Daten und Zufall

Permutationen im Bann der Sprache – Mathematik fächerverbindend unterrichten

Nach einer Idee von Diana Hauser
Illustrationen von Julia Lenzmann

© Peter Dazeley/The Image Bank

In dieser Einheit werden die Fächer Mathematik und Deutsch miteinander vernetzt. Mithilfe von Anagrammen erlernt Ihre Klasse die Formeln für die Permutation ohne und mit Wiederholung auf eine greifbare und spielerische Art und Weise. Die Veranschaulichung durch Buchstaben und der Transfer zur deutschen Sprache an sich unterstützen das Verständnis und den Lerneffekt sowie die Sprachsensibilität.

KOMPETENZPROFIL

LearningApps - interaktive Lernbausteine

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan: 2 Stunden)
Inhalt:	Permutationen; Anagramme; Palindrome
Kompetenzen:	mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt; Mb: Merkblatt; Tb: Tandembogen; Sp: Spiel
Planung für 3 Stunden

Einstieg

M 1	(Ab)	Anagramme – Buchstaben neu angeordnet

Übung

M 2	(Ab)	Anagramme

Erarbeitung

M 3	(Ab)	Wie viele Möglichkeiten gibt es? – Permutation ohne Wiederholung
M 4	(Ab)	Wie viele Möglichkeiten gibt es? – Permutation mit Wiederholung

Ergebnissicherung

M 5	(Mb)	Permutation – das merk ich mir!

Übung

M 6	(Tb)	Zu zweit das Thema Permutationen üben und verstehen
M 7	(Ab)	Permutationen vermischt geübt

Spielerische Übung

M 8	(Sp)	Permutationen im Buchstabennetz

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 18.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1	(Ab)	Anagramme – Buchstaben neu angeordnet
M 3	(Ab)	Permutation ohne Wiederholung
M 4	(Ab)	Permutation mit Wiederholung
M 5	(Ab)	Permutation – das merk ich mir!
M 7	(Ab)	Permutationen vermischt geübt

Erklärung zu den Symbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.
	Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.
	Dieses Symbol markiert Wichtiges und Merksätze.
	Dieses Symbol markiert Tipps.
	Dieses Symbol markiert, dass etwas ausgeschnitten werden soll.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen Videos angesehen werden.
	Dieses Symbol markiert *LearningApps*.
	Dieses Symbol markiert Zusatzmaterialien, die sich auf der mitgelieferten CD befinden.

M 1 Einstieg: Anagramme – Buchstaben neu angeordnet

Eine Figur in den berühmten Harry-Potter-Romanen bzw. -Filmen ist der mächtige Lord Voldemort. Lord Voldemort heißt eigentlich Tom Marvolo Riddle. Er hat sich den Namen „Lord Voldemort“ selbst gegeben. Das Spannende ist, auf welche Weise er sich umbenannt hat.

Foto: Eduardo Serra/Warner Bros Pictures

Aufgabe

a) **Schneide** die Buchstaben unten auf der Seite **aus**.

b) **Lege** mit den Buchstaben den Namen TOM MARVOLO RIDDLE.

c) **Prüfe** nun, ob sich auch I AM LORD VOLDEMORT damit legen lässt. Bleibt dabei ein Buchstabe übrig? **Betrachte.**

d) **Erkläre**, warum der Name „Voldemort“ von Tom Marvolo Riddle schlau gewählt wurde.

Tipp
Denke an Englisch. Was bedeutet „I am“?

e) **Lies** dir die Definition von Anagrammen durch und **erkläre**, was das mit unserer Figur „Lord Voldemort“ zu tun hat.

Anagramm

Als **Anagramm** wird eine Buchstabenfolge bezeichnet, die aus einer anderen Buchstabenfolge allein durch <u>Umstellung der Buchstaben</u> gebildet wird.

Achtung, wichtig: Dabei darf kein Buchstabe übrig bleiben!

Beispiel: ROT entsteht durch das Umstellen der Buchstaben von ORT. Kein Buchstabe bleibt dabei übrig. Es handelt sich daher um ein Anagramm.

Tipp

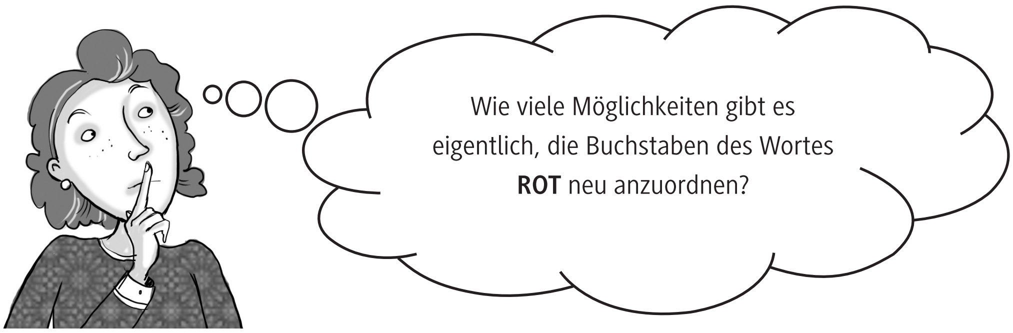
Du möchtest die Definition von Anagrammen noch mal ausführlich erklärt bekommen? Dann schau dir dieses Video an:

https://raabe.click/Video-anagramm

T	O	M	M	A	R	V	O
L	O	R	I	D	D	L	E

Erarbeitung: Wie viele Möglichkeiten gibt es? – Permutation ohne Wiederholung

M 3



Grafik: Julia Lenzmann

Aufgabe 1

a) **Schreibe** alle möglichen Buchstabenfolgen auf, die du mit den Buchstaben aus ROT bilden kannst.

____

____

b) **Kreuze** die Anzahl aller Möglichkeiten **an**: ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

c) **Erkläre** deine Vorgehensweise, wie du auf die verschiedenen Möglichkeiten gekommen bist.

____

____

____

d) **Betrachte** nun die Buchstabenfolge APRIL, die aus 5 unterschiedlichen Buchstaben besteht.

Schätze, wie viele verschiedene Anordnungen dieser 5 Buchstaben es gibt: ________________

Begriffsklärung und Herleitung der Fakultät

Für 3 **unterschiedliche Buchstaben** kann man sich die Anzahl aller Möglichkeiten noch leicht überlegen. Doch wie sieht es bei einer Buchstabenfolge mit beispielsweise 5 unterschiedlichen Buchstaben wie in Aufgabe 1d) aus?

1. Zuallererst schaut man, aus wie vielen Buchstaben die Buchstabenfolge besteht.
   Am Beispiel: ROT besteht aus 3 Buchstaben.
2. So viele Plätze in der Reihe gibt es.
   Am Beispiel: ___ ___ ___
   Platz 1 Platz 2 Platz 3
3. Zuerst wird für den ersten Buchstaben ein Platz gesucht.
   Am Beispiel: Für das R in ROT gibt es drei Möglichkeiten:

   _R_ ___ ___ ___ _R_ ___ ___ ___ _R_
   Platz 1 Platz 2 Platz 3 Platz 1 Platz 2 Platz 3 Platz 1 Platz 2 Platz 3

Ergebnissicherung: Permutation – das merk ich mir! M 5

Fülle die Lücken **aus**.

Permutation

Unter einer Permutation versteht man eine Anordnung, bei der ______ Elemente verwendet werden. Man unterscheidet Permutationen ________ und ______ Wiederholung.

Beispiel: Anordnung von Buchstaben; ____

Permutation ohne Wiederholung

Bei n unterschiedlichen Elementen gibt es

mögliche Anordnungen (Permutationen).

Beispiel:

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Buchstaben T, A, L anzuordnen?

Es sind ______ Buchstaben.

Alle Buchstaben sind ________________.

__! = 3 · (3 – 1) · (3 – 2)

= 3 · 2 · 1

= 6

Es gibt 6 mögliche Anordnungen:

TAL, TLA, __________________________

Permutation mit Wiederholung

Bei n Elementen, wobei $k_1, k_2, \ldots, k_s$ die jeweiligen Anzahlen gleicher Buchstaben sind, gibt es

mögliche Anordnungen (Permutationen).

Beispiel:

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Buchstaben O, O, S, S, S anzuordnen?

Es sind ____ Buchstaben.

Das O kommt ____-mal vor.

Das S kommt ____-mal vor.

$$\frac{5!}{3!\cdot\_\_!} = \frac{5\cdot(5-1)\cdot(5-2)\cdot(5-3)\cdot(5-4)}{3\cdot(3-\_\_)\cdot(3-2)\ \cdot 2\cdot(2-1)}$$

$$= \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}$$

$$= \frac{120}{\_\_}$$

$$= 10$$

Es gibt 10 mögliche Anordnungen:

SSOOO, SOSOO, ____________________

____

____

M 8 Spielerische Übung: Permutationen im Buchstabennetz

So geht's

1. **Schneidet** die Formelkarten **aus, mischt** sie und **legt** sie umgedeckt auf einen Stapel.
2. **Deckt** eine Karte **auf**.
3. **Startet** die Uhr: Ihr habt 1 Minute Zeit, im Buchstabennetz zur Formel passende sinnvolle Wörter zu finden.
   Denkt daran: Die Formel gibt an, aus wie vielen Buchstaben das gesuchte Wort bestehen darf und ob evtl. einer doppelt vorkommt.
   Beachtet:
   - Ihr müsst den Linien zum nächsten Buchstaben folgen.
   - Ihr dürft nicht den Buchstaben, den ihr gerade gefunden habt, doppelt nutzen, sondern müsst immer weiterziehen.
4. **Schreibt** die gefundenen Wörter auf. Für jedes passende sinnvolle Wort **bekommt** ihr einen Punkt.
5. Es gibt eine Sonderkarte, den Joker: Hier müsst ihr erst Wörter **finden** und dann dazu die passende Formel. Für jedes sinnvolle Wort mit richtig angegebener Formel **gibt** es dann einen Punkt.
6. **Gewonnen** hat am Ende die Person mit den meisten Punkten.

$3! = 6$	$\frac{3!}{2!} = 3$
$4! = 24$	$5! = 120$
$\frac{4!}{2!} = 12$	$6! = 720$
$\frac{5!}{2!} = 60$	Joker  Joker

© kbeis/DigitalVision Vectors