

Station	Stationsname	Seite	!★	E/P	benötigte Materialien
1	Zur Information: Was du über Lineare Optimierung wissen musst	9	●	E	Heft, Bleistift, Papier
2	Zur Information: Hinführung zum Erfüllungsvieleck	13	●	E	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 1, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 1	16	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 2	17	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 3	19	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 4	21	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 5	23	!	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 6	25	!	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 7	27	!	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 8	29	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
3	Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 9	31	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
4	Zur Information: Maximumaufgaben	33	●	E	Heft, Bleistift, Papier, Maximumaufgabe 1
5	Maximumaufgabe 1	36	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 2	37	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 3	39	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 4	41	●	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 5	43	!	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 6	45	●	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier

Station	Stationsname	Seite	!★ E/P	benötigte Materialien
5	Maximumaufgabe 7	47	● P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 8	49	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 9	51	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 10	53	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 11	55	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 12	57	★ P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 13	59	★ P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
5	Maximumaufgabe 14	61	★ P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
6	Zur Information: Minimumaufgaben	63	● E	Heft, Bleistift, Papier, Minimumaufgabe 1
7	Minimumaufgabe 1	64	! E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 2	65	! E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 3	67	! E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 4	69	! E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 5	71	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 6	73	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 7	75	! P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 8	77	★ P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
7	Minimumaufgabe 9	79	★ P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier

Station	Stationsname	Seite	!★	E/P	benötigte Materialien
7	Minimumaufgabe 10	81	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
8	Zur Information: Aufgaben mit drei Variablen	83	!	E	1. Aufgabe mit drei Variablen, Heft, Bleistift, Papier
9	1. Aufgabe mit drei Variablen	84	!	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
9	2. Aufgabe mit drei Variablen	85	!	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
9	3. Aufgabe mit drei Variablen	87	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
9	4. Aufgabe mit drei Variablen	89	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
9	5. Aufgabe mit drei Variablen	91	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
10	Zur Information: Transportprobleme	93	!	E	Transportproblem 1 Heft, Bleistift, Papier
11	Transportproblem 1	97	!	E	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
11	Transportproblem 2	99	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
11	Transportproblem 3	103	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier
11	Transportproblem 4	107	★	P	Geodreieck, Heft, Bleistift, Papier

# Anleitung

Sehr geehrte Kollegen und Kolleginnen,  
dieses Werk zum Stationenlernen „Lineare Optimierung“ soll Ihnen Ihre alltägliche Arbeit erleichtern. Dabei war es uns besonders wichtig, Stationen zu kreieren, an denen man die wesentlichen Eigenschaften der Linearen Optimierung erarbeiten kann. Die meisten Lehrwerke beschränken sich bei der Behandlung des Themas auf einige wenige Aufgaben. Um eine ausführlichere Behandlung dieses interessanten Stoffgebietes zu ermöglichen, wurde diese Aufgabensammlung erstellt. Sie beinhaltet

- 9 Aufgaben „Hinführung zum Erfüllungsvieleck“
- 14 Maximumaufgaben
- 10 Minimumaufgaben
- 5 Aufgaben mit drei Variablen und
- 4 Transportprobleme.

Die Reihenfolge der Stationen ist festgelegt. Innerhalb der Stationen 3, 5, 7, 9 und 11 muss die jeweilige Aufgabe 1 zuerst bearbeitet werden, weil die Lösungen dieser Aufgaben in Stationen 2, 4, 6, 8 und 10 ausführlich erläutert werden und leicht von den Schülern und Schülerinnen nachvollzogen werden können. Sollten die Erklärungen nicht ausreichen, so empfiehlt sich, von den entsprechenden Aufgaben Arbeitstransparente zu ziehen, mit deren Hilfe der Lösungsweg vom Lehrer erarbeitet werden kann. Danach können die weiteren Aufgaben in den Stationen in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden.

Niveaustufen:

Innerhalb der Stationen gibt es drei unterschiedliche Niveaustufen, die mit ● (leicht), ! (mittel) oder ★ (schwer) markiert sind. Die mit einem Stern gekennzeichneten Stationen sind für Experten, die mit ● gekennzeichneten Stationen sollen von allen Schülern bearbeitet werden. Die Expertenaufgaben enthalten vertiefende oder weiterführende Inhalte. Selbstverständlich können Sie je nach Leistungsstand Ihrer Klasse problemlos Stationen anders kennzeichnen, indem Sie ●, ! oder ★ übermalen und anders kennzeichnen.

Lösungen:

Wer die Aufgaben der Schüler korrigiert, hängt zum einen von der Lerngruppe und zum anderen von den Vorlieben des unterrichtenden Lehrers ab. So können Sie die Verbesserung der Schüleraufgaben selbst übernehmen, oder diese Aufgabe in die Verantwortung der Kinder übergeben. In diesem Fall haben Sie die Möglichkeit, die einzelnen Aufgaben nebst der Lösung auf der Rückseite zu kopieren und den Schülern somit die Selbstkontrolle zu ermöglichen. Alternativ können Sie auch nur die Aufgaben kopieren und die Lösungen, für die Schüler erkenntlich markiert, an einem passenden Ort positionieren.

Stationen-Laufzettel:

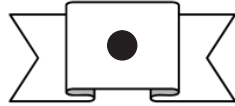
Der Stationen-Laufzettel ist so konzipiert, dass die Lehrkraft oder die Schüler die Stationsnummer sowie den Stationsnamen eintragen. Die Kinder haken dann ab, wenn sie eine Station erledigt haben. Ein weiterer Haken wird gesetzt, wenn die Station korrigiert wurde. Dies geschieht entweder durch den Lehrer oder die Schüler selbst.

Name: \_\_\_\_\_

# Stationen-Laufzettel

Datum: \_\_\_\_\_

Niveaustufe: leicht



Station	Stationsname	erledigt ✓	korrigiert ✓

Niveaustufe: mittel



Station	Stationsname	erledigt ✓	korrigiert ✓

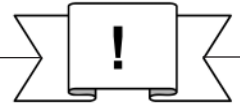
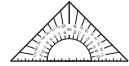
Niveaustufe: schwer



Station	Stationsname	erledigt ✓	korrigiert ✓



## Station 3



### Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Lösung Aufgabe 7

Für die Frischluft-Zirkulation in ihren Uranminen benötigt die Denison Mines Ltd. Axial- und Zentrifugal-Ventilatoren. Axialventilatoren kosten 2 000 000 €/Stück, Zentrifugal-Ventilatoren 2 500 000 €/Stück. Der Gesamtpreis darf zwischen 40 000 000 € und 50 000 000 € liegen. Es werden mindestens doppelt so viele, aber nicht mehr als dreimal so viele Axial- wie Zentrifugal-Ventilatoren benötigt. Bestimmt, wie viele Ventilatoren jeder Art die Denison Mines Ltd. kaufen kann.

Variablen:

$x$  sei die Anzahl der Axial-Ventilatoren  
 $y$  sei die Anzahl der Zentrifugal-Ventilatoren

Zahlenbereich:

$x, y \in \mathbb{N}_0$

Nicht-Negativität:

$x, y \geq 0$

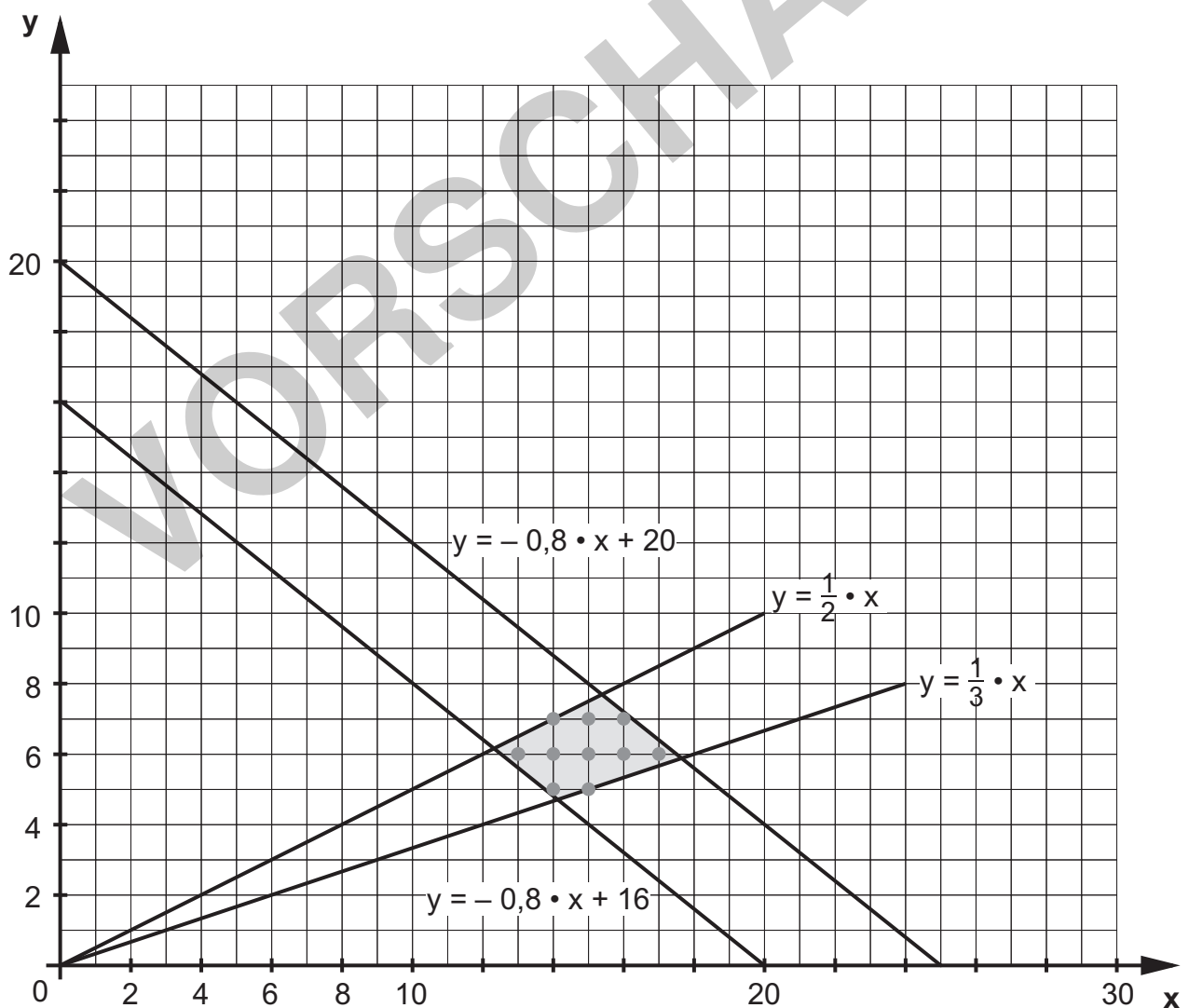
Einschränkende Bedingungen:

a)  $2000000 \cdot x + 2500000 \cdot y \geq 40000000$

b)  $2000000 \cdot x + 2500000 \cdot y \leq 50000000$

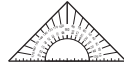
c)  $y \leq \frac{1}{2} \cdot x$

d)  $y \geq \frac{1}{3} \cdot x$





## Station 3



### Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Aufgabe 9

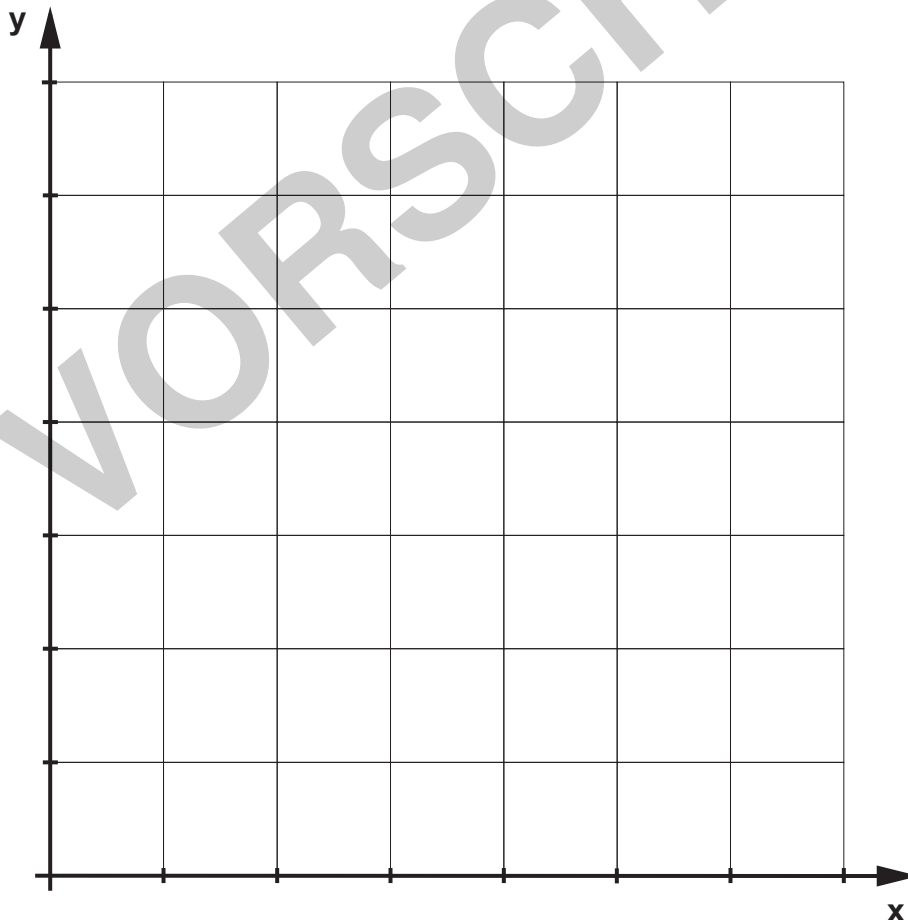
Eine Maschinenfabrik fertigt Hochdruck-Kompressoren für Drücke von 200 bar und 300 bar. Monatlich können bis zu 125 Kompressoren (200 bar) zu 4800 €/Stück und bis zu 75 Kompressoren (300 bar) zu 5400 €/Stück hergestellt werden. Die Verkaufszahlen zeigen, dass im Monat nicht mehr als 150 Kompressoren beider Typen abgesetzt werden. Wie muss die Maschinenfabrik produzieren, damit die Einnahmen möglichst hoch sind?

Variablen:

Zahlenbereich:

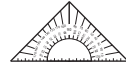
Nicht-Negativität:

Einschränkende Bedingungen:





## Station 3



### Hinführung zum Erfüllungsvieleck: Lösung Aufgabe 9

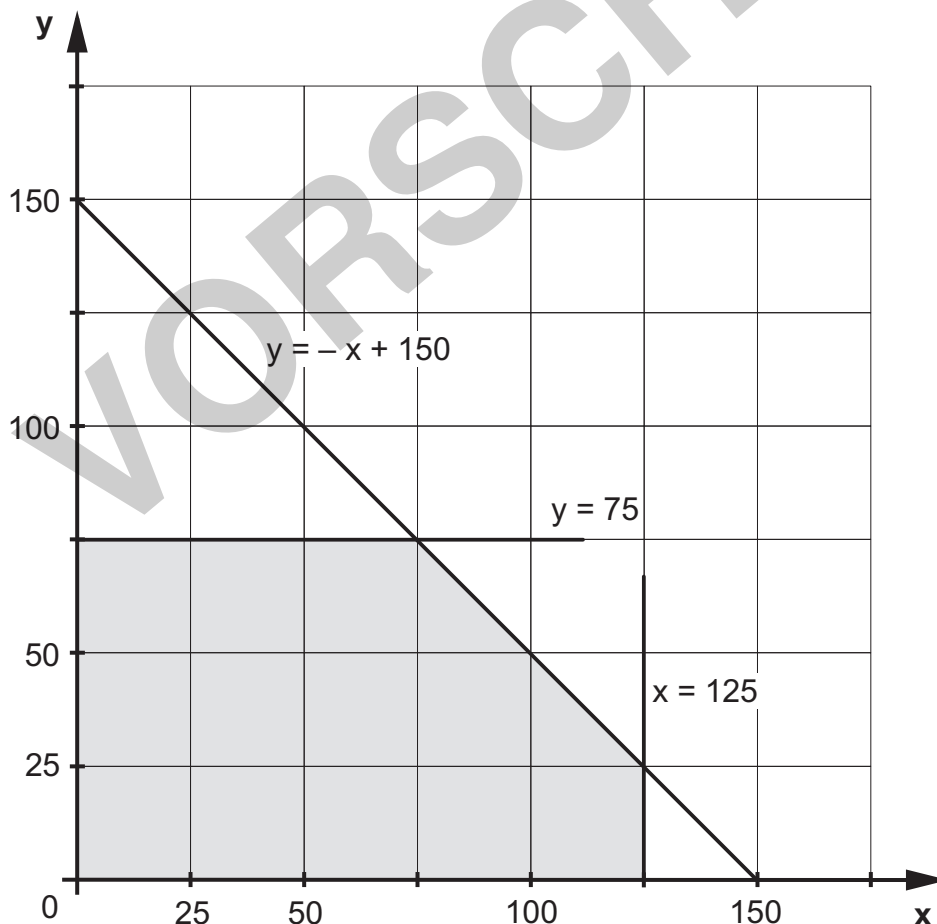
Eine Maschinenfabrik fertigt Hochdruck-Kompressoren für Drücke von 200 bar und 300 bar. Monatlich können bis zu 125 Kompressoren (200 bar) zu 4800 €/Stück und bis zu 75 Kompressoren (300 bar) zu 5400 €/Stück hergestellt werden. Die Verkaufszahlen zeigen, dass im Monat nicht mehr als 150 Kompressoren beider Typen abgesetzt werden. Wie muss die Maschinenfabrik produzieren, damit die Einnahmen möglichst hoch sind?

Variablen:  $x$  sei die Anzahl der Kompressoren (200 bar)  
 $y$  sei die Anzahl der Kompressoren (300 bar)

Zahlenbereich:  $x, y \in \mathbb{N}_0$

Nicht-Negativität:  $x, y \geq 0$

Einschränkende Bedingungen: a)  $x \leq 125$   
b)  $y \leq 75$   
c)  $x + y \leq 150$



Antwortsatz: Die Maschinenfabrik stellt 75 Kompressoren zu 200 bar und 75 Kompressoren zu 300 bar her.





## Station 7



### Lösung Minimaufgabe 9

Eine Stadtbücherei will ihren Bestand an Sachbüchern und Science-Fiction-Romanen erweitern. Es sollen über 50 Sachbücher und 50 Zukunftsromane, mindestens aber 200 Bücher insgesamt angeschafft werden. Für die Anschaffung stehen Mittel zur Verfügung, die mindestens 4800 € betragen müssen. Sachbücher kosten durchschnittlich 32 €, Science-Fiction-Romane 16 €. Die Wertminderung bei einem Sachbuch beträgt 5 €, bei einem Zukunftsroman 4 € pro Jahr. Wie viele Bücher jeder Sorte sind anzuschaffen, damit die Wertminderung möglichst gering wird?

Variablen:

$x$  sei die Anzahl Sachbücher

$y$  sei die Anzahl Science-Fiction-Romane

Zahlenbereich:

$x, y \in \mathbb{N}_0$

Nicht-Negativität:

$x, y \geq 0$

Einschränkende Bedingungen:

a)  $x \geq 50$

b)  $y \geq 50$

c)  $x + y \geq 200$

d)  $32 \cdot x + 16 \cdot y \geq 4800$

Zielfunktion  $z_{\min}$ :

$0,80 \cdot x + 4 \cdot y = z^* \rightarrow \min$

$z_0^*$ :

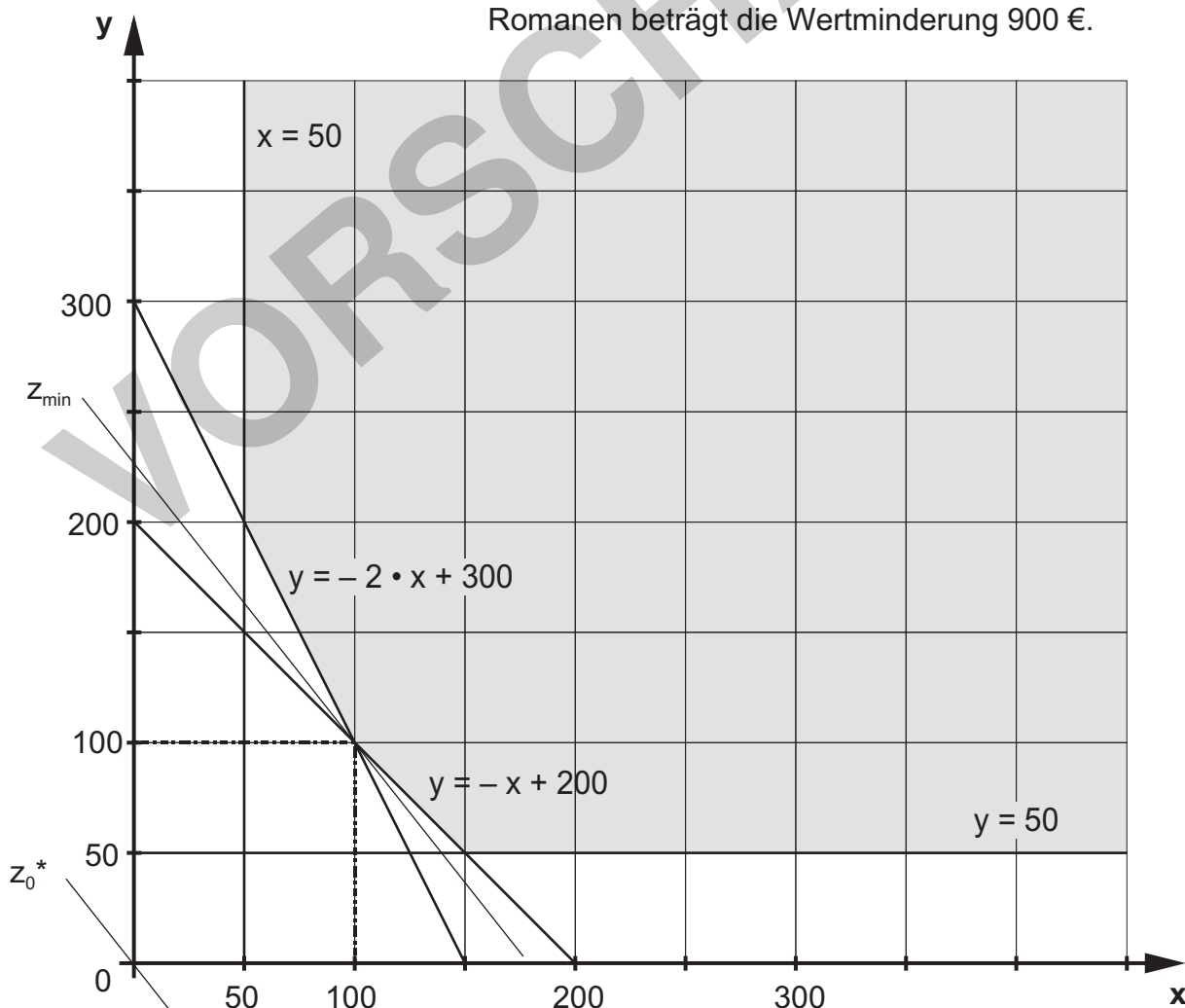
$y = -1,25 \cdot x$

Lösung:

P(100|100) 900 €

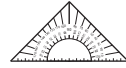
Antwortsatz:

Bei 100 Sachbüchern und 100 Science-Fiction-Romanen beträgt die Wertminderung 900 €.





## Station 7



### Minimumaufgabe 10

Eine Industrieanlagenfabrik baut vollmechanisierte Hausmüllsortier- und Werkstoffrückgewinnungsanlagen. Pro Jahr müssen wegen der hohen Entwicklungskosten mindestens 2 Sortiermaschinen und 3 Rückgewinnungsanlagen gebaut werden. Für Hausmüllsortieranlagen sind 5 Arbeitstakte in Werk I und anschließend 5 Arbeitstakte in Werk II erforderlich. Werkstoffrückgewinnungsanlagen erfordern 3 Arbeitstakte in Werk I und 6 Arbeitstakte in Werk II. Damit Vollbeschäftigung garantiert werden kann, müssen in Werk I mindestens 45, in Werk II mindestens 60 Arbeitstakte erfolgen. Die Kosten für Material und Lieferung belaufen sich bei Sortiermaschinen auf 120000 €/Stück, bei Recycling-Anlagen auf 90000 €/Stück. Wie muss produziert werden, damit die Kosten möglichst gering sind?

Variablen:

Zahlenbereich:

Nicht-Negativität:

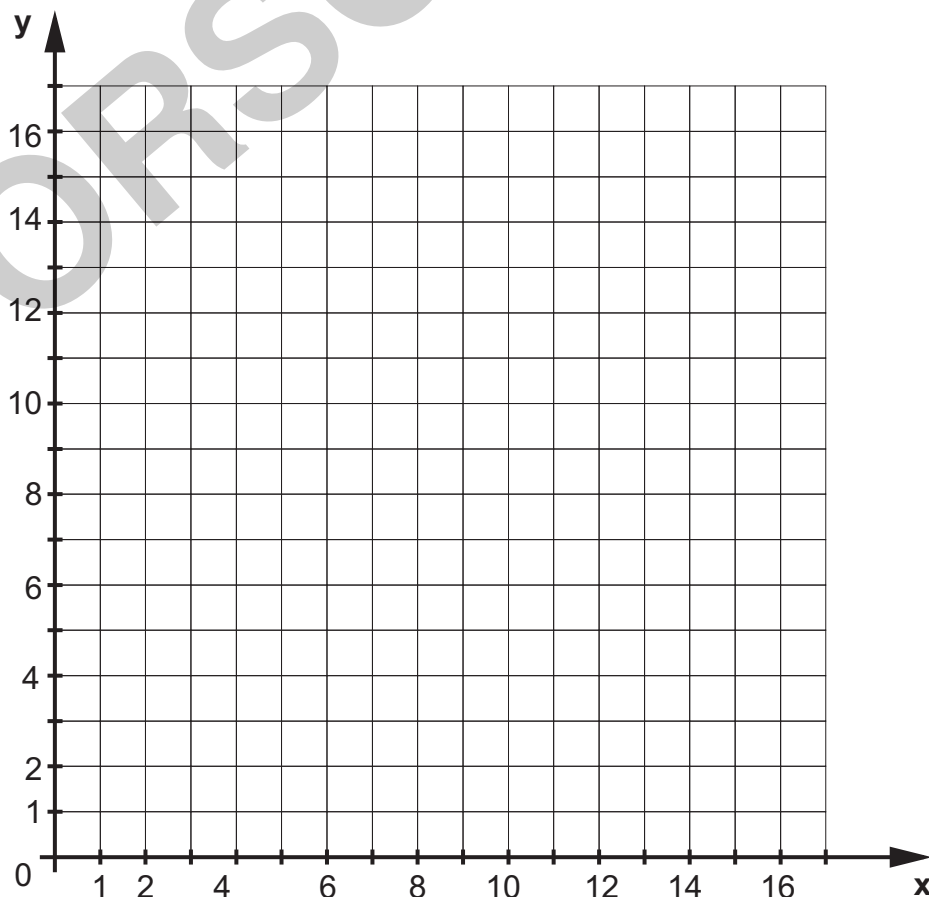
Einschränkende Bedingungen:

Zielfunktion  $z_{\min}$ :

$z_0^*$ :

Lösung:

Antwortsatz:





## Station 7



### Lösung Minimaufgabe 10

Eine Industrieanlagenfabrik baut vollmechanisierte Hausmüllsortier- und Werkstoffrückgewinnungsanlagen. Pro Jahr müssen wegen der hohen Entwicklungskosten mindestens 2 Sortiermaschinen und 3 Rückgewinnungsanlagen gebaut werden. Für Hausmüllsortieranlagen sind 5 Arbeitstakte in Werk I und anschließend 5 Arbeitstakte in Werk II erforderlich. Werkstoffrückgewinnungsanlagen erfordern 3 Arbeitstakte in Werk I und 6 Arbeitstakte in Werk II. Damit Vollbeschäftigung garantiert werden kann, müssen in Werk I mindestens 45, in Werk II mindestens 60 Arbeitstakte erfolgen. Die Kosten für Material und Lieferung belaufen sich bei Sortiermaschinen auf 120000 €/Stück, bei Recycling-Anlagen auf 90000 €/Stück. Wie muss produziert werden, damit die Kosten möglichst gering sind?

Variablen:

$x$  sei die Anzahl der Sortiermaschinen

$y$  sei die Anzahl der Recycling-Maschinen

Zahlenbereich:

$x, y \in \mathbb{N}_0$

Nicht-Negativität:

$x, y \geq 0$

Einschränkende Bedingungen:

a)  $x \geq 2$

b)  $y \geq 3$

c)  $5 \cdot x + 3 \cdot y \geq 45$

d)  $5 \cdot x + 6 \cdot y \geq 60$

Zielfunktion  $z_{\min}$ :

$120000 \cdot x + 90000 \cdot y = z^* \rightarrow \min$

$z_0^*$ :

$y = -\frac{4}{3} \cdot x$

Lösung:

P(6|5) 1170000 €

Antwortsatz:

Bei 6 Sortiermaschinen und 5 Recycling-Maschinen entstehen Kosten in Höhe von 1170000 €.

