



10. Alles Zufall oder doch Berechnung? (Mehrstufige Zufallsversuche untersuchen)

Zeitbedarf

45–90 Minuten

Voraussetzungen

Die S. kennen Baumdiagramme und können die 1. (und je nach Arbeitsauftrag auch die 2.) Pfadregel anwenden.

Kompetenzen

- S. können Baumdiagramme einem Zufallsversuch zuordnen.
- S. erstellen Baumdiagramme zu zweistufigen Zufallsversuchen.
- S. ermitteln die Wahrscheinlichkeiten für einzelne Ergebnisse und Ereignisse.
- S. präsentieren ihre Ergebnisse angemessen vor der Klasse.

Differenzierung

Die Arbeitsphase findet in leistungshomogenen Gruppen statt. Hierfür stehen unterschiedlich anspruchsvolle Arbeitsaufträge zur Verfügung, von **M2** (leicht) bis **M7** (schwer). Jeder Arbeitsauftrag kann je nach Klassenstärke mehrmals vergeben werden. Sinnvoll ist eine Gruppengröße von zwei bis vier S.

Vorbereitung

- Baumdiagramm (**M1**) auf Folie kopieren
- Arbeitsaufträge (**M2–M7**) in ausreichender Zahl kopieren, zusätzlich auf Folie kopieren
- Folien und Stifte bereitlegen
- Gruppeneinteilung im Vorfeld überlegen

Ablauf

Motivation / Themenfindung

- Stummer Impuls: Die Folie (**M1**) wird am OHP gezeigt.
- S. äußern sich dazu. Sie erklären den zugehörigen Versuch und ergänzen die fehlenden Informationen auf der Folie. Dazu wird festgestellt, was sich im Gefäß befindet, wie oft aus dem Gefäß gezogen wird und ob das gezogene Objekt zurück-

gelegt wird oder nicht.

- Nach Bedarf werden die beiden Pfadregeln anhand des dargestellten Versuchs wiederholt.

Arbeitsauftrag

L. erklärt: „Ihr werdet heute den Umgang mit Baumdiagrammen üben und dazu verschiedene Zufallsversuche untersuchen. Am Ende stellt ihr eure Ergebnisse der Klasse vor.“

Erarbeitung

- L. teilt die Materialien aus. Jedes Gruppenmitglied erhält ein Arbeitsblatt (**M2–M7**). Zudem erhält jede Gruppe einige Folienstifte und eine Folie für die Präsentation der Ergebnisse.
- S. bearbeiten in Gruppen den jeweiligen Zufallsversuch.
- L. steht dabei beratend zur Verfügung.
- Wurde ein Arbeitsauftrag mehrmals vergeben, spricht der L. mit den Gruppen ab, welche Gruppe ihr Ergebnis präsentieren möchte.

Präsentation der Ergebnisse

- S. präsentieren nacheinander ihre Ergebnisse.
- Die restlichen S. werden in die Präsentation einbezogen, indem zuerst nur das Baumdiagramm gezeigt wird und die S. den untersuchten Zufallsversuch näher beschreiben sollen.

Abschluss

- Abschließendes Gespräch über die Ergebnisse der Arbeitsphase, z.B.
 - zur Bedeutung der Brüche an den einzelnen Ästen;
 - zur Kontrollmöglichkeit über Addition der Brüche an den einzelnen Ästen: Diese müssen in der Summe die Zahl 1 ergeben;
 - zur Bedeutung des Zählers und des Nenners an den einzelnen Pfaden;
 - zur Unterscheidung zwischen Zufallsversuchen mit Zurücklegen und ohne Zurücklegen.
- Je nach zur Verfügung stehender Zeit können diese Erkenntnisse in einem Tafelanschrieb zusammengefasst und von den Schülern übernommen werden.

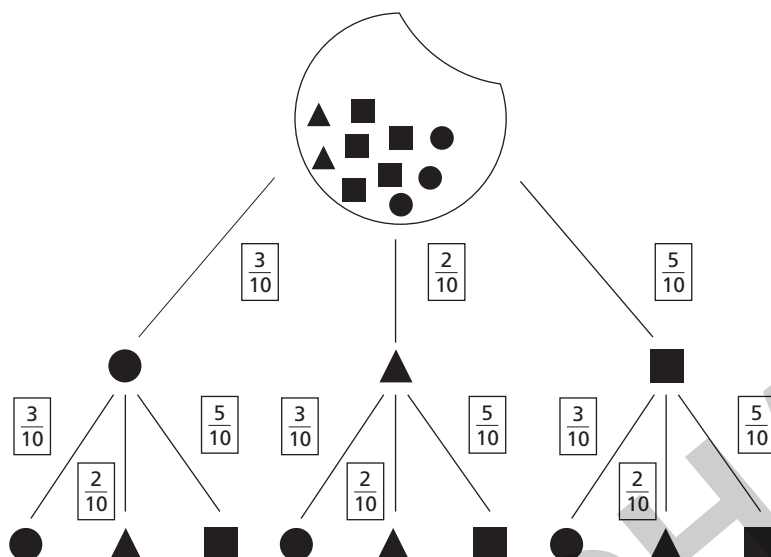


Lösungen

M1

Der Zufallsversuch:

In einem Gefäß befinden sich 3 Kreise, 5 Quadrate und 2 Dreiecke. Es wird zweimal hintereinander gezogen, die gezogenen Gegenstände werden zurückgelegt. Das ist am 1. Pfad zu erkennen.



1. Pfadregel: Multiplikationsregel:

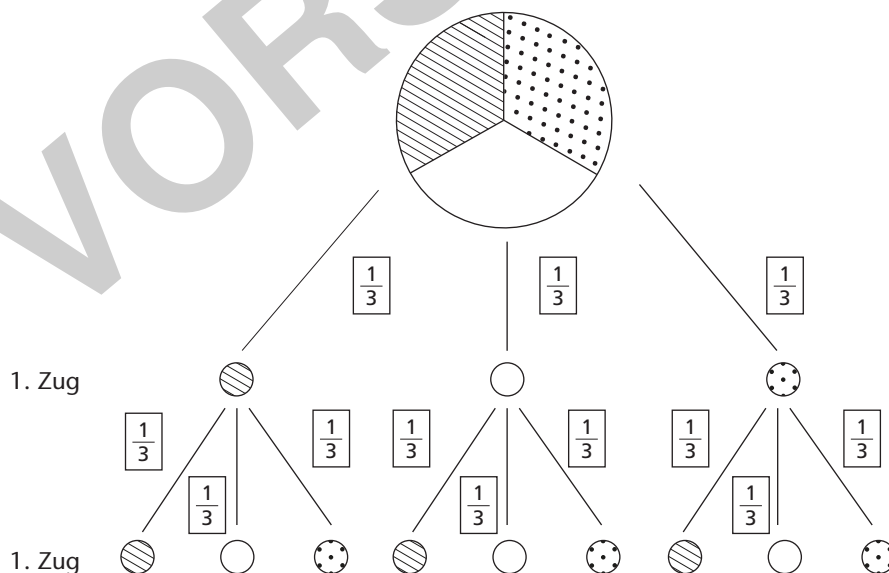
Bei einem mehrstufigen Zufallsversuch gilt: Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses ist gleich dem Produkt aller Wahrscheinlichkeiten des zugehörigen Pfades im Baumdiagramm.

2. Pfadregel: Additionsregel:

Bei einem mehrstufigen Zufallsversuch gilt: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der Pfadwahrscheinlichkeiten, die mit der 1. Pfadregel berechnet wurden.

M2

1.

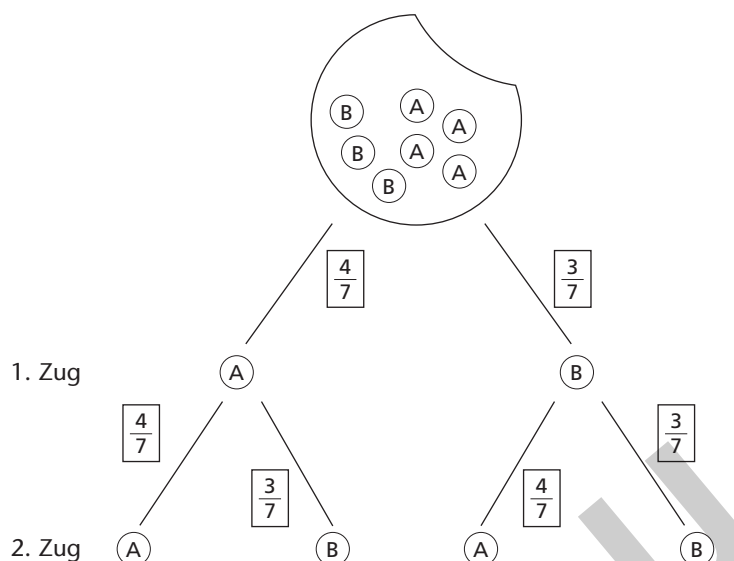


2. **1. Pfadregel:** $P(\text{„zweimal gestreift“}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \approx 0,11\bar{1} = 11,1\%$
Die Wahrscheinlichkeit, zweimal gestreift zu drehen, beträgt 11,1 %.

**M3**

1. Mögliche Ergebnisse sind: $\Omega = \{(A, A); (A, B); (B, A); (B, B)\}$

2.



3. **1. Pfadregel:** $P(\text{„zwei B-Kugeln“}) = P(B, B) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49} \approx 0,184 = 18,4\%$

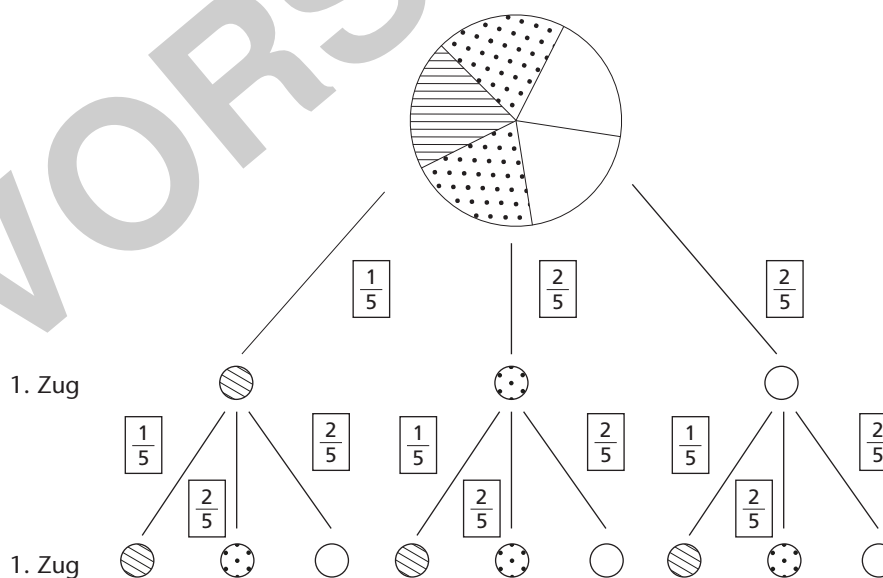
Die Wahrscheinlichkeit, zweimal B zu ziehen, beträgt 18,4%.

4. **2. Pfadregel:** $P(\text{„zwei unterschiedliche Kugeln“}) = P(A, B) + P(B, A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{49} + \frac{12}{49} = \frac{24}{49} \approx 0,49 = 49\%$

Die Wahrscheinlichkeit, zwei unterschiedliche Kugeln zu ziehen, beträgt 49%.

M4

1.



2. **1. Pfadregel:** $P(\text{„zweimal gestreift“}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$

Die Wahrscheinlichkeit, zweimal gestreift zu drehen, beträgt 4%.

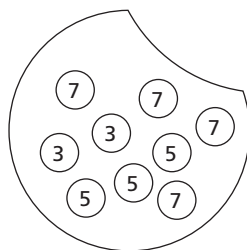
3. **2. Pfadregel:** $P(\text{„zweimal gleiche Färbung“}) = P(\text{„gestreift, gestreift“}) + P(\text{„gepunktet, gepunktet“}) + P(\text{„weiß, weiß“}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{9}{25} = 0,36 = 36\%$

Die Wahrscheinlichkeit, zweimal die gleiche Färbung zu erhalten, beträgt 36%.



Gruppe 5: Baumdiagramm bei einem zweistufigen Zufallsversuch

M6



Aus dem Gefäß wird zweimal verdeckt eine Kugel gezogen. Die gezogene Kugel wird nach dem Ziehen sofort wieder zurückgelegt.

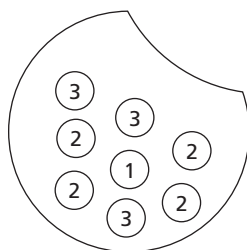
Arbeitsauftrag

1. Welche Ergebnisse sind möglich?
2. Zeichnet ein vollständiges Baumdiagramm und beschriftet die Pfade mit den Wahrscheinlichkeiten.
3. Berechnet mit der 1. Pfadregel die Wahrscheinlichkeit für „zweimal 3“.
4. Berechnet mit der 2. Pfadregel die Wahrscheinlichkeit für „eine Gesamtsumme größer als 8“.
5. Bereitet euch darauf vor, euren Mitschülern eure Ergebnisse zu präsentieren.



Gruppe 6: Baumdiagramm bei einem zweistufigen Zufallsversuch

M7



Aus dem Gefäß wird zweimal verdeckt eine Kugel gezogen. Die gezogene Kugel wird **nicht** wieder zurückgelegt.

Arbeitsauftrag

1. Welche Ergebnisse sind möglich?
2. Zeichnet ein vollständiges Baumdiagramm und beschriftet die Pfade mit den Wahrscheinlichkeiten.
3. Berechnet mit der 1. Pfadregel die Wahrscheinlichkeit für „zweimal 3“.
4. Berechnet mit der 2. Pfadregel die Wahrscheinlichkeit für „zwei unterschiedliche Kugeln“.
5. Bereitet euch darauf vor, euren Mitschülern eure Ergebnisse zu präsentieren.