

Datenanalyse und Modellierung – Rheinhochwasser in Köln (Februar 2021)

Günther Weber



© Thomas Stockhausen/iStock/Getty Images Plus

Im Mittelpunkt des Beitrags steht die Modellierung der realen Daten des Rheinhochwassers im Februar 2021. Mithilfe einer modellierten Funktion beantworten die Lernenden z. B. Fragen nach der Sperrung von Parkplätzen, nach der Zeitdauer der eingeschränkten Schifffahrt auf dem Rhein oder dem Zeitpunkt des schnellsten Anstiegs. An realen Hochwasserdaten modellieren die Jugendlichen, wie viel Wasser der Rhein transportiert und veranschaulichen dies an Beispielrechnungen.

Datenanalyse und Modellierung – Rheinhochwasser in Köln (Februar 2021)

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
M 1 Erstellen einer Trendlinie mit einer Tabellenkalkulation	4
M 2 Das Februarhochwasser 2021 in Köln	5
M 3 Aufgaben	7
Lösungen	10

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihr bereits erworbenes Wissen über die Differenzial- und Integralrechnung bei einer realitätsnahen Aufgabenstellung anzuwenden. Zudem nutzen die Jugendlichen ein Tabellenkalkulationsprogramm und erweitern damit ihre digitalen Kompetenzen.

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten mit Anfertigen von Diagrammen mit einer Tabellenkalkulation vertraut sein. Sie können die Bedingungen bei „Steckbriefaufgaben“ aufstellen, ganzrationale Funktionen ableiten und das bestimmte Integral mit einer ganzrationalen Funktion als Integrand berechnen. Die Jugendlichen sind sicher im Umgang mit dem GTR/CAS. Sie sollten Einheiten, insbesondere Zeit- und Volumeneinheiten, umwandeln können.

Lehrplanbezug:

Der Beitrag spricht insbesondere die prozessbezogene Kompetenzerwartung des Modellierens an.

Im den Kernlernplänen für die gymnasiale Oberstufe

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOSt_Mathematik.pdf

(aufgerufen am 25.10.2021)

findet sich hierzu:

Die Schülerinnen und Schüler...

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor,
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation,
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Weitere Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte aus dem Bereich Analysis sind unter anderem:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten,
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“),
- bestimmen Integrale numerisch und mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

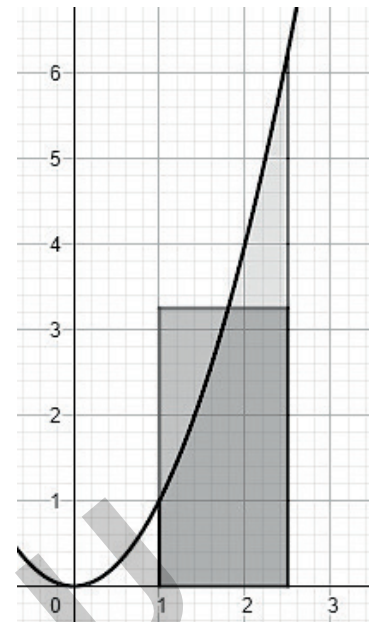
Bei **Aufgabe 1** kann, sofern die Schülerinnen und Schüler im Erstellen der Trendlinie ungeübt sind oder wenig Zeit zur Verfügung steht, die Aufgabe von Ihnen als Lehrkraft oder von einer Schülerin bzw. einem Schüler z. B. über Whiteboard/Beamer projiziert bearbeitet werden.

Bei **Aufgabe 2** sollte bei leistungsschwachen Lerngruppen im Unterrichtsgespräch geklärt werden, dass bei einem Punkt ein Tiefpunkt, bei einem anderen ein Hochpunkt vorliegt. Insgesamt kommt man somit auf 5 Bedingungen. Soll bei der Bearbeitung der Aufgabe der Modellierungsprozess im Vordergrund stehen, so können Änderungen in die Bedingungen zum Aufstellen des Funktionsterms aufgenommen und der neue Funktionsterm berechnet werden. Die mit dem neuen Funktionsterm berechneten Funktionswerte vergleichen die Jugendlichen dann mit den realen Daten.

Vor der Bearbeitung von **Aufgabe 3f** verdeutlichen Sie am besten die Mittelwertformel für Funktionen:

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx \Leftrightarrow m \cdot (b-a) = \int_a^b f(x) dx$$

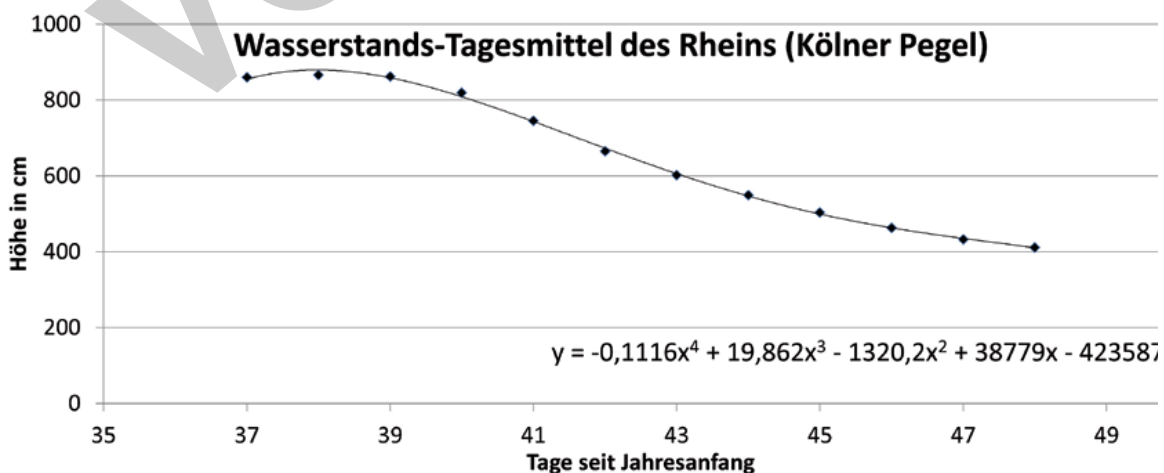
Die linke Seite der Gleichung kann als Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen $(b-a)$ und m aufgefasst werden. Der Flächeninhalt der Rechteckfläche ist gleich dem Wert des Integrals im Intervall $[a;b]$. Sind die Funktionswerte im Intervall $[a;b]$ positiv, so ist der Flächeninhalt der Rechteckfläche gleich dem Flächeninhalt zwischen dem Graph der Funktion f und der x -Achse.



Grafik: Günther Weber

Vor der Bearbeitung von **Aufgabe 4** sollten Sie als Lehrkraft noch einmal Einheiten, insbesondere Zeit- und Volumeneinheiten, wiederholen. Sie weisen die Schülerinnen und Schüler darauf hin, dass die Argumente der Funktion die Einheit m, die Funktionswerte der Funktion h aber die Einheit cm haben. Ebenso geben Sie den Hinweis, dass die Zeitachse die Einheit Tage hat, die transportierte Wassermenge aber in $\frac{m^3}{s}$ angegeben wird.

Zur Differenzierung nach Schnelligkeit bzw. Leistungstärke oder wenn die Arbeit mit einer Trendlinie weiter geübt werden soll, können die Daten nach dem 7.2.21 weiter modelliert werden.



Grafik: Günther Weber

Wasserstand und Maßnahmen

Der Normalstand (10-Jahres-Mittelwert, statistisch berechnet) des Wasserstandes liegt beim Kölner Rheinpegel bei 3,23 m. Abhängig vom Wasserstand werden geeignete Maßnahmen ergriffen.

<https://www.koeln.de/wetter/rheinpegel/>

(abgerufen am 25.10.2021)

(auszugsweise)

Höhe	Maßnahmen
5,80 m	Erste Parkplätze werden gesperrt.
6,20 m	Hochwassermarke 1: Schiffe dürfen nur noch mit verminderter Geschwindigkeit und im mittleren Stromdrittel fahren.
ab 8,10 m	Die Rheinuferpromenade der Altstadt wird teilweise überflutet, erste Hochwassertore in der Altstadt müssen geschlossen sein.
ab 8,30 m	Hochwassermarke 2: Der Schiffsverkehr wird gesperrt.

Pegelstand und transportierte Wassermenge

Die Wassermenge, die pro Sekunde durch den Rhein transportiert wird, ändert sich deutlich mit dem aktuellen Pegelstand.

Pegelstand	Wasser pro Sekunde in $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Ereignis
10,69 m	10 800	Hochwasser von 1995
10 m	9520	„Schutzhöhe bis 2008“
8,30 m	6960	Hochwassermarke 2
6,20 m	4600	Hochwassermarke 1
2,97 m	2060	Mittelstandwasser
0,81 m	690	Niedrigwasser von 2003

Quelle: <https://www.steb-koeln.de/hochwasser-und-ueberflutungsschutz/akutes-hochwasser/der-koelner-pegel/der-koelner-pegel.jsp>

(abgerufen am 25.10.2021)