

IV.A.82

Einzelstunden

Fit fürs schriftliche Mathematik-Abitur – Probepfungen zur optimalen Vorbereitung

Günther Weber



© RAABE 2023

© FatCamera/E+

In diesem Beitrag finden Sie Klausuren für den Grund- bzw. Leistungskurs zur Bearbeitung ohne (hilfsmittelfrei) und mit dem GTR bzw. CAS aus den Bereichen Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Die Bearbeitung der Klausuren soll zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur dienen. Eine Bepunktung der einzelnen Aufgaben, eine Bearbeitungszeitvorgabe sowie ein Bewertungsraster sorgen dabei für realistische Bedingungen.

KOMPETENZPROFIL

| | |
|----------------------|---|
| Klassenstufe: | 12/13 |
| Dauer: | 180 für den GK bzw. 255 Minuten für den LK |
| Kompetenzen: | Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5) |
| Inhalt: | Analysis: Funktionsuntersuchung einer ganzrationalen Funktionenschar und einer Exponentialfunktion, Integralrechnung Analytische Geometrie: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte, Lagebeziehungen und Abstände, Skalarprodukt und dessen Anwendung Stochastik: Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Binomialverteilung und Normalverteilung, |

Auf einen Blick

Planung für 180 Minuten (Grundkurs) / 255 Minuten (Leistungskurs)

Musterprüfungen

| | |
|-----------------|------------------------------------|
| M 1 (Ab) | Aufgaben ohne Hilfsmittel GK/LK |
| M 2 (Ab) | Analysis GK (GTR/CAS) |
| M 3 (Ab) | Analysis LK (GTR/CAS) |
| M 4 (Ab) | Analytische Geometrie GK (GTR/CAS) |
| M 5 (Ab) | Analytische Geometrie LK (GTR/CAS) |
| M 6 (Ab) | Stochastik GK/LK (GTR/CAS) |

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 15.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann geben Sie den Lernenden die Materialien als selbstständige Vorbereitung auf die Prüfung mit nach Hause.

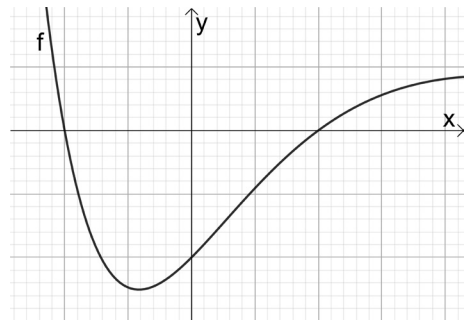
Erklärung zu den Symbolen

| | |
|---|--|
|  |  |
| Grundkursniveau | Leistungskursniveau |

M 1 Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{-x}$; nebenstehende Abbildung zeigt den Grafen der Funktion f .



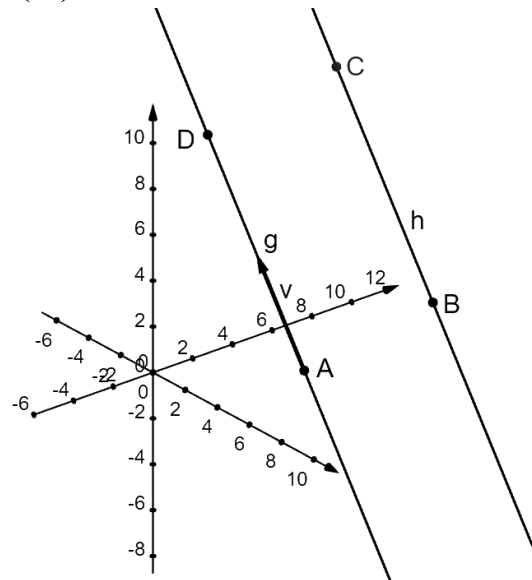
- a) **Zeigen** Sie, dass die Funktion f die Ableitungsfunktion $f'(x) = (-x^2 + 2x + 1) \cdot e^{-x}$ hat. (2 Punkte)
- b) **Bestimmen** Sie ohne Nachweis der hinreichenden Bedingung die Extremstellen der Funktion f . (2 Punkte)
- c) **Geben** Sie einen Term für den Flächeninhalt der Fläche an, die von der x -Achse und dem Grafen der Funktion in der obigen Abbildung eingeschlossen wird. (GK: 2 Punkte; LK: 1 Punkt)
- d) Die Gerade t ist die Tangente an den Grafen der Funktion f im Punkt $P(1|f(1))$.
GK: Zeigen Sie, dass die Tangente die Gleichung $t(x) = 2e^{-1} \cdot x - 2e^{-1}$ hat. (2 Punkte)
LK: Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente und **berechnen** Sie den Flächeninhalt, den die Tangente mit den Koordinatenachsen einschließt. (3 Punkte)

Aufgabe 2

Eine Gerade g ist festgelegt durch den Punkt $A(2|6|-1)$ und den Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$,

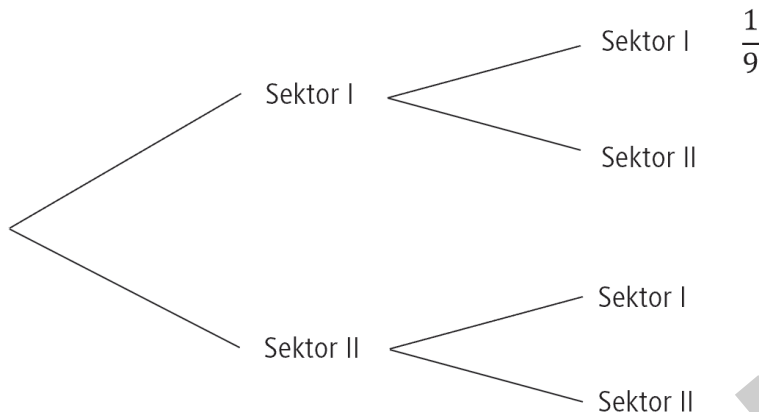
eine Gerade h hat die Gleichung $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8,5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$.

- a) **LK: Zeigen** Sie, dass die Geraden g und h parallel sind. (1 Punkt)
GK: Zeigen Sie, dass die Geraden g und h parallel, aber nicht identisch sind. (2 Punkte)
- b) Auf der Geraden h gibt es einen Punkt B , sodass \vec{g}_{AB} senkrecht zur Geraden g verläuft. **Bestimmen** Sie die Koordinaten von B . (zur Kontrolle: $B(10|6|5)$) (3 Punkte)
- c) Die Gerade h ist das Spiegelbild der Geraden g bzgl. einer Ebene E . **Bestimmen** Sie die Gleichung der Ebene E in Koordinatenform. (2 Punkte)
- d) Die Strecke \overline{AB} ist die Seite eines Quadrats $ABCD$.
GK: Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrats. (1 Punkt)
LK: Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte C und D . (2 Punkte)



Aufgabe 3

Ein Glücksrad ist in zwei Sektoren unterteilt. Die folgende Abbildung zeigt ein Baumdiagramm zum zweifachen Drehen des Glücksrads. Die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal Sektor I „erdreht“ wurde, beträgt $\frac{1}{9}$.

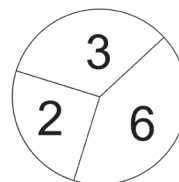


a) **Berechnen** Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm und **geben** Sie die Wahrscheinlichkeit **an**, dass jeder Sektor genau einmal „erdreht“ wurde.

(zur Kontrolle: $P(\text{Sektor I}) = \frac{1}{3}$) (3 Punkte)

b) **GK:** Das Glücksrad wird mehrmals gedreht. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird durch den Term $P(E) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$ angegeben. **Erklären** Sie den Term für das Ereignis E. (2 Punkte)

c) Sektor II wird in zwei Sektoren, die mit 2 bzw. 6 beschriftet werden, unterteilt. Sektor I wird mit 3 beschriftet. **Bestimmen** Sie rechnerisch die Mittelpunktwinkel der Sektoren, in die Sektor II unterteilt wurde, wenn der Erwartungswert bei der Drehung des Glücksrads 4 beträgt. (3 Punkte)



d) **LK:** Das Glücksrad mit den beiden Sektoren wird 18 Mal gedreht. Die binomialverteilte Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Drehungen an, in denen Sektor I „erdreht“ wurde. Die Abbildungen 1 bis 3 zeigen Häufigkeitsverteilungen. **Geben** Sie **begründet an**, welche zwei Abbildungen keine Wahrscheinlichkeitsverteilung für das 18-fache Drehen des Glücksrads sind. (2 Punkte)

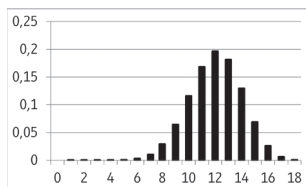


Abbildung 1

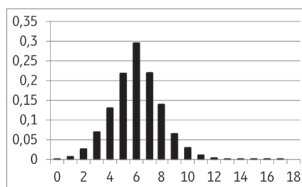


Abbildung 2

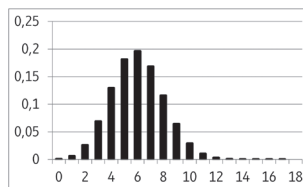


Abbildung 3

© RAABE 2023



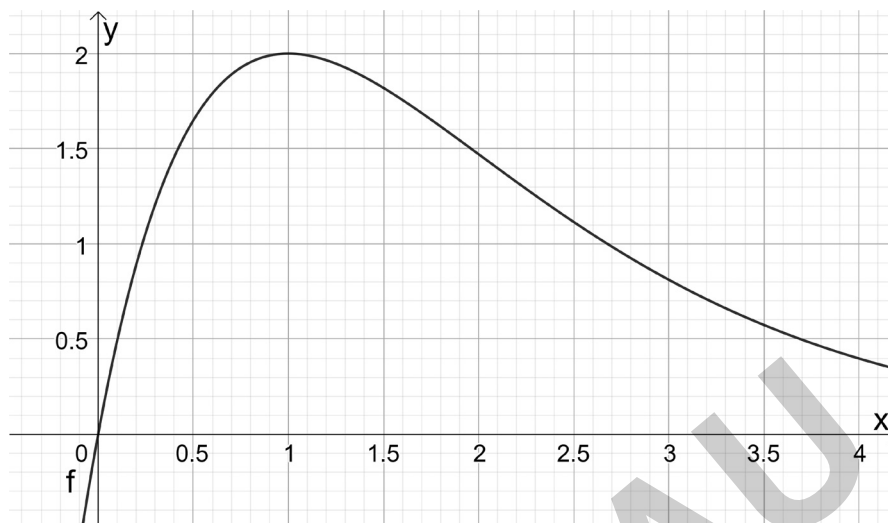
M 2



Aufgaben Grundkurs – Analysis (GTR/CAS)

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2 \cdot x \cdot e^{1-x}$. Die folgende Abbildung zeigt den Grafen der Funktion f .



- a) **Bestimmen** Sie unter Anwendung der Ableitungsregeln die 1. und 2. Ableitung der Funktion f . (zur Kontrolle: $f'(x) = -2 \cdot (x-1) \cdot e^{1-x}$) (4 Punkte)
- b) **Zeigen** Sie rechnerisch, dass der Hochpunkt die Koordinaten $H(1|2)$ hat. (4 Punkte)
- c) **Bestimmen** Sie die minimale Steigung des Grafen der Funktion f im Intervall $(1;4]$. (4 Punkte)
- d) Die Lote vom Hochpunkt auf die x - bzw. y -Achse und die Koordinatenachsen schließen ein Rechteck ein, das vom Grafen der Funktion in 2 Teilflächen unterteilt wird.
Bestimmen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte der Teilflächen. (5 Punkte)
- e) Die Punkte $A(0|0)$, $B(u|0)$ und $C(u|f(u))$, $u > 0$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks.
 I. **Skizzieren** Sie für $u = 2,5$ das Dreieck in die obige Abbildung. (2 Punkte)
 II. **Bestimmen** Sie u so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks maximal wird und geben Sie den Flächeninhalt an. (5 Punkte)
- f) **GTR**: Eine Tangente t an den Grafen der Funktion f verläuft parallel zur Geraden $g(x) = -0,5x + 1$. **Bestimmen** Sie den Berührungspunkt sowie die Gleichung der Tangente. **Überprüfen** Sie, ob die Tangente den Grafen der Funktion in einem weiteren Punkt schneidet. (5 Punkte)
CAS: Eine Tangente t an den Grafen der Funktion f berührt den Grafen der Funktion im Punkt $B(u|f(u))$, $1 < u \leq 4$ und verläuft durch den Hochpunkt. **Bestimmen** Sie den Berührungspunkt und **geben** Sie die Gleichung der Tangente an. (5 Punkte)
- g) **GTR**: Die Gerade $x = u$ schneidet den Grafen der Funktion f im Punkt $P(u|f(u))$, $1 \leq u \leq 4$ und den Grafen der Ableitungsfunktion f' im Punkt $Q(u|f'(u))$, $1 \leq u \leq 4$. **Bestimmen** Sie u so, dass die Strecke \overline{PQ} maximale Länge hat. (5 Punkte)