Inhaltsverzeichnis

Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

Inhaltsverzeichnis

KOHL VERLAG Lernen mit Erfolg
Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745

Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

öffentlich wird in der Bundesrepublik Deutschland oftmals kritisiert: Zahlreichen Kindern und Jugendlichen fehlt es an grundlegenden, ja sogar elementaren mathematischen Kenntnissen, Fertigkeiten sowie Fähigkeiten. Leider wird dies im Einzelfall dann oft im ganzen, folgenschweren Ausmaß erst recht spät bemerkt, wenn der Schüler bei neuem Stoff gerade auf diese wichtigen Grundfähigkeiten angewiesen ist. Diese Problematik wirkt sich eben besonders im Fach Mathematik aus.

Vor diesem Hintergrund ist der vorliegende Band dafür bestimmt, die mathematischen Leistungen der Heranwachsenden zu verbessern. Zielsetzungen des Bandes sind die Vermittlung, Festigung, Wiederholung, Überprüfung elementarer und grundlegender Kenntnisse sowie Erkenntnisse in Mathematik.

Der Band ist gegliedert in insgesamt 16 mathematische Themenbereiche (= „Bausteine“), die gewöhnlich in der Sekundarstufe I behandelt werden. Die Bandbreite der Themenbereiche reicht beginnend mit Zahlenarten ... über die Bruchrechnung ... , Prozentrechnung ... , Planimetrie (= Flächenlehre) ... bis hin zur Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Jeder Themenbereich (= „Baustein“) wird auf jeweils 5 Seiten thematisiert. Dabei erfolgt jeweils zuerst auf einer Seite eine Einführung in den betreffenden Themenbereich. Diese 16 Einführungsseiten sind auch an der Unterstreichung der Überschrift zu erkennen, insbesondere im Inhaltsverzeichnis.

Die dargebotenen Materialien gingen aus der langjährigen Unterrichtstätigkeit des Autors hauptsächlich in der Sekundarstufe I hervor. Vor allem bieten sich die Materialien für lern-/leistungsschwächere Schüler an; aber auch darüber hinaus eignen sich die präsentierten Materialien für den Mathematikunterricht.

Wie bereits oben im ersten Absatz angedeutet, ist es für einige Schüler auch an weiterführenden Schulen durchaus sehr sinnvoll, wenn ihnen gelegentlich Material zur Verfügung gestellt wird, mit dem Grundkenntnisse wiederholt und gefestigt werden können. Oft wird dies von den Schülern oder auch deren Eltern sogar dankbar angenommen.

Sollten Sie als Lehrkraft etwaige Fehler im Band entdecken, so sei für Hinweise darauf vorweg gedankt, ebenso für sonstige Verbesserungsvorschläge. Viele Erfolg beim Einsatz der bereitgehaltenen Materialien wünschen der Kohl-Verlag und

Friedhelm Heitmann

1 Zahlenarten – Einführung

Unterschiedliche Zahlenarten gibt es. Wir beschränken uns hier auf 10 verschiedene Zahlenarten:

1. Natürliche Zahlen = Zahlen, mit denen u. a. gezählt wird

Beispiele: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ...

2. Gerade Zahlen = natürliche Zahlen, die durch 2 ohne Rest teilbar sind

Beispiele: 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ...

3. Ungerade Zahlen = natürliche Zahlen, die beim Teilen durch 2 den Rest 1 haben

Beispiele: 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ...

4. Primzahlen = natürliche Zahlen, die ohne Rest nur durch 1 und durch sich selbst teilbar sind

Beispiele: 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ...

5. Zerlegbare (= zusammengesetzte Zahlen) = natürliche Zahlen, die sich als Ergebnis des Malnehmens (= Multiplizierens) von (mindestens) 2 anderen natürlichen Zahlen darstellen lassen

Beispiele: $4\ (= 2 \cdot 2)$; $6\ (= 2 \cdot 3)$; $8\ (= 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2)$;
$10\ (= 2 \cdot 5)$; $15\ (= 3 \cdot 5)$; $30\ (= 6 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5)$ ...

6. Brüche = Zahlen, die einen Zähler und einen Nenner haben; Zahl oberhalb des Bruchstriches = Zähler, Zahl unterhalb des Bruchstriches = Nenner

Beispiele: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$ ...

7. Gemischte Zahlen = Zahlen, die jeweils aus einer ganzen Zahl und einem Bruch bestehen

Beispiele: $1\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{3}$; $4\frac{3}{4}$; $5\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{5}$; $8\frac{5}{6}$ ...

8. Dezimalzahlen (= Dezimalbrüche) = Zahlen mit jeweils einem Komma

Beispiele: 2,1 ; 3,2 ; 4,25 ; 7,69 ; 9,267 ; 10,875 ...

9. Positive Zahlen = Zahlen, die größer als 0 (Null) sind

Beispiele: 4 ; 13 ; $\frac{3}{4}$; $6\frac{1}{3}$; 9,2 ; 12,25 ...

10. Negative Zahlen = Zahlen, die kleiner als 0 sind

Beispiele: – 3 ; – 16 ; $-\frac{1}{2}$; $-7\frac{3}{4}$; – 8,7 ; – 16,38 ...

Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

2 Zahlenarten

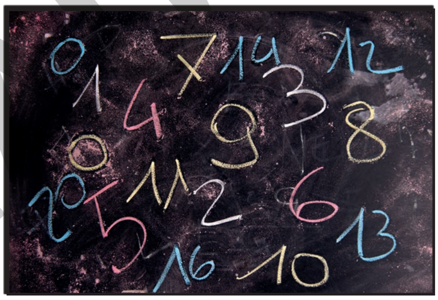
Aufgabe: *Erkläre jeweils möglichst in einem vollständigen Satz:*

1. Was sind gerade Zahlen?

2. Was sind ungerade Zahlen?

3. Was sind natürliche Zahlen?

4. Was sind zerlegbare Zahlen?



5. Was sind Primzahlen?

6. Was sind gemischte Zahlen?

7. Was sind Dezimalzahlen?

8. Was sind Brüche?

9. Was sind negative Zahlen?

10. Was sind positive Zahlen?

KOHL VERLAG Lernen mit Erfolg
Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745

3 Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen

Die Zahlen 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ... sind natürliche Zahlen. Natürliche Zahlen sind positive ganze Zahlen. Die natürlichen Zahlen lassen sich unterteilen in Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen.

Primzahlen sind Zahlen, die keine echten Teiler haben, sondern nur durch 1 und durch sich selbst teilbar sind.

Zusammengesetzte Zahlen (= zerlegbare Zahlen) sind Zahlen, die nicht nur durch 1 und durch sich selbst teilbar sind, sondern außerdem einen oder noch mehrere weitere Teiler besitzen. Die Zahl 1 wird nicht zu den Primzahlen und auch nicht zu den zusammengesetzten Zahlen gezählt; sie bildet einen extra Fall.

Beispiele für Primzahlen: 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ...
Beispiele für zusammengesetzte Zahlen: 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ...

Aufgabe: *In den folgenden 10 Reihen werden jeweils 5 natürliche Zahlen genannt. Finde heraus, welche der 5 Zahlen eine Primzahl ist. Umkreise die jeweilige Primzahl mit einem Schreibstift.*

a)	12	13	14	15	16
b)	17	18	20	21	22
c)	24	25	26	27	29
d)	31	32	33	34	35
e)	36	37	38	39	40
f)	44	45	46	47	49
g)	50	51	53	54	57
h)	62	63	64	65	71
i)	77	78	79	80	81
j)	84	87	88	89	93

Hinweis: Insgesamt gibt es 25 Primzahlen im Zahlenraum von 1-100.

Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

43 Umwandlung von Längenmaßen, Flächenmaßen, Volumenmaßen

Bei der Umwandlung dieser Maße kann man sich sehr leicht in einer Kommastelle oder einer Null verrechnen. Deshalb sollte man Schritt für Schritt nur bis zur nächstgrößeren bzw. nächstkleineren Einheit umwandeln und dann erst den nächsten Umwandlungsschritt ausführen.

Faktoren zur Umwandlung von Längenmaßen:

km → · 1 000 → m → · 10 → dm → · 10 → cm → · 10 → mm

km ← : 1 000 ← m ← : 10 ← dm ← : 10 ← cm ← : 10 ← mm

Aufgabe 1: *Ergänze in jeder Zeile die fehlenden Angaben durch Umwandlung.*

	km	m	dm	cm	mm
a)	3				
b)					5 000
c)			672		

Faktoren zur Umwandlung von Flächenmaßen:

km² → · 1 000 000 → m² → · 100 → dm² → · 100 → cm² → · 100 → mm²

km² ← : 1 000 000 ← m² ← : 100 ← dm² ← : 100 ← cm² ← : 100 ← mm²

Aufgabe 2: *Ergänze in jeder Zeile die fehlenden Angaben durch Umwandlung.*

	km²	m²	dm²	cm²	mm²
a)	7				
b)					800 000
c)			2 560		

Faktoren zur Umwandlung von Volumenmaßen:

m³ → · 1 000 → dm³ → · 1 000 → cm³ → · 1 000 → mm³

m³ ← : 1 000 ← dm³ ← : 1 000 ← cm³ ← : 1 000 ← mm³

Aufgabe 3: *Ergänze in jeder Zeile die fehlenden Angaben durch Umwandlung.*

	m³	dm³	cm³	mm³
a)	4			
b)				60 000
c)		31		
d)			162 000	

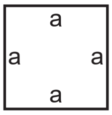
KOHL VERLAG Einfach Mathematik Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745

Planimetrie (= Flächenlehre) – Einführung

In der Planimetrie geht es vor allem um Flächen und Strecken. Strecken sind Linien, die einen Anfangspunkt sowie einen Endpunkt haben.

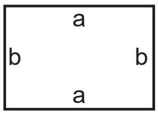
Die Formeln für die Berechnung des Umfangs (u) und des Flächeninhalts (A) verschiedener gebräuchlicher Figuren (≈ Flächen) sind:

– Quadrat:



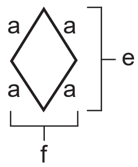
$u = a + a + a + a = 4 \cdot a$
$A = a \cdot a = a^2$

– Rechteck:



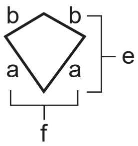
$u = a + b + a + b = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$A = a \cdot b$

– Raute (= Rhombus):



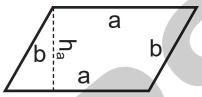
$u = a + a + a + a = 4 \cdot a$
$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

– Drachen (= Drachenviereck):



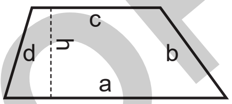
$u = a + b + b + a = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

– Parallelogramm:



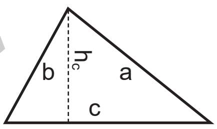
$u = a + b + a + b = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$A = a \cdot h_a$ = oder $b \cdot h_b$

– Trapez:



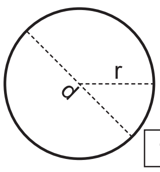
$u = a + b + c + d$
$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

– Dreieck:



$u = a + b + c$
$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$
allgemein: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

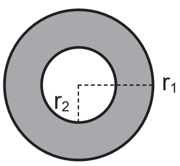
– Kreis:



π ≈ 3,14159

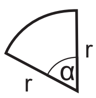
$u = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d$
$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$ (π ≈ 3,14159)

– Kreisring:



A = A (großer Kreis) – A (kleiner Kreis)
$A = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$

– Kreissektor (= Kreisausschnitt):



$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$
u = Kreisbogen + r + r = $2\pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°} + 2 \cdot r$

Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

45 Wie heißt die jeweilige Figur?

Aufgabe: *Zeichne eine ungefähre Skizze der Figur und trage ihren Namen ein.*

1. – 3 Eckpunkte;
– Summe der 3 Innenwinkel 180°

Skizze:

Name: _______________

2. – 1 Mittelpunkt;
– Umrandung gleich weit vom Mittelpunkt entfernt

Skizze:

Name: _______________

3. – Ausschnitt;
– begrenzt von 1 Bogen und 2 Radien

Skizze:

Name: _______________

4. – begrenzt von 2 Kreisen;
– Fläche um denselben Kreismittelpunkt

Skizze:

Name: _______________

5. – 4 Innenwinkel = 90°;
– nur gegenüber liegende Seiten gleichlang und parallel

Skizze:

Name: _______________

6. – 4 Innenwinkel = 90°;
– 4 gleichlange Seiten

Skizze:

Name: _______________

7. – 4 gleichlange Seiten;
– nur gegenüber liegende Innenwinkel haben dieselbe Größe

Skizze:

Name: _______________

8. – 4 Eckpunkte;
– nur 1 Paar parallele Seiten

Skizze:

Name: _______________

9. – 4 Eckpunkte;
– nur gegenüber liegende Seiten sind gleichlang und zueinander parallel

Skizze:

Name: _______________

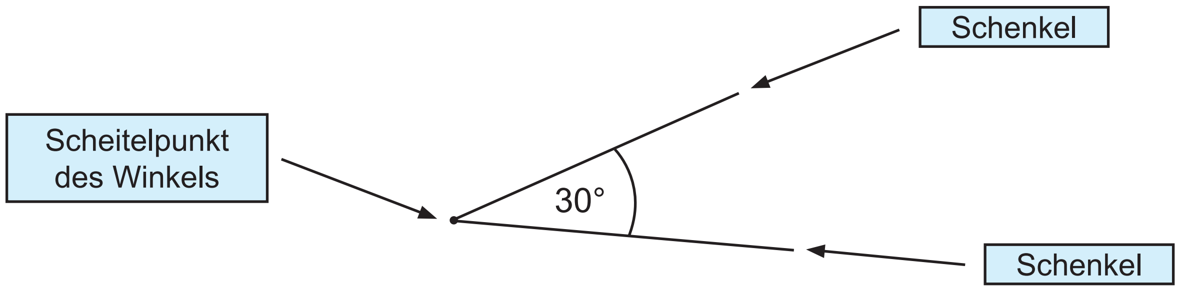
10. – 4 Eckpunkte;
– nur 1 Paar gleichgroße gegenüber liegende Innenwinkel;
– nur 2 Paare benachbarter Seiten sind gleichlang

Skizze:

Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

46 Winkel

Unter anderem auch in der Planimetrie sind Winkel wichtig. Als Winkel bezeichnet man jeweils den Richtungsunterschied zwischen 2 Strahlen (= Halbgeraden).



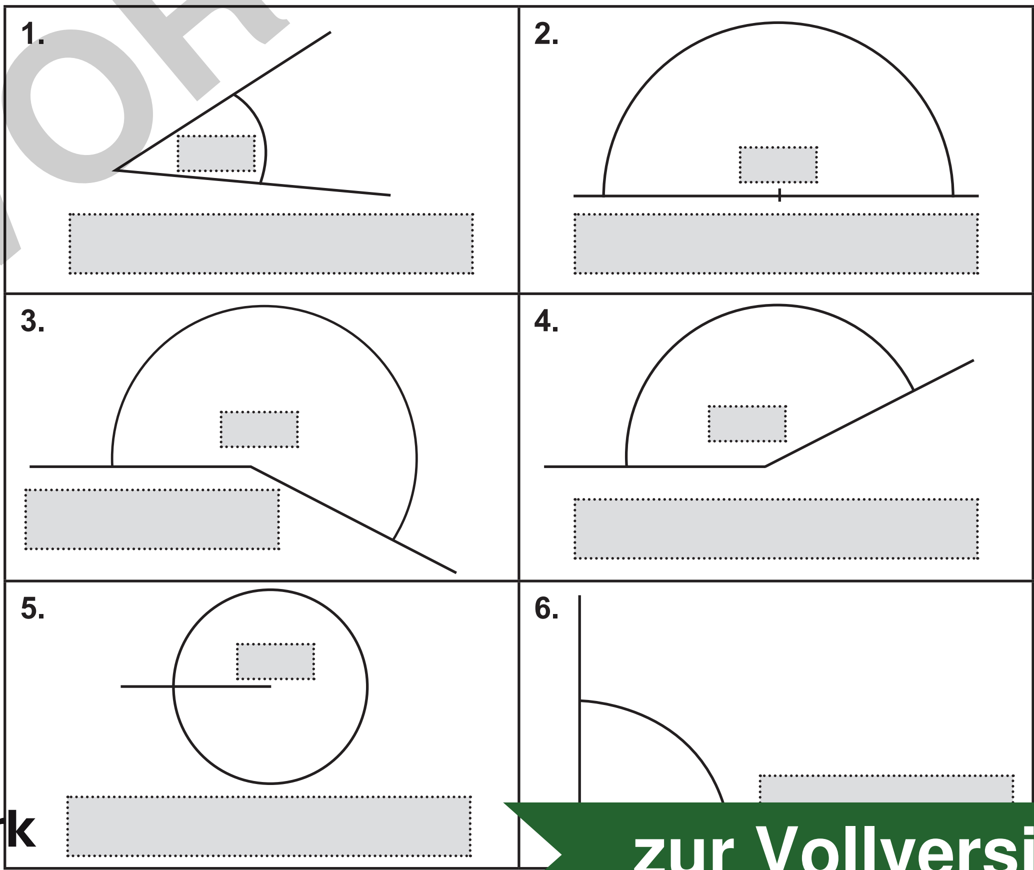
Winkel werden in der Maßeinheit Grad (°) gemessen, z. B. per Geodreieck.

<u>**Aufgabe**</u>: **a)** *Miss unten in jeder der 6 Zeichnungen jeweils aus und notiere über dem Scheitelpunkt, wie groß der Winkel ist.*

Gewöhnlich werden 6 verschiedene Arten von Winkeln unterschieden:

– gestreckte Winkel	→ 180° groß
– rechte Winkel	→ 90° groß
– spitze Winkel	→ größer als 0°, aber kleiner als 90°
– stumpfe Winkel	→ größer als 90°, aber kleiner als 180°
– überstumpfe Winkel	→ größer als 180°, aber kleiner als 360°
– Vollwinkel	→ 360°

b) *Schreibe unter die folgenden 6 Winkel, zu welcher Art der jeweilige Winkel gehört.*



Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

Satz des Pythagoras – Einführung

Der Satz des Pythagoras ist wichtig. Damit lässt sich in rechtwinkligen (= 90°) Dreiecken jeweils die Länge der dritten Seite berechnen, wenn die Längen der beiden anderen Seiten bekannt sind.

In Worten besagt der Satz des Pythagoras:

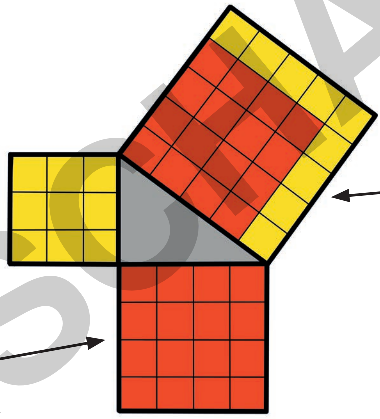
> In jedem rechtwinkligen Dreieck sind die beiden Quadrate der zwei Katheten zusammen genauso groß wie das Quadrat der Hypotenuse.

Mit der Hypotenuse ist jeweils die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck gemeint. Die Hypotenuse befindet sich direkt gegenüber vom 90°-Winkel. Die beiden anderen Seiten im rechtwinkligen Dreieck, die die Schenkel des 90°-Winkels bilden, heißen Katheten.

Der Satz des Pythagoras zeichnerisch dargestellt und ausgedrückt als Formel:

$$(\text{Hypotenuse})^2 = (\text{Kathete}_1)^2 + \text{Kathete}_2)^2$$

Beispiel:
$(5\text{ cm})^2 = (3\text{ cm})^2 + (4\text{ cm})^2$
$25\text{ cm}^2 = 9\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2$
$25\text{ cm}^2 = 25\text{ cm}^2$



Quadrat einer Kathete

Quadrat der anderen Kathete

Quadrat der Hypotenuse

Der Satz des Pythagoras lässt sich als Formel für die Berechnung der Hypotenuse verwenden. Am Ende muss man noch auf beiden Seiten die Wurzel ausrechnen:

Beispiel: $(\text{Hypotenuse})^2 = (\text{Kathete}_1)^2 + \text{Kathete}_2)^2 = (3\text{ cm})^2 + (4\text{ cm})^2 = 25\text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$
⇨ Hypotenuse = 5 cm

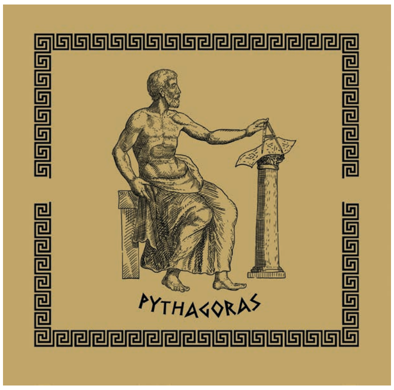
Durch Umstellung der Formel kommt für die Berechnung der Katheten zustande:

$$(\text{Kathete}_1)^2 = (\text{Hypotenuse})^2 - (\text{Kathete}_2)^2$$

und

$$(\text{Kathete}_2)^2 = (\text{Hypotenuse})^2 - (\text{Kathete}_1)^2$$

Auch hier muss man am Ende natürlich auf beiden Seiten die Wurzel berechnen.



Einfach Mathematik
Elementares Wissen leicht erklärt – Bestell-Nr. P12 745
KOHL VERLAG

Lineare Funktionen – Einführung

Lineare Funktionen zeigen das bestehende Verhältnis zwischen jeweils 2 Größen auf. Diese Größen sind meistens die beiden Unbekannten (= Variablen) x und y. Zu einem bestimmten x-Wert gehört ein bestimmter y-Wert. Der jeweils zusammengehörige x-Wert und y-Wert bilden jeweils ein Wertepaar. Mehrere Wertepaare ergeben eine Wertetabelle.

Beispiel:

Wertetabelle	
x	y
1	1
2	4
0	– 2
...	...

Lineare Funktionen werden angegeben als Gleichungen.

Beispiel: $y = 3x - 2$

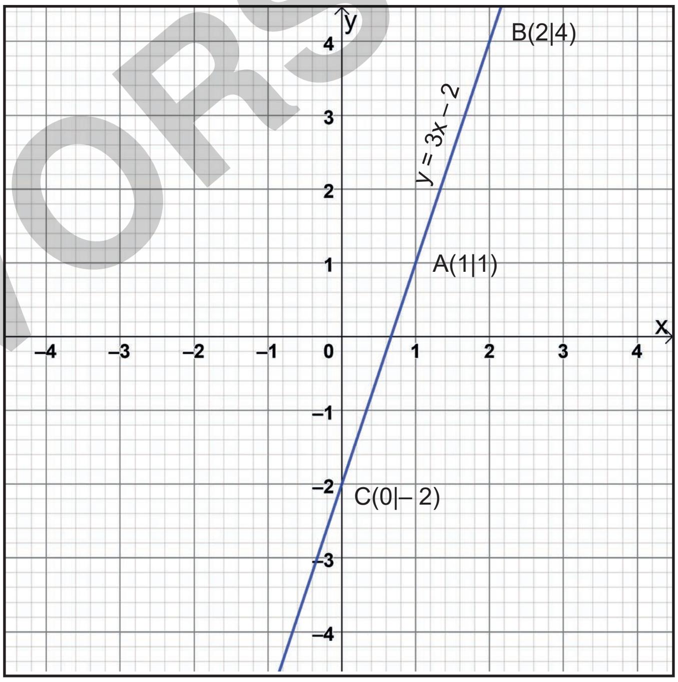
Setzt man in eine Gleichung einen bestimmten x-Wert ein, lässt sich der zugehörige y-Wert berechnen.

Beispiel: $x = 1$ einsetzen:

$$y = 3x - 2$$
$$y = 3 \cdot 1 - 2$$
$$y = 1$$

Lineare Funktionen lassen sich zeichnerisch im Koordinatensystem darstellen.

Beispiel:



Die Wertepaare gilt es als Koordinaten (= Punkte) in das Koordinatensystem einzutragen. Beispiele: A(1|1), B(2|4), C(0|– 2) ...

Bei den Koordinaten wird immer der x-Wert zuerst genannt, danach der zugehörige y-Wert.

Verbindet man die einzelnen Punkte im Koordinatensystem per Lineal miteinander, kommt eine Gerade (= gerade Linie) zustande.