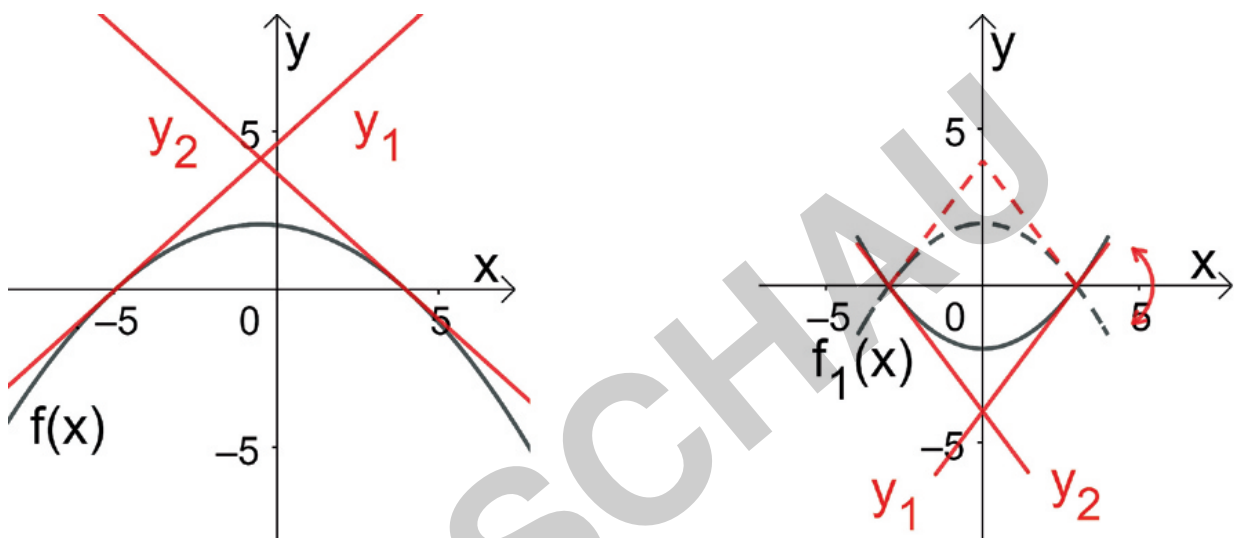


# Verhältnisse – Überprüfung von Gesetzmäßigkeiten

Wolfgang Lübbe

Illustrationen von Wolfgang Lübbe



In diesem Beitrag werden Ihre Schülerinnen und Schüler aufgefordert, ihre im Unterricht erworbenen Kenntnisse der Integralrechnung (Berechnung nichtgeradlinig begrenzter Flächen; Berechnung von Rotationsvolumina - bezogen auf quadratische Funktionen und Wurzelfunktionen) anzuwenden. Alle Aufgaben sind Parameternaufgaben, d.h. die Koeffizienten der Variablen in den Funktionstermen sind Parameter. Die Reaktivierung und Reproduktion erworbenen Wissens und Könnens, das Erkennen mathematischer Analogien und die Übertragung konkreter Vermutungen auf allgemein geltende Sachverhalte sind Zielstellungen dieser Aufgaben. Die Differentialrechnung spielt in diesem Zusammenhang nur eine untergeordnete Rolle.

# Verhältnisse

## Oberstufe (weiterführend)

Wolfgang Lübbe

Illustrationen von Wolfgang Lübbe

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1 Verhältnisse</b>	<b>2</b>
<b>Lösungen</b>	<b>4</b>
<b>Anhang</b>	<b>25</b>

### Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Die Schülerinnen und Schüler üben bei der Lösung der hier gestellten Aufgaben den Umgang mit variablen Koeffizienten und schulen dadurch wesentlich ihr mathematisch-logisches Denk- und Abstraktionsvermögen. Im Vordergrund stehen der Umgang mit allgemein geltenden Gesetzmäßigkeiten und die Arbeit mit Parametern und Variablen. Die aus konkreten Zahlenbeispielen resultierenden Vermutungen bezüglich Flächen- und Volumenverhältnissen sollen in diesem Beitrag allgemein untersucht und dadurch bestätigt bzw. widerlegt werden.

Ziel ist auch, dass die Lernenden ihre Fähigkeit, Lösungsstrategien zu entwickeln, weiter vervollkommen.





## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** = Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M 1	Ab

### Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Tipps.	

© RAABE 2022

### Kompetenzprofil:

#### Inhalt:

Quadratische Funktion, Wurzelfunktion, Ableitung, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Nullstelle, Schnittpunkt, Tangentengleichung, Extremalproblem, Flächenberechnung (zwischen Graph  $f(x)$  und x-Achse, Dreieck, Rechteck), Rotationsvolumen (Zylinder, Kegel, Doppelkegel)

#### Medien:

CAS (Nutzung begrenzt möglich)

#### Kompetenzen:

Mathematisch argumentieren und nachweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

## Hinweise

### Niveau

Die Aufgaben 1 und 2 haben überwiegend mittleres Niveau, sind also im Grundkurs nutzbar. Aufgabe 3 hat schwieriges Niveau, ist also vorrangig für den Leistungskurs geeignet.

### Einsatz im Unterricht

Die Aufgaben können im Unterricht in Einzel-, Partner- und/oder in Kleingruppenarbeit oder auch in einem Mathematikzirkel bearbeitet werden. Für den Unterricht erscheint die Partnerarbeit besonders geeignet. Dabei und auch in der Kleingruppenarbeit sollte darauf geachtet werden, dass leistungsschwächere und leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler zusammenarbeiten, um so allen ein Erfolgserlebnis zu ermöglichen.

Bei auftretenden Problemen ist es sicher sinnvoll, Zwischenschritte bzw. Teilergebnisse zu vergleichen oder auch von leistungsstärkeren Schülerinnen/Schülern kommentieren zu lassen.

Vor dem Einsatz dieser Aufgaben im Unterricht ist es eventuell empfehlenswert, in einer vorbereitenden Hausaufgabe entsprechende Aufgaben mit konkretem Zahlenmaterial lösen und Vermutungen zu den angegebenen Verhältnissen formulieren zu lassen (siehe Anhang). Dazu können auch die Beiträge „Unendliche Variantenvielfalt“ genutzt werden. Dadurch würde das Interesse an der Lösung dieser Aufgaben geweckt und Schülerinnen und Schüler entsprechend motiviert, sich mit diesen relativ anspruchsvollen Aufgaben zu beschäftigen. Die Lernenden werden gefordert und gefördert.

Wird auf die Nutzung entsprechender Medien (z.B. CAS) verzichtet, hat das eine Erhöhung des Übungseffektes zur Folge. Zeitlich kann die Bearbeitung dieser Aufgaben jeweils erst nach der Behandlung der entsprechenden Themen der Integralrechnung (Flächen- und Rotationsvolumenberechnung) erfolgen.

## M 1 Verhältnisse

### Theorie

**Nullstelle:** Schnittstelle des Graphen  $f(x)$  mit der  $x$ -Achse, d. h.  $f(x) = 0$

### Flächenberechnung:

- nichtgeradlinig begrenzte Fläche (Fläche zwischen Graph  $f(x)$  und  $x$ -Achse)

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

$$A = [F(x)]_a^b$$

- Dreieck  $A_D = \frac{1}{2} g \cdot h$

- Rechteck  $A_R = a \cdot b$

**Tangentengleichung:** im Punkt  $P(x|y)$

$$y = mx + n \quad ; \quad m = f'(x)$$

**Schnittpunktberechnung:**  $f(x) = g(x)$

**Lokales Extremum:**  $f'(x_E) = 0$

$$f''(x_E) < 0 \quad \text{lokales Maximum}$$

$$f''(x_E) > 0 \quad \text{lokales Minimum}$$

**Volumenberechnung:** -

- Zylinder  $V_Z = \pi r^2 h$

- Kegel  $V_K = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

- Doppelkegel  $V_{DK} = \frac{2}{3} \pi r^2 h$

Rotationsvolumen (um  $x$ -Achse)  $V = \pi \cdot \int_a^b [f(x)]^2 dx$