

## Inhaltsverzeichnis

### Lernspiralen zum Thema ganze Zahlen und rationale Zahlen

Autorinnen und Autoren: Johanna Harnischfeger, Sigrid Hohmeyer, Christa Juen-Kretschmer, Heiner Juen, Dirk Merz

Der Lern- und Arbeitsprozess im Überblick	2
<b>LS 01</b> Einführung neuer Zahlen	4
<b>LS 02</b> Zahlengerade und Größenvergleich in $\mathbb{Z}$	13
<b>LS 03</b> Einführung in die Addition und Subtraktion in $\mathbb{Z}$	19
<b>LS 04</b> Spielend rechnen I: Das Guthaben-Schulden-Spiel	22
<b>LS 05</b> Spielend rechnen II: Das Hin-und-her-Spiel	26
<b>LS 06</b> Das Koordinatensystem	30
<b>LS 07</b> Wiederholung der Grundrechenarten für Brüche und Dezimalbrüche	34
<b>LS 08</b> Zahlengerade und Größenvergleich in $\mathbb{Q}$	38
<b>LS 09</b> Betrag und Gegenzahl	42
<b>LS 10</b> Addition und Subtraktion rationaler Zahlen	47
<b>LS 11</b> Mit Geld rechnen	50
<b>LS 12</b> Multiplikation und Division rationaler Zahlen	54
<b>LS 13</b> Rechnen mit rationalen Zahlen	60
<b>LS 14</b> Selbsteinschätzung – Test	69
Glossar	74

#### Herausgeberin und Herausgeber:

**Johanna Harnischfeger**  
Lehrerin für Mathematik, Physik und Informatik, Mitarbeiterin am LISUM Berlin

**Heiner Juen**  
Lehrer der Fächer Mathematik und Physik, Mitarbeit bei der Entwicklung der Bildungsstandards in Österreich

#### Autorin und Autor:

**Sigrid Hohmeyer**  
Lehrerin für Mathematik und Physik, Mitarbeiterin am LISUM Berlin

**Christa Juen-Kretschmer**  
Lehrerin des Faches Mathematik, Mitarbeiterin am Pädagogischen Institut für Tirol

**Dirk Merz**  
Lehrer für Mathematik und Physik, Mitarbeiter am Studienseminar GHRF Wiesbaden

**LS01 Einführung neuer Zahlen**

		Zeit	Lernaktivitäten	Material	Kompetenzen
1	GA	60'	Stationenlauf: Die S besprechen und lösen gemeinsam die Aufgaben in der vorgegebenen Zeit. Als Hilfestellung liegen zu jeder Station kartonierte Streifen aus.	M1 (auf DIN-A4-Größe kopieren),  M2 (auf Karton kopieren und zerschneiden),  M3.A1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zuhören</li> <li>- lesen, Begriffe klären</li> <li>- kommunizieren</li> <li>- mathematisch argumentieren</li> <li>- sich einigen</li> <li>- präsentieren</li> <li>- begründen</li> <li>- sortieren</li> <li>- korrigieren</li> </ul>
	EA		Die Ergebnisse werden in M1 übertragen.		
2	PL	20'	Ergebnissicherung: per Los werden S ausgewählt, die die Ergebnisse (Station 1 bis Station 6) mithilfe der Kartonstreifen an die Tafel heften und ihre Überlegungen begründen. Die Ergebnisse in M1 werden vervollständigt.	Magnete oder Klebestreifen	
3	PL	5'	Die S stellen sich mithilfe der Temperaturkärtchen aus Station 1 in aufsteigender Reihenfolge auf. Die Kärtchen werden in dieser Reihenfolge an die Tafel geheftet. Eine „Zahlengerade“ entsteht.	Magnete oder Klebestreifen	
4	LV	5'	Es erfolgt ein Lehrervortrag über die entstandene Zahlengerade.		
5	HA		Das Gelernte wird gefestigt.	M3.A2	

**✓ Merkposten**

Kopieren sollten Zusatzmaterialien ausgelegt werden:  
 Material zu Station 1: Thermometer  
 Material zu Station 3: Lexikon  
 Material zu Station 6: Atlas  
 Die Vordrucke M1.A2.M2 müssen auf Kartonpapier kopiert, zerschneiden und zu den einzelnen Stationen ausgelegt werden.

**Erläuterungen zur Lernspirale**

In dieser Spirale werden die negativen ganzen Zahlen anhand von Alltagsbeispielen erarbeitet.

**Zum Ablauf im Einzelnen:**

- 1. Arbeitsschritt:** Die S lernen in Zufallsgruppen anhand verschiedener Stationen verschiedene Alltagszusammenhänge, in denen negative Zahlen eine Rolle spielen, kennen.
- 2. Arbeitsschritt:** Je eine Aufgabe wird einer Gruppe zugewiesen. Der S, der als nächstes Geburtstag hat (man kann andere, ähnliche zufällige Kriterien für die Auswahl verwenden), trägt die Überlegungen der Gruppe zu dieser Aufgabe vor. Die Aufzeichnungen in M1 werden verbessert bzw. vervollständigt.

**3. Arbeitsschritt:** 16 S ziehen Temperaturkärtchen und sortieren diese der Größe nach, indem sie sich in entsprechender Reihenfolge aufstellen.

**4. Arbeitsschritt:** Die Lehrperson stellt kurz die so entstandene Ordnung vor und bietet Ausblick auf die Zahlengerade.

**5. Arbeitsschritt:** Die Aufgabe M1.A2 kann als Hausaufgabe gestellt werden.

**Notizen:**

---



---



---

# 01 Einführung neuer Zahlen

## Stationenlauf (Teil 1)

### STATION 1: Temperaturen

Besprecht die Aufgaben gemeinsam und tragt die Lösungen in M3 ein.

- a) Ordnet die Temperaturen der aufgeführten Städte. Beginnt mit der niedrigsten Temperatur. Die Städte müsst ihr nicht dazu schreiben.

Athen	11°C	Moskau	-27°C
Berlin	3°C	Oslo	-17°C
Brüssel	0°C	Paris	-2°C
Helsinki	-18°C	Prag	-12°C
Kopenhagen	-11°C	Rom	8°C
Las Palmas	20°C	Stockholm	-19°C
St. Petersburg	-22°C	Wien	-7°C
Madrid	2°C	Zürich	-4°C

- b) In welchen Städten war es kälter als in Oslo?  
 c) In welchen Städten war es wärmer als in Berlin?

### STATION 2: Kontostände

Besprecht die Aufgaben gemeinsam und tragt die Lösungen in M3 ein.

Im Bankwesen wird unterschieden, ob auf dem Konto Geld vorhanden ist oder ob der Kontoinhaber Schulden hat („im Soll“ ist). Kontostände werden deshalb mit einem H (Haben) und einem S (Soll bzw. Schulden) bezeichnet.

- a) Ordnet die Kontostände. Beginnt mit den höchsten Schulden. Die Namen müsst ihr nicht dazu schreiben.

Frau Rutzki	4563 € H
Herr Wruck	5436 € S
Frau Wischi	345 € H
Frau Prokop	7402 € H
Herr Sommer	1436 € S
Frau Winter	345 € S
Herr Siebrecht	938 € S
Herr Rocko	1256 € H

- b) Wer hat das meiste Geld auf der Bank?  
 c) Wer hat die meisten Schulden?

## Stationenlauf (Teil 2)

**STATION 3: Jahreszahlen**

Besprecht die Aufgaben gemeinsam und tragt die Lösungen in M3 ein.

Bei Geschichtsdaten, die sehr lange her sind, wird vermerkt, ob das Ereignis vor Christi Geburt (v.Chr.) oder nach Christi Geburt (n.Chr.) eingetreten ist.

- a) In welcher zeitlichen Reihenfolge sind die folgenden Bauwerke entstanden? Beginnt mit dem ältesten Bauwerk. Das Bauwerk müsst ihr nicht dazu schreiben.

27 v. Chr.	Pantheon in Rom
447 v. Chr.	Parthenon in Athen
220 v. Chr.	Chinesische Mauer
80 n. Chr.	Kolloseum in Rom
2500 v. Chr.	Pyramiden von Giseh
498 v. Chr.	Saturntempel in Rom (ältester Tempel Roms)
2000 v. Chr.	Steinkreisanlage von Stonehenge
550 v. Chr.	Heratempel von Paestum

- b) Nennt zwei berühmte Bauwerke, die in unserer Zeit entstanden sind.
- c) Ermittelt das genaue Entstehungsdatum jedes dieser beiden Bauwerke mithilfe eines Lexikons.

**STATION 4: Platzierung der Fußballvereine**

Besprecht die Aufgaben gemeinsam und tragt die Lösungen in M3 ein.

Der Tabellenplatz einer Fußballmannschaft wird von der Anzahl der Punkte und von der Tordifferenz bestimmt. Bei gleicher Punktzahl zählt die Tordifferenz.

- a) Folgende Mannschaften sind punktgleich, haben aber unterschiedlich viele Tore geschossen, bzw. hinnehmen müssen. Schreibt die Platzierungen (1 bis 7) der Vereine auf!

Mannschaft	Tore	Differenz	Punkte
Bayer Leverkusen	29 : 27	+2	35
VfB Stuttgart	35 : 31	+4	35
Bayern München	41 : 43	-2	35
Werder Bremen	30 : 37	-7	35
Hertha BSC	36 : 33	+3	35
Borussia Dortmund	36 : 41	-5	35
Hansa Rostock	23 : 27	-4	35

- b) Was versteht man unter einer positiven Tordifferenz?
- c) Was versteht man unter einer negativen Tordifferenz?

**LS 05 Spielend rechnen II: Das Hin-und-her-Spiel**

Man kann den „Zahlenstrahl“ im Klassenraum, im Flur oder auf dem Schulhof (hier mit Kreide) darstellen.

		Zeit	Lernaktivitäten	Material	Kompetenzen
1	GA	10'	Die S lesen die Spielregeln in M2 und bereiten das Spielfeld vor. Sie spielen eine Runde.	M1, M2.A1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Spielregeln beachten</li> <li>- Ergebnisse protokollieren</li> <li>- mathematisch argumentieren</li> <li>- mathematisch modellieren</li> <li>- mathematische Regeln erkennen</li> <li>- Merksatz aufstellen und begründen</li> </ul>
2	PL	10'	Sie überlegen sich einen Vorschlag für die Protokollierung des Spiels. Ein solcher Protokollentwurf wird an der Tafel kurz vorgestellt und erörtert.	M2.A2, evtl. M3	
3	GA	15'	Die S spielen erneut und ermitteln die Sieger. Jeder protokolliert seinen Spielverlauf.	M2.A3	
4	GA	15	Aus den Protokollen werden Regeln hergeleitet.	M2.A4	
5	PL	10'	Ein S stellt die Regeln seiner Gruppe vor, Alternativen werden diskutiert.		
6	EA	10'	Die Regeln werden übersichtlich in M2 übertragen.		
7	PL	20'	Die S spielen das Spiel ohne den Spielplan und fertigen ein Protokoll an.	M2.A5, evtl. M3	

**✓ Merkposten**

Spielmaterial für jede Gruppe:  
 M1: 12 Ereigniskarten (kopieren),  
 30 DIN-A4-Blätter (zur Erstellung des Spielplans),  
 Pappschachtel (als „Lostrommel“ für die Ereigniskarten)

**Erläuterungen zur Lernspirale**

Die S erarbeiten die Rechenregeln für das Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen durch Bewegung auf einem Spielfeld.

**Zum Ablauf im Einzelnen:**

**1. Arbeitsschritt:** Pro Gruppe können bis zu 5 S zusammen spielen, wenn pro Spielrunde ein Gruppenmitglied für die Ausgabe der Ereigniskarten verantwortlich ist. In dieser Phase machen sich die S mit den Spielregeln vertraut und führen eine erste Spielrunde durch. Probleme können geklärt werden. Dann wird gespielt und die Sieger/-innen werden ermittelt.

**2. Arbeitsschritt:** Es ist natürlich sinnvoll, dass die S in den Gruppen eigene Protokollentwürfe erstellen und diese dann im Plenum gegeneinander abwägen. Für manche Lerngruppen ist es denkbar, die Struktur des Protokolls vorzugeben.

**3. Arbeitsschritt:** Der Verlauf des Spiels wird nun protokolliert.

**4. Arbeitsschritt:** Die Aufgabenstellung führt zu den Regeln, mit deren Hilfe man ohne Spielplan spielen kann. Merkregeln und Beispiele werden formuliert und notiert.

**5. Arbeitsschritt:** Ein S oder alle Mitglieder einer Gruppe präsentieren die Regeln. Im Plenum werden mögliche Alternativen diskutiert und eine gemeinsame Formulierung festgelegt.

**6. Arbeitsschritt:** Die S spielen nun ohne Spielplan, der Verlauf wird protokolliert. Anschließend kann als zusätzliche Aufgabe und zur weiteren Festigung der Regeln ein lückenhaftes Protokoll vorgegeben werden, das die S ergänzen können.

**Notizen:**

---



---



---

**05** Spielend rechnen II: Das Hin- und Her-Spiel

Spielmaterial: Hin-und-her-Spiel

$$+ (+1)$$

$$+ (+3)$$

$$- (-4)$$

$$+ (-2)$$

$$- (+2)$$

$$- (+3)$$

$$- (-3)$$

$$- (-5)$$

$$- (-2)$$

$$+ (-4)$$

$$+ (-3)$$

$$+ (-1)$$

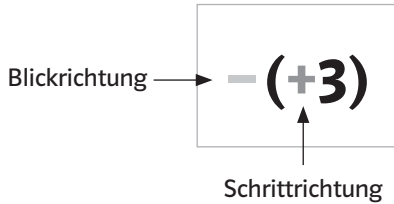
**Vorbereitungen:**

- Legt im Klassenraum oder im Flur einen Ausschnitt des Zahlenstrahls aus. Er sollte von -13 bis +13 reichen.
- Die beiden Enden schließt ihr mit „Ziel“ ab.

**Bedeutung der Ereigniskarten:**

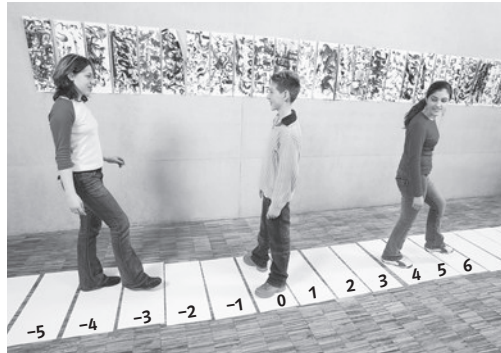
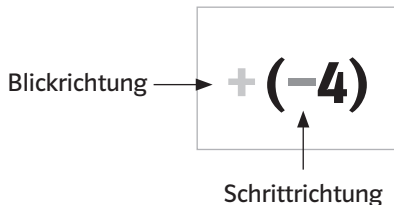
Stelle dich so auf, dass du in die negative Richtung des Zahlenstrahls blickst.

Gehe drei Schritte **vorwärts**



Stelle dich so auf, dass du in die positive Richtung des Zahlenstrahls blickst.

Gehe drei Schritte **rückwärts**



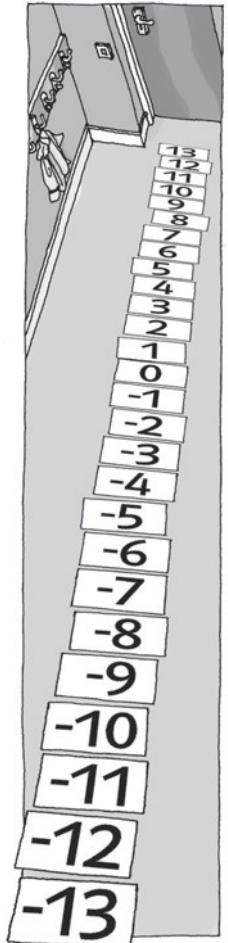
- **Spielmaterial:**
- 12 Ereigniskarten
- 30 Blatt DIN-A4-Papier (zur Erstellung des Spielplans)
- Karton als „Los-trommel“ für die Ereigniskarten

**Das „Hin-und-her-Spiel“**

**Spielregeln:** Ein Spiel für 3–5 Personen

- Alle Spieler beginnen auf dem *Startfeld* ‚0‘ und schauen in die positive Richtung.
- In jeder Runde setzt ein Spieler aus und ist der Spielführer. Dieser sorgt für einen geregelten Spielablauf.
- Die Spieler ziehen reihum eine der verdeckten Ereigniskarten und folgen der Anweisung. Anschließend wird die Ereigniskarte wieder in den Karton gegeben.

Wer zuerst eines der beiden Zielfelder erreicht oder überschreitet, hat gewonnen.



**A1**

Spielt eine Runde und stellt fest, wer gewonnen hat.

**A2**

Wie könnte man den Spielverlauf protokollieren, damit man einen Überblick über den eigenen Spielverlauf und den der Gegner hat? Bitte schreibt auf ein separates Blatt.

**A3**

Spielt jetzt eine weitere Runde, ermittelt die Siegerreihenfolge und protokolliert den Spielverlauf.

**A4**

Schaut euch die Protokolle an. Findet ihr Regeln, die es erlauben, ohne den Spielplan zu spielen? Denkt euch Beispiele zu den Regeln aus. Schreibt zunächst auf ein Blatt und übertragt die Regeln anschließend hierher:

.....

.....

.....

.....