4. Das Runde muss ins Eckige
(Volumenberechnung von Kugel und Quader)

Zeitbedarf

45–90 Minuten

Voraussetzungen

Die S. kennen den Umgang mit offenen Aufgaben und das Volumen der Kugel.

Kompetenzen

- S. wenden verschiedene Lösungsstrategien an.
- S. üben den Umgang mit verschiedenen Volumenformeln.
- S. vergleichen und präsentieren ihre Ergebnisse.

Differenzierung

Die Aufgabe an sich ist differenzierend, da die S. ihren eigenen Lösungsweg planen und durchführen. Zudem stehen unterschiedliche Tippkarten zur Verfügung, die nach Bedarf eingesetzt werden können und auf der Rückseite bereits Teile der Lösung enthalten. Der Arbeitsauftrag kann in Einzel-, Partner- oder sogar Gruppenarbeit erfolgen, sodass auch hier Differenzierungsmöglichkeiten bei der Wahl der Sozialform entstehen.

Vorbereitung

- Foto mit Arbeitsauftrag (**M 1**) auf Folie kopieren
- Arbeitsblatt (**M 1**) in ausreichender Zahl kopieren
- Tippkarten (**M 2**) auf festes Papier kopieren (Dabei Vorder- und Rückseite beachten!), ausschneiden und an die Tafel hängen
- Einige Bälle eines Bällebads bereithalten, damit die S. selbst Maß nehmen können. Alternativ kann der Durchmesser eines Balls mit d = 6 cm angegeben werden. Auf diese Größe bezieht sich auch der Lösungsvorschlag. Die Tippkarten sind allgemein formuliert, sodass auch andere Ballgrößen eingesetzt werden können.
- Kärtchen für Ausblick bereitstellen

Ablauf

Motivation / Themenfindung

- L. zeigt einige Bälle des Bällebads.
- S. äußern sich dazu. Stichwörter werden an der Tafel festgehalten. Evtl. wird bereits das Volumen eines Balls ermittelt.
- L. deckt das Foto (von **M 1**) auf Folie auf.
- S. äußern sich erneut dazu. Mögliche Fragestellungen werden an der Tafel festgehalten.

Arbeitsauftrag

- L. deckt das gesamte Arbeitsblatt (**M 1**) auf: „Ich möchte wissen, wie viele Bälle in diesem Bällebad sind."
- Je nach Vorerfahrung mit offenen Aufgaben muss der L. hier mit den S. einen möglichen Lösungsplan erstellen und stichpunktartig festhalten, was beachtet werden muss (z.B. das Volumen des Bällebads, das Volumen einer einzelnen Kugel, die Lage der einzelnen Kugeln zueinander, …).
- Bei großer Erfahrung der S. mit Aufgaben dieser Art entfällt dieser Schritt.
- L. teilt die S. entsprechend in Gruppen ein oder lässt den Arbeitsauftrag in Einzel- oder Partnerarbeit durchführen.

Erarbeitung

- L. teilt die Materialien aus. Jeder S. erhält das Arbeitsblatt (**M 1**).
- L. hängt die Tippkarten (**M 2**) an die Tafel.
- S. bearbeiten die Aufgabe in Einzel-, Partner- oder in Gruppenarbeit.
- L. steht dabei beratend zur Verfügung und verweist immer wieder auf die Tippkarten.

Kontrolle der Ergebnisse

- S. nennen nacheinander ihre Ergebnisse.
- L. hält die Ergebniszahlen der Größe nach geordnet an der Tafel fest.
- Im L.-S.-Gespräch werden einzelne Rechenschritte erläutert und mögliche Einflussfaktoren auf die Ergebnisse besprochen.

Abschluss

Es folgt ein abschließendes Gespräch über die Vielzahl der Ergebnisse und die Erkenntnis, dass viele verschiedene Aspekte zu unterschiedlichen Lösungen führen können.

VORSCHAU

Katharina Bühler: Sternstunden Mathematik 9/10
© Auer Verlag

zur Vollversion

Ausblick

L. stellt den S. die Aufgabe, weitere Rechenaufgaben aus diesem Bild zu entwickeln, diese zu lösen und auf Kärtchen vorzubereiten. Diese Kärtchen können in der nächsten Unterrichtsstunde zum Einsatz kommen oder als Lernzeitaufgabe auf einem Arbeitsblatt zusammenkopiert werden.

Lösungen

M1

Der Lösungsvorschlag gilt für Bälle mit einem Durchmesser von 6 cm:

Die Maße des Innenraums des Bällebads betragen: 240 cm Breite, 140 cm Länge und 40 cm Höhe

$V = 240\,cm \cdot 140\,cm \cdot 40\,cm = 1\,344\,000\,cm^3 = 1{,}344\,m^3$
Das Bällebad hat ein Volumen von 1,344 m³.

Laut Angabe in der Aufgabe ist das Bällebad 30 cm hoch mit Bällen gefüllt, also beträgt der befüllte Bereich
$V = 240\,cm \cdot 140\,cm \cdot 30\,cm = 1\,008\,000\,cm^3 = 1{,}008\,m^3 \approx 1\,m^3$

Die Maße eines Balls betragen: d = 6 cm, r = 3 cm
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3\,cm)^3 \approx 113{,}1\,cm^3$

Geht man davon aus, dass jeder Ball im Bällebad das Volumen eines ihn umschließenden Würfels benötigt, dann entspricht die Kantenlänge des Würfels dem Durchmesser des Balls.

Das Volumen eines solchen Würfels beträgt daher: $V = (6\,cm)^3 = 216\,cm^3$

$1\,008\,000\,cm^3 : 216\,cm^3 \approx 4\,666{,}67$

Im Bällebad wären dann 4 667 Bälle.

Rechnet man nur mit dem Volumen der Kugel und geht davon aus, dass sich zwischen den Bällen kein Hohlraum befindet, erhält man folgendes Ergebnis:

$1\,008\,000\,cm^3 : 113{,}1\,cm^3 \approx 8\,912{,}47$

Im Bällebad wären dann 8 912 Bälle. Diese Lösung ist jedoch nicht realistisch. Die Schüler sollten in ihren Lösungen auf irgendeine Weise die Hohlräume zwischen den Bällen berücksichtigt haben.

Die Lösungen der Schüler sollten sich also innerhalb der beiden Werte 4 667 und 8 912 befinden.

VORSCHAU

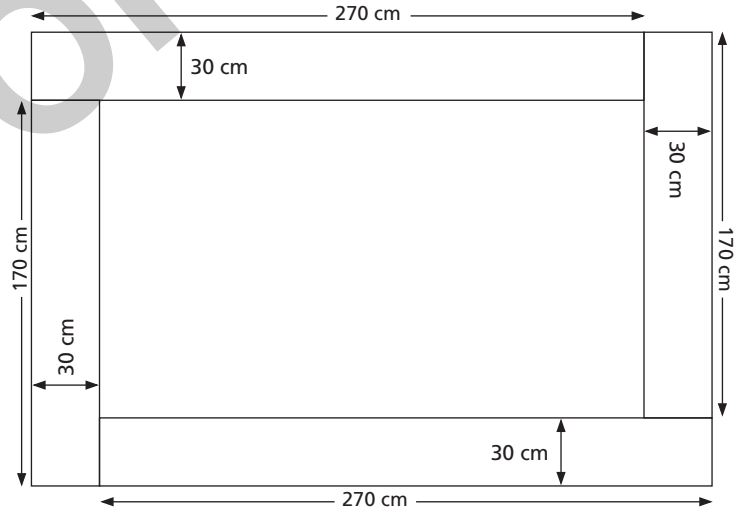
© Auer Verlag
Katharina Bühler: Sternstunden Mathematik 9/10

zur Vollversion

Das Runde muss ins Eckige

M1

Dieses Bällebad wird von vier Außenteilen begrenzt, die jeweils 30 cm breit und 40 cm hoch sind. Die Bälle sind 30 cm hoch eingefüllt.



Arbeitsauftrag
Wie viele Bälle befinden sich in diesem Bällebad?

Tipp: Falls du Schwierigkeiten hast, informiere dich mithilfe der Tippkarten an der Tafel.

VORSCHAU

© Katharina Bühler: Sternstunden Mathematik 9/10
© Auer Verlag

zur Vollversion