S. 41)

Aufgabe 1

$O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (16\text{ m})^2 \approx 3217\text{ m}^2$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (16\text{ m})^3 \approx 17\,157{,}3\text{ m}^3$

Aufgabe 2

a) $d = 11{,}5\text{ m} : \pi \approx 3{,}66\text{ m}$. Der Durchmesser beträgt knapp 3,7 m.

b) $r \approx 1{,}83\text{ m}$. $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot (1{,}83\text{ m})^2 \cdot 1\text{ m} \approx 10{,}52\text{ m}^3$

Aufgabe 3

Gleichseitiges Dreieck mit Kantenlänge von 3 cm hat eine Seitenhöhe h_s und Fläche G:

$h_s = \sqrt{(3\text{ cm})^2 - (1{,}5\text{ cm})^2} \approx 2{,}6\text{ cm}$. $G = \frac{1}{2} s \cdot h_s = \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2{,}6\text{ cm} \approx 3{,}9\text{ cm}^2$

$O = 4 \cdot G \approx 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2{,}6\text{ cm} = \mathbf{15{,}6\text{ cm}^2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}9\text{ cm}^2 \cdot 2{,}45\text{ cm} \approx \mathbf{3{,}2\text{ cm}^3}$

Aufgabe 4

a) $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3\text{ cm})^2 \cdot 13\text{ cm} = 39 \cdot \pi\text{ cm}^3 \approx 122{,}522\text{ cm}^3 = 122{,}522\text{ ml}$.

Das Gesamtvolumen beträgt etwa 122,5 ml.

Start	3	3	1	1	Ziel	6	,
1	2	2	1	2	,	3	5
7	4	5	7	8	1	0	1
1	7	1	3	,	7	,	5

b) $h' = 11\text{ cm}$; r' mit Strahlensatz: $\frac{r'}{11} = \frac{3}{13} \rightarrow r' \approx 2{,}54\text{ cm}$

$s = \sqrt{r'^2 + h'^2} = \sqrt{(2{,}54\text{ cm})^2 + (11\text{ cm})^2} = \sqrt{127{,}45\text{ cm}^2} \approx 11{,}29\text{ cm}$

$M = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 2{,}54\text{ cm} \cdot 11{,}29\text{ cm} \approx 90{,}1\text{ cm}^2$.

Dicke: $90{,}1\text{ cm}^2 \cdot 0{,}15\text{ cm} \approx 13{,}52\text{ cm}^3 = 13{,}52\text{ ml}$

$\frac{13{,}52\text{ ml}}{122{,}522\text{ ml}} \approx 0{,}11 = 11\ \%$. Die Waffel macht etwa 11 % des Gesamtvolumens aus.

Zusammengesetzte Körper (S. 42)

Aufgabe 1

a) Alle Seiten müssen gleich lang sein, da alle Dreiecke gleichseitig und kongruent sind. Aus Symmetriegründen ist die Grundfläche ein Quadrat und keine Raute!

b) $h_a = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{(2{,}5\text{ cm})^2 - (1{,}25\text{ cm})^2} \approx 2{,}165\text{ cm}$

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \approx \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}165\text{ cm} = 2{,}706\text{ cm}^2$ $\qquad O = 8A \approx \mathbf{21{,}65\text{ cm}^2}$

$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{(2{,}165\text{ cm})^2 - (1{,}25\text{ cm})^2} \approx 1{,}768\text{ cm}$

$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{2}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{2}{3} \cdot (2{,}5\text{ cm})^2 \cdot 1{,}768\text{ cm} \approx \mathbf{7{,}4\text{ cm}^3}$

Aufgabe 2

a) $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot (1{,}5\text{ mm})^3 \approx 7\text{ mm}^3$;

$V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot (1{,}5\text{ mm})^2 \cdot 3\text{ mm} \approx 7\text{ mm}^3$; $\mathbf{V_{ges} \approx 14\text{ mm}^3}$

Grundwissen Mathematik 10. Schuljahr – Bestell-Nr. P12 529
KOHL VERLAG