II.A.40

Analysis

Differentialrechnung als Hilfsmittel in technischen Handlungssituationen

Ein Beitrag von Johann-Georg Vogelhuber

© RYosha/iStock/Getty Images Plus

VORSCHAU

Die Differentialrechnung ist ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Anwendungssituationen. Gerade technische Fragestellungen bieten eine Vielzahl von unterschiedlichen Herausforderungen, die über die einfache Optimierung einer Pappschachtel deutlich hinausgehen. Motivieren Sie Ihre Klasse durch die Bearbeitung von praxisbezogenen Projektaufgaben und fördern Sie so die Kompetenz zur Modellierung mit den Werkzeugen der Analysis.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	Sek. II
Dauer:	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 4)
Inhalt:	Berechnung von Extremwerten und Wendepunkten
Kompetenzen:	mathematisch modellieren (K3), kommunizieren (K6)

netzwerk lernen

zur Vollversion

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt
Planung für 3–4 Stunden

Einstieg

Thema: **Problemorientierter Unterrichtseinstieg**

M 1 (Ab) Die Einparkformel

Benötigt:
- ☐ Modellautos oder andere rechteckige Gegenstände

Erarbeitung

Thema: **Berechnung des Wendepunktes**

M 2 (Ab) Modellierung des Einparkvorgangs
M 3 (Ab) Punkt zum Gegenlenken berechnen

Benötigt:
- ☐ GTR oder CAS

Ergebnissicherung

Thema: **Erstellung eines Gutachtens**

M 4 (Ab) Formulierung eines Gutachtens
M 5 (Ab) Reflexion: Schritte zur Lösung des Problems

Übung

Thema: **Projektaufgaben**

M 6 (Ab) Verbesserung der Ladezeit eines Akkus
M 7 (Ab) Optimierung der Flugzeit einer Notfall-Drohne
M 8 (Ab) Optimierung der Abmessungen eines Einwegkaffeebechers
M 9 (Ab) Bewertungsschema für Projektaufgaben

Benötigt:
- ☐ GTR oder CAS
- ☐ PC oder Tablet zur Erstellung des Gutachtens

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 15.

VORSCHAU

© RAABE 2022

netzwerk lernen
zur Vollversion

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für vier Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1	(Ab)	Die Einparkformel
M 2	(Ab)	Modellierung des Einparkvorgangs
M 3	(Ab)	Punkt zum Gegenlenken berechnen
M 4	(Ab)	Formulierung eines Gutachtens

Erklärung zu den Symbolen

Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

	Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.
	Dieses Symbol markiert Wichtiges und Merksätze.
	Dieses Symbol markiert Tipps.
	Dieses Symbol markiert geforderte Internetrecherche.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden ein Smartphone nutzen sollen.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen Videos angesehen werden.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden einen Taschenrechner für die Lösung nutzen sollen.

© RAABE 2022

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

M 1 Einstieg: Die Einparkformel

Einstiegsvideo

https://raabe.click/einparken

Der Park-Pilot verwendet zum Einparken einen Algorithmus, der sich vereinfacht mit den folgenden drei Schritten beschreiben lässt:

- Langsam rückwärtsfahren, dann Lenkrad voll einschlagen
- Im „richtigen" Moment gegenlenken

© snegok13/iStock/Getty Images Plus

Fragestellung

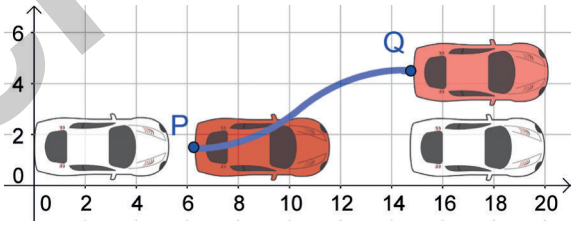
An welcher Stelle des Einparkvorgangs muss der Park-Pilot gegenlenken, um optimal einparken zu können?

Zur Vereinfachung können Sie bei Schritt 3 annehmen, dass das Fahrzeug stehen bleibt, bis das Lenkrad auf den neuen Einschlagwinkel gedreht wurde.

Analyse

Versuchen Sie den Punkt zum Gegenlenken durch Ausprobieren **herauszufinden.**

Spielen Sie dazu den Einparkvorgang beispielsweise mit Modellautos, Radiergummis oder anderen geeigneten Gegenständen nach. **Markieren** Sie den gefundenen Punkt in der nebenstehenden Skizze.



Grafik: opengamesart.org, Lizenz CC0 1.0 Universal, bearbeitet durch Johann-Georg Vogelhuber

Wie könnte man diesen Punkt rechnerisch bestimmen? Notieren Sie Ihre Überlegungen

Tipp

Die Ausrichtung des Fahrzeugs zur x-Achse kann auch als Steigungswert aufgefasst werden. Welchen Steigungswert hätte das rote Fahrzeug an den Punkten P und Q?

© RAABE 2022

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

M 5 Reflexion: Schritte zur Lösung des Problems

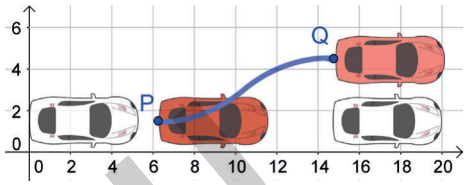
Zur Beantwortung der Frage wurden mehrere Schritte aufgestellt. Hinter diesen Schritten steckt ein allgemeines Prinzip, das sich in vielen Situationen anwenden lässt.

Aufgabe

Ergänzen Sie in dem folgenden Text die Lücken. Für jede Phase müssen Sie dazu typische Schritte **nennen**, die man ausführt, um der Lösung des Problems ein Stück näher zu kommen. **Überlegen** Sie dazu, welche Schritte Sie bei der Berechnung des Punktes zum Gegenlenken durchgeführt haben.

Phase 1: Analyse der gegebenen Situation

In diesem Schritt versucht man, die Situation zu verstehen und sucht nach Größen und möglichen relevanten _____ zwischen diesen Größen.

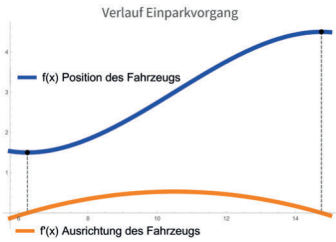


Mögliche Schritte: _____

_____

Phase 2: Übersetzen in ein mathematisches Modell

Gibt es erkennbare Zusammenhänge zwischen zwei Werten, z. B. hier zwischen der x- und der y-Koordinate des Fahrzeugs, so kann man versuchen, für diesen Zusammenhang eine _____ aufzustellen.



Mögliche Schritte: _____

_____

Phase 3: Mathematische Lösung des Problems mithilfe des Modells

Als Nächstes werden mithilfe der aufgestellten Funktion und den Werkzeugen der Analysis Berechnungen zur Lösung des Problems durchgeführt. Typische Berechnungen zur Untersuchung von Funktionen:

_____

_____

Phase 4: Beantwortung der Frage

Zum Schluss wird das berechnete Ergebnis dokumentiert und zur Beantwortung der Eingangsfrage verwendet. Dabei sollte das Ergebnis im Zusammenhang interpretiert werden.

Bestandteile eines Gutachtens:

_____

Bildquellen von oben nach unten: Grafik: opengamesart.org, L
Vogelhuber; Grafik: Johann-Georg Vogelhuber; © k_samurkas/iSto

© RAABE 2022

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

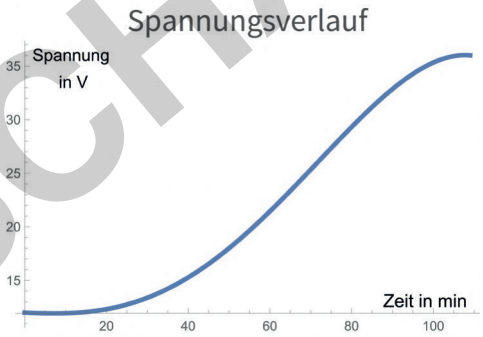
Projektaufgabe: Verbesserung der Ladezeit eines Akkus

M 6

© mixetto/E+

E-Scooter erfreuen sich zunehmender Beliebtheit. Dabei werden Scooter mit entladendem Akku vom Unternehmen eingesammelt und zentral aufgeladen. Dies ist eine große logistische Herausforderung.
Damit die Ladezeiten eines Akkus verkürzt werden können, plant das Unternehmen, neue Schnellladegeräte einzusetzen. Bei diesem Ladevorgang erwärmt sich der Akku deutlich stärker als bei dem aktuell verwendeten Verfahren. Um eine Überhitzung des Akkus und damit eine Verkürzung der Lebensdauer zu vermeiden, wird der Ladevorgang bei einer bestimmten Temperatur unterbrochen. Dieses Verfahren hat aber einen erheblichen Nachteil, da die Abschaltung immer erst dann ausgelöst wird, nachdem sich die Zelle bereits erwärmt hat. Dadurch wird ein längerer Zeitraum für die Abkühlung benötigt und die Ladedauer verringert sich erheblich. Ein geeignetes Kriterium für die Unterbrechung des Ladestromes ist die Ermittlung des stärksten Anstiegs der Spannungskurve. Zu diesem Zeitpunkt ist der Temperaturanstieg ebenfalls am größten.

Typischerweise haben die Akkus zu Beginn des Ladevorgangs eine Spannung von 12 Volt. Die Spannung bei Vollladung entspricht 36 Volt. Während des Ladevorgangs steigt die Spannung entsprechend der abgebildeten Spannungskurve. 75 Sekunden nach Erreichen der Vollladung fällt die Spannung auf 35,98 V. Danach beginnt die Phase der Überladung. Nach Herstellerangaben wird die Vollladung von 36 V nach 107 Minuten und 45 Sekunden erreicht, wenn die Spannung zu Beginn des Ladevorgangs 12 Volt betrug. Nach ca. 50 Minuten ist der Akku zu 50 % geladen. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Spannung 18 V.



Grafik: Johann-Georg Vogelhuber

Erklärvideo

https://raabe.click/Funktionsterm aufstellen

LearningSnack

https://raabe.click/Verbesserung der Ladezeit

Arbeitsauftrag

Zur Planung der Logistik für den Ladevorgang wird die Zeit bis zur Abschaltung der Ladespannung am Wendepunkt der Ladekurve benötigt. **Bestimmen** Sie die entsprechende Zeit in Minuten und **formulieren** Sie Ihre Antwort in Form eines Gutachtens.

Tipp 1

Stellen Sie eine Funktion für die Ladekurve aus den gegebenen Daten auf. Die Funktion hat den Verlauf einer ganzrationalen Funktion 4. Grades.

Tipp 2

Über den *LearningSnack* bekommen Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung zum Aufstellen der Funktion. Bei Bedarf können Sie sich auch das verlinkte Erklärvideo anschauen.

© RAABE 2022

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion