

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 5

Lineare Gleichungssysteme 7

Lineares Gleichungssystem und grafische Lösung 7

Gleichsetzungsverfahren 9

Einsetzungsverfahren 11

Additionsverfahren 13

Vom Text zum LGS 15

Textknacker 17

Satzgruppe des Pythagoras 19

Lehrsatz des Pythagoras 19

Berechnung der Länge der Hypotenuse 21

Berechnung der Länge einer Kathete 23

Verständnishilfen I – Anwendungen 25

Verständnishilfen II – Anwendungen 27

Kathetensatz 29

Höhensatz 31

Quadratische Funktionen und Gleichungen 33

Quadratische Funktionen – Allgemeines 33

Graph der Funktion $y = x^2 + e$ 35

Graph der Funktion $y = -x^2 + e$ 37

Graph der Funktion $y = ax^2$ 39

Graph der Funktion $y = (x - d)^2$ 41

Graph der Funktion $y = (x - d)^2 + e$ 43

Nullstellenberechnung I 45

Nullstellenberechnung II 47

pq-Formel 49

Quadratische Ergänzung und Scheitelpunktform 51

Anwendungen im Alltag 53

Kurvendiskussion 55

Potenzen und Wurzeln 57

Potenzen 57

Potenzgesetze 59

Wurzelziehen und Quadratwurzeln 61

Rechenregeln für Wurzeln 63

Inhaltsverzeichnis

Trigonometrie 65

Trigonometrie allgemein 65

Sinus 67

Sinus – Anwendungen 69

Kosinus 71

Kosinus – Anwendungen 73

Tangens 75

Tangens – Anwendungen 77

Sinussatz 79

Kosinussatz 81

Ähnlichkeit 83

Zentrische Streckung 83

Erster Strahlensatz 85

Erster Strahlensatz – Anwendungen 87

Zweiter Strahlensatz 89

Zweiter Strahlensatz – Anwendungen 91

Kreis 93

Umfang und Flächeninhalt des Kreises 93

Kreisring, Kreissektor und Kreisbogen 95

Körper 97

Volumen von quadratischen Pyramiden 97

Oberflächeninhalt von quadratischen Pyramiden 99

Volumen und Oberflächeninhalt von Kegel –

Kugel – Dreiecksprisma 101

Zeichnen von Schrägbildern 103

Zufallsexperimente 105

Zufallsexperiment und Laplace-Wahrscheinlichkeit 105

Mehrstufiges Zufallsexperiment 107

Statistische Kenngrößen 109

Die Benutzerhinweise zum Download des Zusatzmaterials und den entsprechenden Zusatzcode finden Sie auf der letzten Karte.

Erklärung: Additionsverfahren

Beim **Additionsverfahren** werden die beiden Gleichungen so addiert, dass eine Variable wegfällt und somit nach der anderen Variablen aufgelöst werden kann. Vorher muss häufig eine Gleichung (oder sogar beiden Gleichungen) so mit einer von Null verschiedenen Zahl multipliziert werden, dass vor derselben Variablen eine Zahl und ihre Gegenzahl (z. B. 2 und -2) stehen. Anschließend wird durch Einsetzen in eine der beiden Gleichungen der noch unbekannte Wert berechnet und die Lösungsmenge notiert. Zum Beispiel:

1. Multiplizieren beider Gleichungen, damit Zahl und Gegenzahl vor y stehen:

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 2x + 3y = -1 \quad | \cdot 2 \\ \text{II} \quad 3x - 2y = 18 \quad | \cdot 3 \\ \hline \text{I} \quad 4x + 6y = -2 \\ \text{II} \quad 9x - 6y = 54 \end{array}$$

2. Addition beider Gleichungen:

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 4x + 6y = -2 \\ \text{II} \quad 9x - 6y = 54 \\ \hline 13x \quad = 52 \end{array}$$

3. Gleichung nach x auflösen:

$$\begin{array}{l} 13x = 52 \quad | :4 \\ x = 4 \end{array}$$

4. y berechnen (mit Ausgangsgleichung I):

Tip: Man sollte immer die Ausgangsgleichung nehmen, um zu sehen, ob richtig gerechnet wurde (siehe Probe).

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 4 + 3y = -1 \\ 8 + 3y = -1 \quad | -8 \\ 3y = -9 \quad | :3 \\ y = -3 \end{array}$$

5. Probe mit Ausgangsgleichung II

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 4 - 2 \cdot (-3) = 18 \\ 12 + 6 = 18 \\ 18 = 18 \text{ (wahre Aussage)} \end{array}$$

6. Lösungsmenge notieren: $\mathbb{L} = \{(4|-3)\}$

Additionsverfahren

Löse das LGS mit dem Additionsverfahren und gib die Lösungsmenge an.

- | | | |
|----|--|---|
| 1. | $\begin{array}{l} \text{I: } 24 = 4y - 2x \\ \text{II: } 6y + 3x = 60 \\ \hline \text{I: } 4y - 2x = 24 \\ \text{II: } 6y + 3x = 60 \end{array}$ | $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I: } 24 = 4y - 2x \\ \text{II: } 6y + 3x = 60 \\ \hline \text{I: } 4y - 2x = 24 \\ \text{II: } 6y + 3x = 60 \end{array}} \right\}$ <p>Zur Vorbereitung der Addition werden alle Gleichungsglieder passend untereinander geschrieben. Zum Beispiel:</p> |
| 2. | $\begin{array}{l} \text{I: } -3y + 2x = 8 \\ \text{II: } 6y + 5x = 20 \end{array}$ | |
| 3. | $\begin{array}{l} \text{I: } 6x = 5y + 9 \\ \text{II: } 4x - 7y = -5 \end{array}$ | |
| 4. | $\begin{array}{l} \text{I: } 2y + x = 5 \\ \text{II: } 16y + 8x = 48 \end{array}$ | |

VORSCHAU

Erklärung: Berechnung der Länge der Hypotenuse

Die beiden Katheten werden meistens a und b genannt. Ihre Längen werden jeweils quadriert und die Potenzen addiert. Aus der Summe wird dann die Wurzel gezogen. Das Ergebnis kann gerundet werden. Gibt es in einem Dreieck keine Seitenbezeichnungen, dann wird die Hypotenuse mit x bezeichnet.

Beispiel:

gegeben: $a = 4 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$

gesucht: Länge der Hypotenuse c

Lösung:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

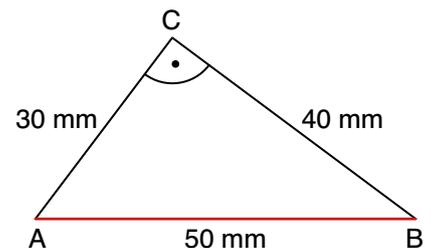
$$(4 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 = c^2$$

$$16 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2 = c^2$$

$$25 \text{ cm}^2 = c^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$5 \text{ cm} = c \rightarrow c = 5 \text{ cm}$$

Skizze:



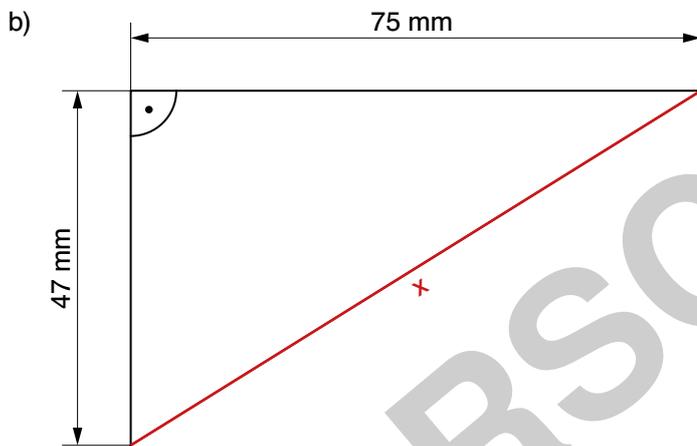
Beachte: c^2 ist nicht c , deshalb muss am Ende der Berechnung die Wurzel gezogen werden.

Tipp: Eine **Skizze** hilft, die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks gut zu erkennen und sie geeignet zu benennen.

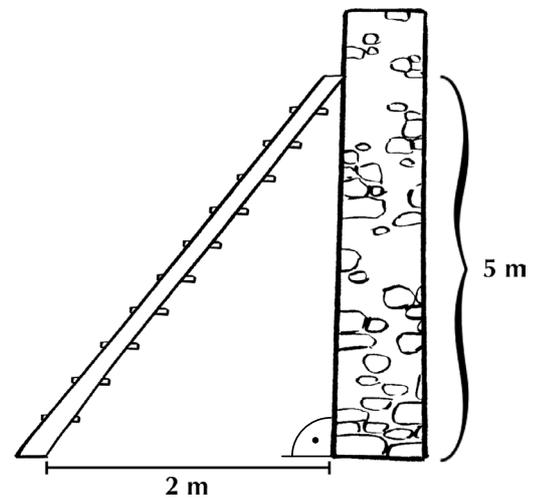
Berechnung der Länge der Hypotenuse

SATZGRUPPE DES
PYTHAGORAS

1. Berechne die Länge der Hypotenuse.
a) Katheten: $b = 7 \text{ cm}$; $a = 5 \text{ cm}$.



2. Berechne die Länge der Leiter.



Erklärung: Graph der Funktion $y = x^2 + e$

Bestandteile der Funktionsgleichung:

$y = x^2 + e$ ← absolutes Glied (y-Wert des Schnittpunktes mit der y-Achse)

↑

quadratisches Glied

Die Konstante e bewirkt bei der Parabel eine Verschiebung in Richtung der y-Achse, für $e > 0$ nach oben (z. B. $y = x^2 + 3$) bzw. für $e < 0$ nach unten (z. B. $y = x^2 - 2$). Scheitelpunkt ist $S(0|e)$.

Eigenschaften der Parabel zu $y = x^2 + e$:

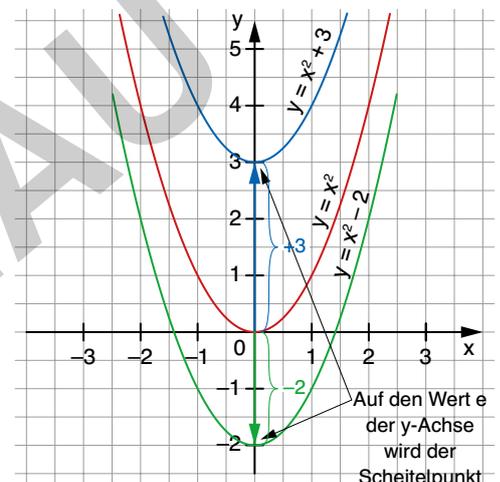
Ihr Scheitelpunkt S ist $S(0|e)$.

Sie ist nach oben geöffnet und symmetrisch zur y-Achse.

$e > 0$: Sie ist **nach oben verschoben** (Verschiebung in positive y-Richtung) und besitzt keinen Schnittpunkt mit x-Achse.

$e < 0$: Sie ist **nach unten verschoben** (Verschiebung in negative y-Richtung) und besitzt zwei Schnittpunkte mit der x-Achse.

$e = 0$: Sie ist nicht verschoben; es handelt sich um die Normalparabel. Sie hat einen Berührungspunkt im Koordinatenursprung.



Auf den Wert e der y-Achse wird der Scheitelpunkt der Parabel verschoben.

Graph der Funktion $y = x^2 + e$

1. Vervollständige die Wertetabelle für folgende Funktionen und zeichne die Funktionsgraphen mit der Normalschablone in das KOS. Gib jeweils den Scheitelpunkt an.

Hilfestellung:

Berechnung des y-Wertes für $y = x^2 + 2$ für den x-Wert -2 :

$$y = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

Berechnung des y-Wertes für $y = x^2 - 1$ für den x-Wert -2 :

$$y = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2 + 2$	6				
$y = x^2 - 1$	3				

2. Beschreibe die Eigenschaften der Parabel der Funktion $y = x^2 - 1$.