

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
----------------------	---

Themengebiet: Natürliche Zahlen

Stundenbild 1 Zahlen und Ziffern unterscheiden	6
Als Zahlendetektive unterwegs	
Stundenbild 2 *** Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen	9
Herr Kranz zählt seine Kunden	
Stundenbild 3 *** Eine Fermiaufgabe bearbeiten	12
Wie viel Schokolade hast du bisher in deinem Leben gegessen?	
Stundenbild 4 Rundungsregeln	15
Wir erstellen ein Merkblatt	
Stundenbild 5 Grundrechenarten	18
Wir erstellen ein Spiel	
Stundenbild 6 Aussagen, Terme und Gleichungen	21
Ein x hat sich verirrt	
Stundenbild 7 Rechengesetze	24
Assoziativgesetz und Kommutativgesetz	

Themengebiet: Geometrie

Stundenbild 8 Winkelberechnungen	26
Eine Welt ohne den rechten Winkel	
Stundenbild 9 Einführung in das Koordinatensystem und die Koordinaten	29
Die Suche nach dem Schlüsselbund	
Stundenbild 10 Achsensymmetrie	32
Alles ist gespiegelt	
Stundenbild 11 *** Vierecke auf ihre Eigenschaften untersuchen	35
Labor der Vierecke	

Stundenbild 12	
Körper und Gitternetze	38
Eine Stadt aus Körpern bauen	

Themengebiet: Größen

Stundenbild 13	
Der Maßstab	41
Als Innenarchitekten unterwegs	

Stundenbild 14 ***	
Längen schätzen	44
In der Klasse sind die Tiere los	

Stundenbild 15	
Einführung in die Längenumrechnung	47
Eine Gruppenarbeit mit Maßbändern	

Stundenbild 16	
Umgang mit Alltagsgrößen	50
Ein Fest, einen Ausflug oder eine Klassenfahrt planen	

Themengebiet: Teilbarkeitsregeln/Brüche

Stundenbild 17	
Einführung in die Teilbarkeit	53
Teilen mit Freunden	

Stundenbild 18	
Endstellenregel	56
Teilbar durch 2–5–10	

Stundenbild 19	
Den Bruchbegriff verstehen	59
KiBa mit Stecksteinen mixen	

Stundenbild 20 ***	
Rechnen mit Brüchen	62
Eine Reise auf den Planeten „Brüche vervielfachen“	

Literaturverzeichnis	66
-----------------------------------	-----------

Digitales Zusatzmaterial: – Arbeitsblätter für alle Stunden als PDF-Dateien und editierbare Word-Dateien
 – Grafiken für Stunde 9 und 12
 – Abbildungsverzeichnis der Arbeitsblätter

Rundungsregeln

Wir erstellen ein Merkblatt

1. Kompetenzbezug

Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, mathematisch argumentieren

2. Sachanalyse

Teilgebiet: Arithmetik

Schwerpunkt: natürliche Zahlen

Notwendige Voraussetzungen: Einführung in die natürlichen Zahlen, Einführung in die Stellenwerttafel, Unterscheidung von Zahl und Ziffer

Fachlicher Hintergrund / Hinweise: Beim Runden wird nicht mit exakten Werten, sondern mit Näherungswerten gearbeitet. Für das Runden auf eine Stelle n wird die nachfolgende Stelle betrachtet. Das mathematische Zeichen für das Runden ist \approx .

Es gilt: Die Stelle n wird

- abgerundet, wenn an nachfolgender Stelle eine Ziffer kleiner 5 steht. In diesem Fall verändert sich n nicht. Die Stellen nach n werden zu Nullen.
- aufgerundet, wenn in der n nachfolgenden Stelle eine Ziffer größer oder gleich 5 steht. In diesem Fall wird n um eins erhöht. Ist n eine 9, so wird die nächste Stelle vor n um eins erhöht, und n wird, wie die restlichen Stellen von n , zur 0.
- Soll z.B. 15 963 auf die Hunderter gerundet werden, wird 15 963 zu 16 000 ($15\,963 \approx 16\,000$).

Dieser Hinweis ist später auch beim Runden von Dezimalzahlen wichtig, da diese oft als Zwischenwerte für weitere Rechnungen genutzt werden. Die Vorgehensweise ist dabei vergleichbar mit dem Runden der natürlichen Zahlen.

In Diagrammen, Schaubildern und anderen mathematischen Darstellungen wird für eine bessere Überschaubarkeit oft ein gerundeter Wert genutzt. Auch andere Datenerhebungen nutzen bei großen Zahlen gerundete Werte.

Eine Überprüfung der Richtigkeit der gerundeten Werte kann also durch das Hereingeben der richtigen Lösungen nach der vorgegebenen Regel überprüft werden. Bei Umkehraufgaben (z.B. „Die Zahl wurde auf die Hunderter 12 700 gerundet. Gib an, welche Ziffer vor dem Runden an der Zehnerstelle gestanden haben könnte.“) oder in Diagrammen, die bereits gerundete Werte angeben, gibt es keine eindeutige Überprüfbarkeit, da mehrere Lösungen möglich sind und es sich um Näherungswerte handelt. Die Lernenden sollten das Runden verinnerlichen, aber von einer rein kalkülhaften (unreflektierten) Rundung wird abgeraten. So kann das Verinnerlichen des Vorgangs auch mit der Begriffsbildung verknüpft werden, bei der die Lernenden die Begriffe „Ziffer“, „Zahl“ und „Stelle“ richtig verwenden müssen. Wichtig ist auch die Sensibilisierung der Lernenden für die Sinnhaftigkeit des Rundens. So ist es z.B. nicht zulässig, zu runden, wenn der Codierungsaspekt von Zahlen vordergründig ist (z.B. bei ISBN-Angaben, Telefonnummern oder Postleitzahlen).¹⁶ Auch ist es von Bedeutung, den Unterschied von Runden und Überschlagen zu thematisieren.

Anschlussmöglichkeiten: Diagramme und Schaubilder auswerten und herstellen, Dezimalzahlen runden

3. Lernziele

Die Lernenden reflektieren ihr Wissen über das Runden einer Zahl. Sie nutzen dieses Wissen als Grundlage, um unterschiedliche Zahlen zu runden und die Sinnhaftigkeit des Rundens zu begründen.

4. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Die geplante Stunde kann in einer Unterrichtsreihe zu natürlichen Zahlen / großen Zahlen dargeboten werden. In der geplanten Stunde ist das richtige Runden und das Erinnern an das Vorgehen vordergründig, daher bietet sich die Förderung der mathematischen Kompetenzen „Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen“ und „Argumentieren“ an, wobei auch die Kompetenz „Kommunizieren“ beiläufig gefördert wird.

Beim Arbeiten mit Statistiken, Diagrammen, Schaubildern im Alltag oder Schulunterricht werden oft gerundete Werte genutzt, um z. B. Vereinfachungen vorzunehmen. Diese setzen Kenntnisse zum richtigen Deuten voraus.¹⁷

Für die geplante Stunde ist es sinnvoll, auf das Vorwissen der Lernenden zurückzugreifen. Hierzu wird ein individuelles Erinnerungsblatt ausgefüllt, bei dem die Lernenden mithilfe von Impulsfragen an die Inhalte aus der Grundschule erinnert werden. Für schnelle Schüler kann auch bereits das Expertenarbeitsblatt mit Aufgaben zum Runden und zur Sinnhaftigkeit des Rundens herausgegeben werden.

Für die weitere Planung hat das kooperative Arbeiten einen hohen Stellenwert. Gemeinsam in einer Gruppe sollen die Lernenden Merkblätter für das Runden einzelner Stellen erstellen. Hierfür eignen sich leistungsheterogene Gruppen, um eine gegenseitige Unterstützung gewährleisten zu können. Dabei konzentrieren sich die jeweiligen Gruppen auf unterschiedliche Rundungsstellen. Die am Ende der Stunde gemeinsam zusammengesetzte Regel kann als Plakat im Klassenraum sichtbar aufgehängt werden und die positive Interdependenz unterstreichen, da das Regelblatt als gemeinsames Ergebnis hergestellt wurde.

Nach einer Vertiefung der Inhalte durch Anwendungsaufgaben erfolgt das erneute¹⁸ Ausfüllen des Erinnerungs- und Expertenbogens. Am besten mit einer auffälligen Farbe, damit die Ergänzung bzw. Verbesserung kenntlich wird. Hierdurch soll der Lernerfolg noch einmal sichtbar werden.

5. Verlaufsplanung (60 min)

Vorbereitung: AB 1 (Erinnerungsbogen) im Klassensatz vorbereiten / Gruppeneinteilung und Aufgabenzuweisung vornehmen / AB 2 (Merkblatt) für die Gruppen vorbereiten und oben ausfüllen, für welche Rundung die Gruppe zuständig ist / AB 3 (Checkliste) pro Gruppe vorbereiten / SOS Formulierungshilfen pro Gruppe vorbereiten / AB 4 (Experten), AB 5 (Kontrollblatt) im Klassensatz vorbereiten / Plakat vorbereiten

Phase/Zeit	Geplantes Unterrichtsgeschehen	Sozialform	Medien/Material
Einstieg (ca. 10 min)	Erinnerungsbogen (Stoff aus der Grundschule) wird ausgefüllt.	EA	AB 1
Erarbeitung (ca. 15 min)	Die LK teilt die Klasse in einzelne Gruppen ein und erklärt die Aufgaben und Rollen. Die SuS erarbeiten in den jeweiligen Gruppen einen Merktettelabschnitt zum Runden auf eine bestimmte Stelle.	GA	AB 2 AB 3 SOS
Zwischen-sicherung (ca. 10 min)	Die einzelnen Rundungsregeln werden vorgestellt und auf dem großen Plakat als Merktettel zusammengeklebt. Die Beispiele der Gruppen werden nochmals an die Tafel geschrieben.	Plenum	Plakat als Merktettel, Tafel mit Beispielaufgaben
Vertiefung (ca. 10 min)	Die SuS runden unterschiedliche Zahlen und können bei Bedarf auf das Merkblatt und die Tafel schauen. Ebenso begründen die SuS die Sinnhaftigkeit des Rundens an einzelnen Beispielen. Die Sicherung erfolgt in Selbstkontrolle.	EA	AB 4 Lösungen
Ergebnis-sicherung/ Reflexion (ca. 15 min)	Der Erinnerungsbogen vom Beginn der Stunde wird nochmals in einer anderen Farbe ergänzt bzw. berichtet.	EA	AB 1

VORBEREITUNG

Grundrechenarten

Wir erstellen ein Spiel

1. Kompetenzbezug

Mathematisch kommunizieren und argumentieren

2. Sachanalyse

Teilgebiet: Arithmetik

Schwerpunkt: natürliche Zahlen

Notwendige Voraussetzungen: Einführung in die natürlichen Zahlen, rechnen mit natürlichen Zahlen, Fachbegriffe der natürlichen Zahlen, Fachbegriffe der Grundrechenarten

Fachlicher Hintergrund / Hinweise: Die Arithmetik mit den Grundrechenarten ist ein Hauptgebiet der Mathematik. Der Umgang mit den Rechenoperationen und deren Begriffen ist eine wichtige Grundlage der Mathematik und die Voraussetzung für unterschiedliche Teilgebiete der Mathematik (z. B. Algebra, Stochastik etc.). Das Bewusstmachen und Festigen der Grundrechenarten im Gebrauch der natürlichen Zahlen ermöglicht einen besseren Zugang zu anderen Zahlenbereichserweiterungen.

Addieren und Subtrahieren sind entgegengesetzte Rechenoperationen und können jeweils als Kontrollrechnung genutzt werden (z. B. $3 + 4 = 7$ und $7 - 3 = 4$ oder $7 - 4 = 3$). Die Addition von natürlichen Zahlen kann an der Grundvorstellung *hinzufügen*, *dazulegen* und das Subtrahieren hingegen an *wegnehmen*, *vermindern* thematisiert werden.¹⁹

Die Multiplikation und die Division sind auch entgegengesetzte Rechenoperationen und können jeweils als Kontrollrechnung genutzt werden (z. B. $3 \cdot 4 = 12$ und $12 : 3 = 4$ oder $12 : 4 = 3$). Das Multiplizieren kann als Vervielfachen oder mehrfache Addition dargestellt werden. Bei der Division ist das Verteilen oder Aufteilen als Grundvorstellung gängig.

In Textaufgaben und beim Thema Terme sind die Fachtermini zu den Grundrechenarten auch ein unerlässliches Handwerkszeug für Mathematiker.

Die Begriffe der Addition und Multiplikation umfassen nur zwei verschiedene Glieder, nämlich für die addierten (Summand 1 und 2) bzw. multiplizierten (Faktor 1 und 2) Zahlen, da die Reihenfolge keinen Einfluss auf das Endergebnis hat²⁰ und die Glieder beliebig vertauschbar sind. Im Gegensatz dazu muss bei Subtraktionen und Divisionen die Position der einzelnen Werte eingehalten werden, da die Rechnung sonst zu einem anderen Ergebnis führt. Das Kommutativ- und das Assoziativgesetz können nur bei der Addition und Multiplikation angewandt werden.²¹

Die Fachbegriffe der einzelnen Grundrechenarten lauten wie folgt:

- Bei der Addition wird das Ergebnis der Aufgabe „Summe“ und die einzelnen Glieder jeweils „Summanden“ genannt. Das Rechenzeichen ist ein +.
- Bei einer Subtraktion wird das Ergebnis der Aufgabe „Differenz“ genannt. Das erste Glied ist der „Minuend“, das zweite Glied der „Subtrahend“. Das Rechenzeichen ist ein –.
- Bei der Multiplikation wird das Ergebnis „Produkt“ genannt und die einzelnen Glieder sind die „Faktoren“. Das Rechenzeichen ist ein ·.

¹⁹ z. B. an der Zahlengeraden oder mithilfe von Rechengeschichten.

²⁰ vgl. Stunde 6
²¹ vgl. Frahm, C. (2012). Mathematik für Lehrende Band 1. 4. erweiterte Auflage, Norderstedt, S. 37.

- Bei der Division wird das Ergebnis „Quotient“ genannt. Das erste Glied ist der „Divisor“, das zweite Glied ist der „Dividend“. Das Rechenzeichen ist ein $:$.

Anschlussmöglichkeiten: Schriftliches Rechnen, Kommutativ- und Assoziativgesetz, Terme und Gleichungen

3. Lernziele

Die Lernenden stellen Rechenoperationen auf und verwenden dabei die Fachtermini zu den Grundrechenarten. Sie erproben das Spiel, bei dem sie ihre Rechentechniken verfestigen und stellen dabei besondere Anforderungen der Gliedreihenfolge bei Subtraktion und Division fest.

4. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Die geplante Stunde kann in einer Unterrichtsreihe zum Rechnen mit natürlichen Zahlen als Übungssequenz dargeboten werden. Da das Vorgehen begründet werden muss und auch die Fachtermini benötigt werden, eignet sich die Förderung der mathematischen Kompetenzen „Argumentieren“ und „Kommunizieren“.

Der Zahlenbegriff und der Umgang mit den Rechenoperationen und deren Begriffe werden ab der Grundschule veranlagt und bis zum Abitur erweitert und vertieft. Die geplante Stunde ist zur Festigung der bereits eingeführten Begriffe geeignet. Zu Beginn der Stunde führt die Lehrkraft das Planungsvorhaben ein, um einen reibungslosen Ablauf bei der folgenden Spielherstellung zu gewährleisten. Hauptmerkmal der Stunde ist die Gestaltung eines Spiels, das gleichzeitig eine motivierende Funktion hat. Durch die selbst entwickelten Formulierungen und die anschließende Erprobung derselben wird der Umgang geübt und vertieft. Daneben werden die SuS bei der Entwicklung der Formulierungen oder der Erprobung der eigenen Spielkärtchen feststellen, dass die Zahlenwerte bei der Subtraktion und Division nicht willkürlich gewählt werden können, wenn ein Rechenergebnis aus der Reihe der natürlichen Zahlen erwartet wird.²² Um dieses Problem zu lösen, können die Schüler verschiedene Strategien wählen.

1. Sie könnten die Spielanleitung verändern, indem Sie z. B. erlauben, die Reihenfolge von Zahl 1 und Zahl 2 beim Subtrahieren und Dividieren zu verändern (Beispiel: „Subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl.“).
2. Sie könnten die Werte auf den Zahlenkärtchen so wählen, dass sie mit allen Rechnungen kompatibel sind, z. B. dass sie nur Zahlenwerte aus einer bestimmten Zahlenreihe nehmen (2er-Reihe, 3er-Reihe) und die großen Zahlenwerte auf die Zahlenkarte 1 schreiben (Beispiel: 30 auf gelbem, 4 auf orangem Zahlenkärtchen führt bei jeder Rechenoperation zu einem sinnvollen Ergebnis im Bereich \mathbb{N}).

Diese implizierte Fehlerquelle kann die Schüler dazu anregen, selbstständig die Rechengesetze oder Teilbarkeitsregeln zu erkennen. Die Erprobung des Spiels mit einer Kontrollgruppe eignet sich somit als gute Rückmeldung. Im Zuge der Reflexion können die Lernenden ihre Entdeckungen rückmelden.

5. Verlaufsplanung (45 min)

Vorbereitung: Kopfrechenaufgaben organisieren / Gruppeneinteilung vornehmen (zu empfehlen sind Gruppen von 4 bis 5 SuS) / AB 1 (Anleitung für die vier Grundrechenarten) pro Gruppe vorbereiten / AB 2 pro Gruppe vorbereiten / Spielanleitung und Spielplan pro Gruppe vorbereiten / Spielsteine und Würfel pro Gruppe organisieren / pro Gruppe 15 gelbe, 15 orange sowie 12 blaue Zahlenkärtchen (empfohlen wird DIN A7) organisieren

Phase/Zeit	Geplantes Unterrichtsgeschehen	Sozialform	Medien/Material
Einstieg und Klärung des Vorhabens (ca. 5 min)	Die SuS lösen unterschiedliche Kopfrechenaufgaben zu den Grundrechenarten.	Plenum	Kopfrechenaufgaben
Erarbeitung (ca. 25 min)	Die LK stellt den SuS die AB 1 und 2, die Aufgaben, den Spielplan und die vorbereiteten Spielkärtchen vor und erläutert das Vorgehen bei der Gruppenarbeit. Die SuS verinnerlichen die Fachwörter zu den Grundrechenarten. Anschließend formulieren sie mit den Fachbegriffen eigene Rechenoperationen und bereiten Zahlenkärtchen vor. Diese nutzen sie für den späteren Spielablauf. Die SuS überprüfen individuell ihre Ergebnisse durch das Erproben ihres Spiels.	GA	AB 1, AB 2 Spielanleitung und Spielplan, Spielkärtchen (jeweils 15 gelbe und orange sowie 12 blaue für die Rechenanleitung), Würfel, Spielsteine
Sicherung (ca. 10 min)	Die SuS spielen die entwickelten Spiele einer anderen Gruppe zur Probe.	GA	s. o.
Reflexion (ca. 5 min)	Die SuS führen eine Gesprächsrunde zu ihren Entdeckungen / Feststellungen / Irritationen, die ggf. von der LK klargestellt werden.	Plenum	