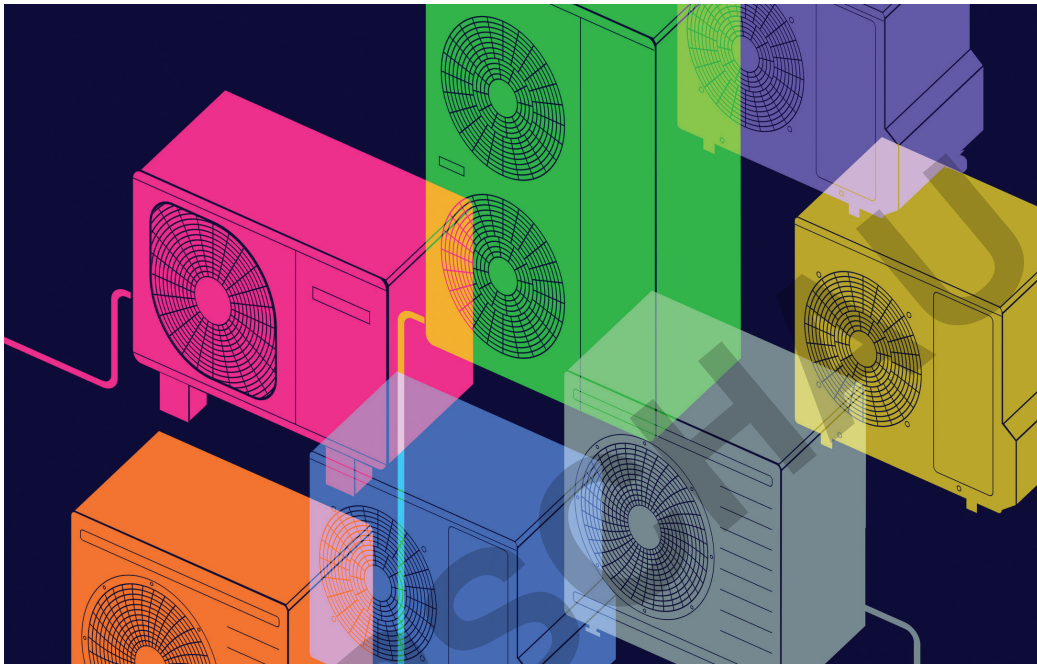


## II.B.5

### Thermodynamik

# Wärmepumpe – die Energie der Umwelt nutzen

Prof. Dr. Axel Donges



© RAABE 2023

© smartboy10/DigitalVision Vectors

Im März 2023 hat die Bundesregierung angekündigt, den Ausbau von Wärmepumpen massiv erhöhen zu wollen. Ab 2024 sollen pro Jahr mindestens 500.000 neue Wärmepumpen installiert werden, sodass bis zum Jahr 2030 mindestens sechs Millionen Wärmepumpen in Betrieb sind. Doch nach welchem physikalischen Prinzip funktioniert eine Wärmepumpe? Und welche Faktoren beeinflussen den Wirkungsgrad?

#### KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	Sek. II
<b>Dauer:</b>	14 Unterrichtsstunden (Minimalplan: 4)
<b>Kompetenzen:</b>	1. Physikalische Kenntnisse anwenden, um mit Energie sparsam und effizient umzugehen; 2. Verschiedene Arten der Energieversorgung unter physikalischen, ökologischen, ökonomischen und gesellschaftlichen Aspekten vergleichen und bewerten; 3. Technische Anwendungen mit Bezug auf die thermischen Energieübertragungsarten beschreiben
<b>Thematische Bereiche:</b>	Carnot-Prozess, physikalisches Prinzip der Wärmepumpe, Kennzahlen, Funktionsweise eines Kühlschranks/einer Klimaanlage
<b>Medien:</b>	Taschenrechner, Diagramme, Grafiken, Internet



netzwerk  
lernen

zur Vollversion

## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt, Sv = Schülerversuch

---

### 1.–6. Stunde

<b>Thema:</b>	<b>Grundlagen zum Verständnis der Wärmepumpe</b>
M 1 (Ab)	Zustandsänderungen eines idealen Gases
M 2 (Ab)	Wärme-Kraft-Maschine – rechtslaufend
M 3 (Ab)	Wärme-Kraft-Maschine – linkslaufend
M 4 (Ab)	Übungsaufgaben zu M 1–M 3

---

### 7.–10. Stunde

<b>Thema:</b>	<b>Mit der Wärmepumpe heizen</b>
M 5 (Ab)	Kreisprozess einer Wärmepumpe
M 6 (Ab)	Kompressionswärmepumpe
M 7 (Ab)	Jahresarbeitszahl – die Effizienz einer Wärmepumpen-Heizung

---

### 11.–14. Stunde

<b>Thema:</b>	<b>Mit der Wärmepumpe kühlen</b>
M 8 (Ab, Sv)	Kühlen mit einer Wärmepumpe – der Kühlschrank
M 9 (Ab)	Kühlen mit einer Wärmepumpe – die Klimaanlage
M 10 (Ab)	Infografiken: Wärmepumpe

---

### Minimalplan

Der erste Themenbereich (Grundlagen zum Verständnis der Wärmepumpe) kann weggelassen werden, wenn die Grundlagen zeitnah bereits im Physik-Unterricht behandelt wurden. Die dort zusammengefassten Grundlagen müssen auf jeden Fall den Schülerinnen und Schülern bekannt sein, wenn sie die nachfolgenden Materialien bearbeiten. Bei Zeitmangel kann auch der dritte Themenbereich („Mit der Wärmepumpe kühlen“) weggelassen werden.

## Zustandsänderungen eines idealen Gases

M 1



### Allgemeine Gasgleichung

Um die Wirkungsweise einer Wärmepumpe zu verstehen, müssen zu Beginn die wesentlichen Grundlagen der Wärmelehre kurz wiederholt werden. Zur Vereinfachung betrachten wir dabei stets ein **ideales Gas**, für das die **allgemeine Gasgleichung** gilt:  $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$ . Hierbei bedeuten:  $p$ : Druck,  $V$ : Volumen,  $N$ : Anzahl der Gasteilchen,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ : Boltzmann-Konstante und  $T$  die absolute Temperatur des Gases (gemessen in Kelvin).

### Innere Energie und erster Hauptsatz der Wärmelehre

Für die **innere Energie**  $U$  eines idealen Gases gilt die Formel  $U = \frac{f}{2} N \cdot k \cdot T$ . Hierbei bedeuten:  $f$ : Anzahl der Freiheitsgrade (z. B.  $f = 3$  für einatomige Gase),  $N$ : Anzahl der Gasteilchen,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ : Boltzmann-Konstante und  $T$ : die absolute Temperatur des Gases. Um die **innere Energie**  $U$  eines Gases zu erhöhen (oder zu erniedrigen) muss

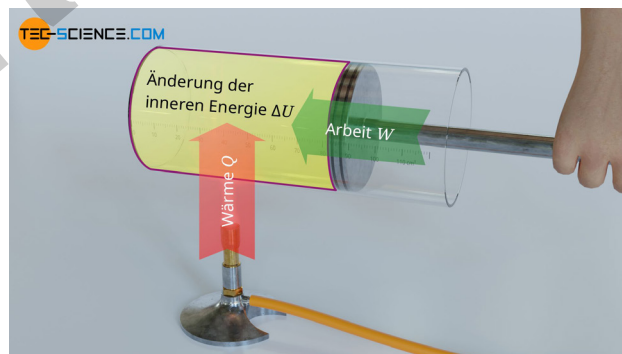
- das Gas entweder **Wärme** aufnehmen (oder abgeben)
- und/oder an dem Gas muss (mechanische) **Arbeit** verrichtet werden (oder das Gas muss mechanische Arbeit verrichten).

Man bezeichnet die physikalischen Größen Wärme und Arbeit als Prozessgrößen. Es gilt der erste Hauptsatz der Wärmelehre:  $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ . Hierbei bedeuten:  $\Delta U > 0$  ( $\Delta U < 0$ ): Die innere Energie des Gases steigt (sinkt);  $\Delta Q > 0$  ( $\Delta Q < 0$ ): Das Gas nimmt Wärme auf (gibt Wärme ab);  $\Delta W > 0$  ( $\Delta W < 0$ ): am Gas wird Arbeit verrichtet (das Gas verrichtet Arbeit).

Beispiele:

- Wird mithilfe einer Flamme die Temperatur eines Gases erhöht, so wird dem Gas Wärme zugeführt ( $\Delta Q > 0$ ).
- Wird ein Gas komprimiert, so wird an ihm eine Arbeit verrichtet ( $\Delta W > 0$ ).

Mithilfe der Flamme wird dem Gas Wärme zugeführt. Außerdem wird das Gas komprimiert (d. h. am Gas wird Arbeit verrichtet). Beides führt zu einer Erhöhung der inneren Energie des Gases.



© tec-science.com

### Zustandsänderungen

Der Zustand eines idealen Gases wird durch die Angabe des **Drucks**  $p$ , des **Volumens**  $V$  und der **Temperatur**  $T$  beschrieben. Wird dem Gas Wärme  $\Delta Q$  oder Arbeit  $\Delta W$  zu- oder abgeführt, ändert sich der Zustand, d. h.  $p$ ,  $V$  und/oder  $T$  ändern sich. Eine Zustandsänderung, bei der beispielsweise ...

- ... der Druck  $p$  konstant bleibt, heißt **isobar**,
- ... das Volumen  $V$  konstant bleibt, heißt **isochor**,
- ... die Temperatur  $T$  konstant bleibt, heißt **isotherm**.

In der nachfolgenden Tabelle sind für die adiabatische und die zuvor genannten Zustandsänderungen die Zusammenhänge zwischen  $p, V, T, \Delta Q$  und  $\Delta W$  aufgelistet:



Zustandsänderung	$p, V, T$ mit A: Anfang, E: Ende	$\Delta Q$	$\Delta W$
isobar	$p = \text{const.}$ $\frac{T_E}{T_A} = \frac{V_E}{V_A}$	$\Delta Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot p \cdot (V_E - V_A)$ $= \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$	$\Delta W = -p \cdot (V_E - V_A)$ $= -N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$
isochor	$V = \text{const.}$ $\frac{T_E}{T_A} = \frac{p_E}{p_A}$	$Q = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$ $= \frac{f}{2} \cdot (p_E - p_A) \cdot V$	$\Delta W = 0$
isotherm	$T = \text{const.}$ $\frac{V_A}{V_E} = \frac{p_E}{p_A}$	$\Delta Q = N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_E}{V_A}\right)$ $= -N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_E}{p_A}\right)$	$\Delta W = -N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_E}{V_A}\right)$ $= N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_E}{p_A}\right)$
adiabatisch	$p_A \cdot V_A^\kappa = p_E \cdot V_E^\kappa$ $T_A \cdot V_A^{\kappa-1} = T_E \cdot V_E^{\kappa-1}$ $T_A \cdot p_A^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_E \cdot p_E^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ mit $\kappa = \frac{f+2}{f}$	$\Delta Q = 0$	$\Delta W = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$ $= \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T_A \cdot \left(\frac{V_A^{\kappa-1}}{V_E^{\kappa-1}} - 1\right)$ $= \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T_A \cdot \left(\frac{p_A^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{p_E^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} - 1\right)$

**Achtung:**  $T$  ist die absolute Temperatur, die in der Einheit K (Kelvin) angegeben wird. Es gilt Kelvinwert = Celsius-Wert + 273,15.



### Aufgaben

- Ein ideales einatomiges Gas wird isobar bei einem Druck von  $p = 1500$  hPa und einem Anfangsvolumen von  $V_A = 5,00$  l (Liter) von einer Anfangstemperatur  $T_A = 300$  K auf eine Endtemperatur  $T_E = 500$  K erhitzt.
  - Wie groß ist das Endvolumen  $V_E$ ?
  - Wie viel Wärme  $\Delta Q$  wurde dem Gas zugeführt?
  - Wie viel Arbeit  $\Delta W$  verrichtet das Gas?
  - Wie groß ist die Änderung der inneren Energie  $\Delta U$  des Gases?
  - Aus wie vielen Gasteilchen  $N$  besteht das Gas?
- Ein ideales einatomiges Gas wird isochor bei einem Volumen  $V = 10,0$  Liter und einem Anfangsdruck von  $p_A = 2000$  hPa von einer Anfangstemperatur  $T_A = 600$  K auf eine Endtemperatur  $T_E = 500$  K abgekühlt.
  - Wie groß ist der Enddruck  $p_E$ ?
  - Wie viel Wärme  $\Delta Q$  wurde dem Gas entzogen?
  - Wie viel Arbeit  $\Delta W$  wurde am Gas verrichtet?
  - Wie groß ist die Änderung der inneren Energie  $\Delta U$  des Gases?
  - Aus wie vielen Gasteilchen  $N$  besteht das Gas?

**Aufgabe 7**

**Heizungsanlage A:** Der Wirkungsgrad der Wärmepumpe beträgt

$$\eta_{\text{WP,ideal}} = \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} = \frac{(273,15 + 40) \text{ K}}{(40 - 0) \text{ K}} = 7,83.$$

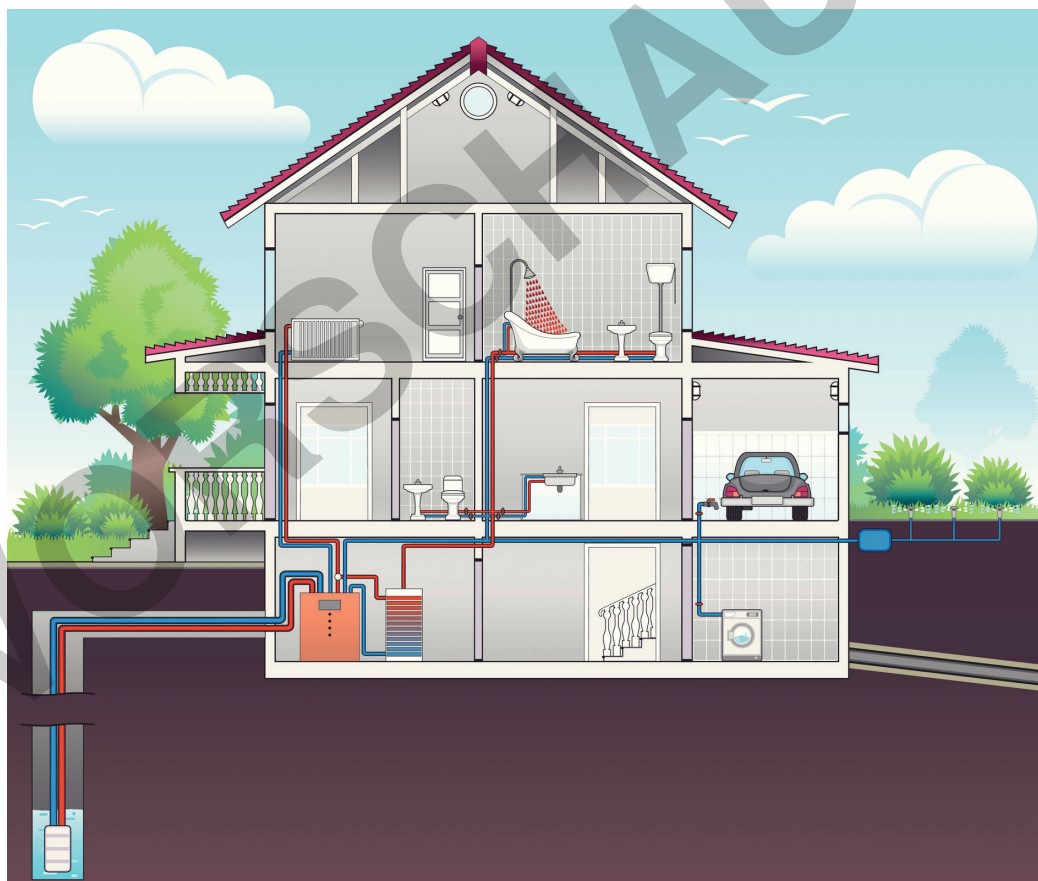
Wenn die Heizanlage die Wärme  $Q_{\text{ab}} < 0$  liefert, muss die mechanische Arbeit  $W = \frac{-Q_{\text{ab}}}{7,83} = \frac{|Q_{\text{ab}}|}{7,83}$  verrichtet werden.

Da der Dieselmotor einen Wirkungsgrad von 40 % besitzt, muss Dieselöl mit einem Brennwert von

$$Q_{\text{Diesel}} = \frac{|Q_{\text{ab}}|}{7,83 \cdot 0,40} = \frac{|Q_{\text{ab}}|}{3,13} \text{ im Dieselmotor verbraucht werden.}$$

**Heizanlage B:** Um dem Haus die Wärme  $|Q_{\text{ab}}|$  zuzuführen, muss Dieselöl mit einem Brennwert von  $|Q_{\text{ab}}|$  verfeuert werden.

**Vergleich:** Die Heizanlage A ist effizienter als die Heizanlage B. Heizanlage B braucht 3,13-mal mehr Dieselöl als Heizanlage A.



© RAABE 2023

Schema einer Heizung mit Wärmepumpe (Grundwasser als Wärmequelle)

© chuvipro/DigitalVision Vectors

## Kreisprozess einer Wärmepumpe

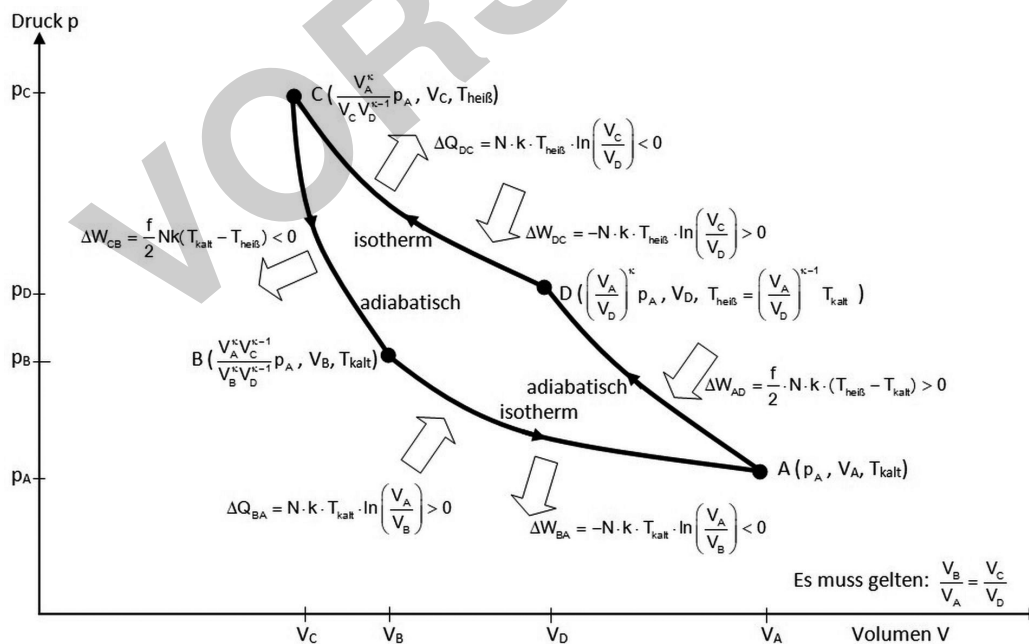
M 5



Wie bereits im Material **M 3** erwähnt, basiert eine Wärmepumpe auf einem linksläufigen Kreisprozess, beispielsweise auf dem folgenden idealen **Carnot-Prozess** (siehe Abbildung unten). Zu Beginn hat das Gas den Druck  $p_A$ , das Volumen  $V_A$  und die Temperatur  $T_{\text{kalt}}$ .

1. **Adiabatische Kompression ( $V_A \rightarrow V_D$ ):** Im ersten Schritt wird das Gas ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Volumen  $V_D$  komprimiert. Dabei wird an dem Gas Arbeit verrichtet. Bei der adiabatischen Kompression steigen Temperatur und Gasdruck an.
2. **Isotherme Kompression ( $V_D \rightarrow V_C$ ):** Das Volumen des Gases, das nun die Temperatur  $T_{\text{heiß}}$  besitzt, wird bei konstanter Temperatur von  $V_D$  auf  $V_C$  erniedrigt. (Das Gasgefäß liegt dabei in einem Wärmebad mit der Temperatur  $T_{\text{heiß}}$ .) Bei der Kompression wird an dem Gas Arbeit verrichtet und das Gas gibt Wärme ab. Der Gasdruck steigt.
3. **Adiabatische Expansion ( $V_C \rightarrow V_B$ ):** Nun wird das Gasgefäß aus dem heißen Wärmebad entnommen und ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Volumen  $V_B$  expandiert. Bei der adiabatischen Expansion sinken Temperatur und Druck ab. Dabei verrichtet das Gas Arbeit.
4. **Isotherme Expansion ( $V_B \rightarrow V_A$ ):** Beim letzten Schritt, das Gas hat nun die Temperatur  $T_{\text{kalt}}$ , wird bei konstanter Temperatur das Gasvolumen von  $V_B$  auf  $V_A$  weiter expandiert (Damit die Temperatur konstant bleibt, liegt das Gasgefäß in einem Wärmebad mit der Temperatur  $T_{\text{kalt}}$ ). Dabei verrichtet das Gas Arbeit und nimmt Wärme auf. Bei der isothermen Expansion sinkt der Gasdruck. Nun ist der Zyklus geschlossen.

Wichtig ist, dass bei der isothermen Expansion von B à A dem kalten Wärmebad Wärme entzogen und bei der isothermen Kompression von D à C dem heißen Wärmebad die betragsmäßig größere Wärmemenge  $\Delta Q_{\text{ab}} = \eta_{\text{WP,ideal}} \cdot \Delta W$  zugeführt wird.<sup>1</sup>  $\eta_{\text{WP,ideal}} = \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} > 1$  ist der Wirkungsgrad einer idealen Wärmepumpe. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass – dank der zugeführten Arbeit – die Wärme vom kälteren zum heißeren Wärmebad strömt.



<sup>1</sup> Man beachte:  $\Delta Q_{\text{ab}} < 0$ , da das ideale Gas die Wärme abgibt und  $\Delta W < 0$ , da das Gas die Arbeit verrichtet.

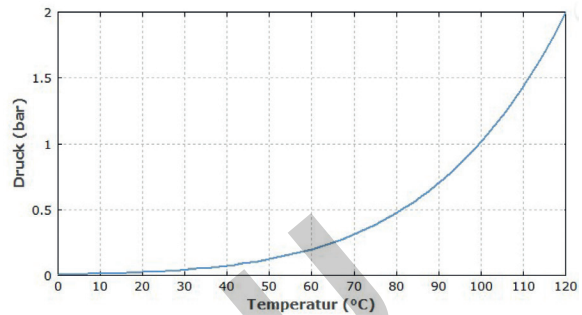
# M 6 Kompressionswärmepumpe

Der Carnot-Kreisprozess eignet sich gut für theoretische Betrachtungen. Er ist jedoch für die praktische Umsetzung weniger geeignet. In diesem Material wird die Kompressionswärmepumpe vorgestellt. Sie wird oft in Ein- und Zweifamilienhäusern oder in Kühlschränken eingesetzt. Kompressionswärmepumpen nutzen Kältemittel.



### Kältemittel

Die Fluide, die in einer Wärmepumpe eingesetzt werden, nennt man **Kältemittel**. Wie jede andere Flüssigkeit auch, siedet das Kältemittel bei einer **Siedetemperatur**  $T_s$ . Der Wert der Siedetemperatur hängt vom Druck  $p$  ab (siehe Abbildung rechts). Um ein Kilogramm der Flüssigkeit zu verdampfen, muss die **spezifische Verdampfungswärme** aufgebracht werden. Die betragsmäßig gleiche Wärme wird freigesetzt, wenn der Dampf kondensiert (**spezifische Kondensationswärme**).



Zusammenhang zwischen der Siedetemperatur und dem Druck

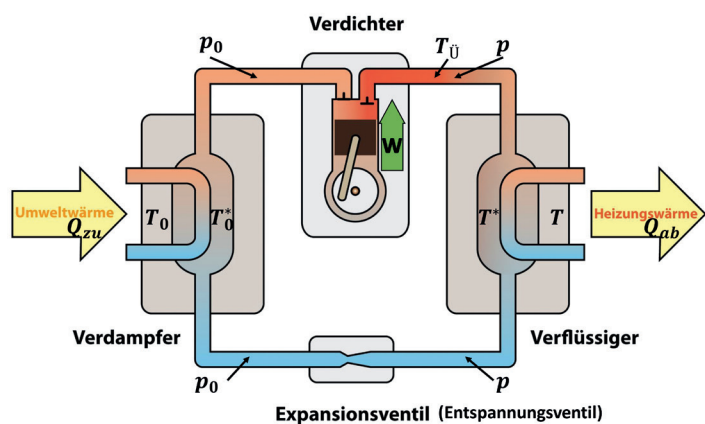
Kältemittel zeichnen sich durch eine niedrige Siedetemperatur aus (z. T. gilt  $T_s < 0\text{ °C}$ ). Früher waren **Fluorchlorkohlenwasserstoffe** (FCKW) die üblicherweise verwendeten Kältemittel. Sie sind ungiftig, unbrennbar und greifen übliche Werkstoffe nicht an. Freigesetzte FCKW schädigen jedoch die Ozonschicht der Atmosphäre und sind Mitverursacher des Ozonlochs. Heute sind FCKW verboten. Die heute verwendeten Kältemittel schädigen nicht die Ozonschicht, tragen aber zum Treibhaus-Effekt bei. Sie sind daher als umweltgefährdend einzustufen.

### Funktionsprinzip

Das Prinzip der Kompressionswärmepumpe beruht auf vier Zustandsänderungen. Wir starten in der unteren Abbildung unten links. Dort ist das Kältemittel flüssig und hat die Temperatur  $T_{\text{kalt}} = T_0 < T_s^*(p_0) = T_s(p_0)$  und den Druck  $p_0 = p_{\text{klein}}$ .

1. Im ersten Schritt gelangt das flüssige Kältemittel in den **Verdampfer**. Dort wird das flüssige Kältemittel bei konstantem Druck  $p_0$  zunächst auf Siedetemperatur  $T_s(p_0)$  erwärmt, bevor es dann verdampft. Schließlich wird der Dampf noch auf  $T_0 > T_s(p_0)$  erwärmt. Die für diese Prozesse notwendige Energie holt sich das Kältemittel über einen Wärmetauscher aus einem kalten Wärmereservoir mit der Temperatur  $T_0$  (Umgebung, z. B. kalte Außenluft).

### Wärmepumpe



© Araham/AdobeStock (ergänzt)

## M 8



## Kühlen mit einer Wärmepumpe – der Kühlschrank

Wir haben bereits gesehen, dass man mit einer Wärmepumpe einen Kühlschrank kühlen kann. Dabei wird dem kalten Wärmereservoir Wärme entzogen und so der Kühlschrank gekühlt (siehe Abbildung). Beim Kühlschrank macht es jedoch Sinn, den Wirkungsgrad mithilfe der Wärme  $\Delta Q_{\text{auf}}$  (vom Kältemittel aufgenommene Wärme) statt mit  $\Delta Q_{\text{ab}}$  (vom Kältemittel abgegebene Wärme) zu definieren. Für den Idealfall gilt:

$$\begin{aligned}\eta_{\text{KS,ideal}} &= \frac{\Delta Q_{\text{auf}}}{\Delta W} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t}{\Delta W / \Delta t} = \frac{-\Delta Q_{\text{ab}} - \Delta W}{\Delta W} \\ &= -\frac{\Delta Q_{\text{ab}}}{\Delta W} - 1 = \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} - 1 \\ &= \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}}\end{aligned}$$

Ein Kühlschrank arbeitet umso effizienter, je kleiner die Temperaturdifferenz zwischen Kühlfach und Außentemperatur ist. Darüber hinaus arbeitet ein Kühlschrank umso effektiver, je höher die Kühlttemperatur ist. Im Realfall ist der Wirkungsgrad kleiner:

$$\eta_{\text{KS}} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t}{\Delta W / \Delta t} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}}}{\Delta W} = v \cdot \eta_{\text{KS,ideal}}$$

$v$  ist der Gütegrad, der zwischen 0 und 1 liegt.

**Anmerkung**

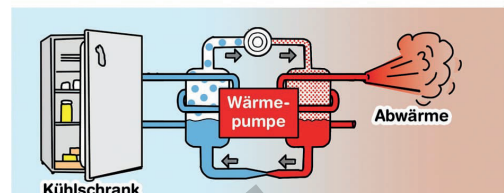
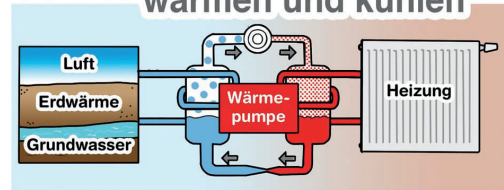
Der Wirkungsgrad eines Kühlschranks geht für  $T_{\text{kalt}} \rightarrow 0 \text{ K}$  ebenfalls gegen null:  $\eta_{\text{KS,ideal}} \rightarrow 0$ . Daher kann es keinen Kühlschrank mit der Temperatur  $T_{\text{kalt}} = 0 \text{ K}$  geben. Dies ist in Übereinstimmung mit dem 3. Hauptsatz der Wärmelehre.

**Stegreifversuch**

**Experiment:** Befeuchtet man den Handrücken mit der Zunge und bläst dann seinen Atem darüber, so spürt man deutlich eine Abkühlung.

**Erklärung:** Durch die verstärkt einsetzende Verdampfung der Feuchtigkeit wird dem Handrücken Wärme entzogen und der Handrücken kühlt ab.

**Zusammenhang zum Kühlschrank:** Das Gleiche passiert im Kühlschrank, wenn das Kältemittel verdampft.

**Die Wärmepumpe kann wärmen und kühlen**

© www.heizsparer.de

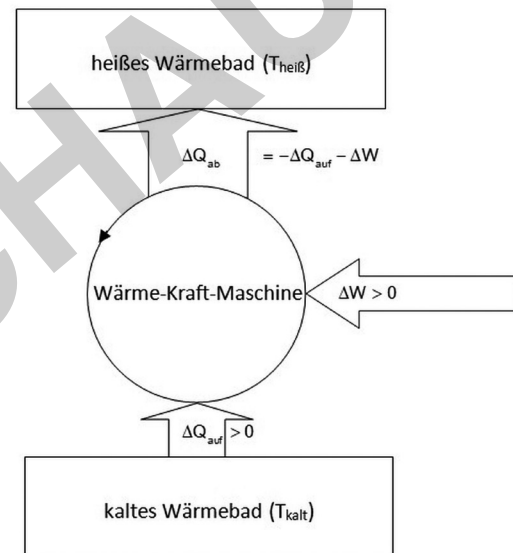
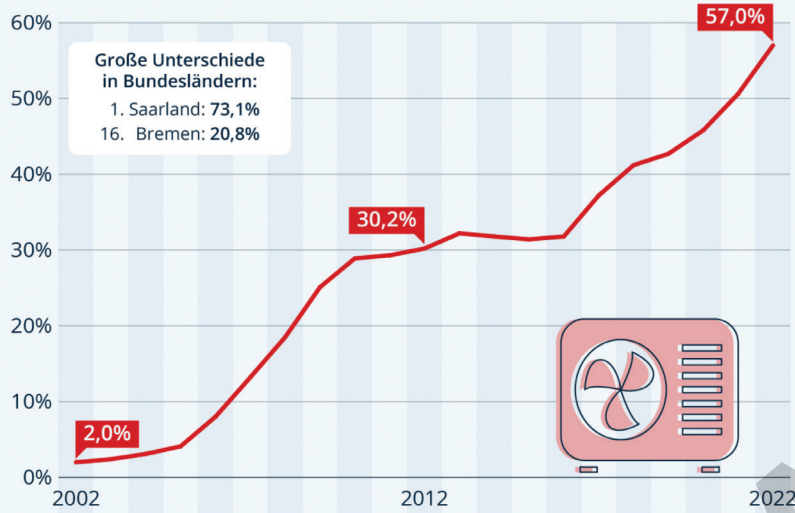


Abbildung: Axel Donges



## Wärmepumpen boomen

Anteil von Wärmepumpen im Wohngebäude-Neubau in Deutschland



Quelle: Bundesverband Wärmepumpe



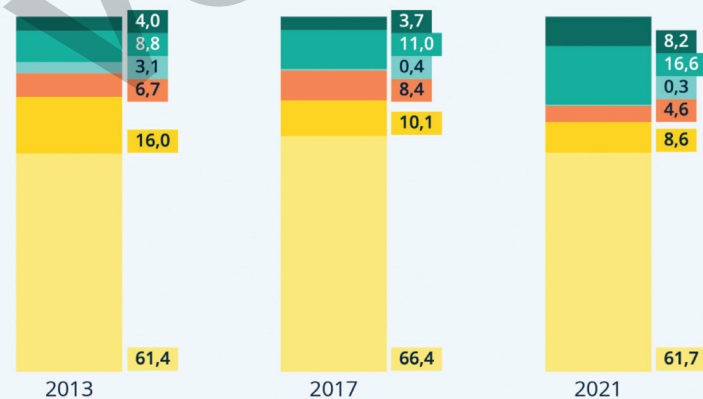
statista

© statista.de

## Weniger Gasheizungen, mehr Wärmepumpen

Marktanteile der in Deutschland abgesetzten Wärmeerzeuger für Wohngebäude

■ Gaskessel (Brennwert)   
 ■ Gaskessel (Heizwert)   
 ■ Ölkessel (Brennwert)   
 ■ Ölkessel (Heizwert)   
 ■ Wärmepumpen   
 ■ Biomasse-Kessel



Quelle: BDH



statista

© statista.de



netzwerk lernen

73 RAAbits Physik November 2023

zur Vollversion