

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber

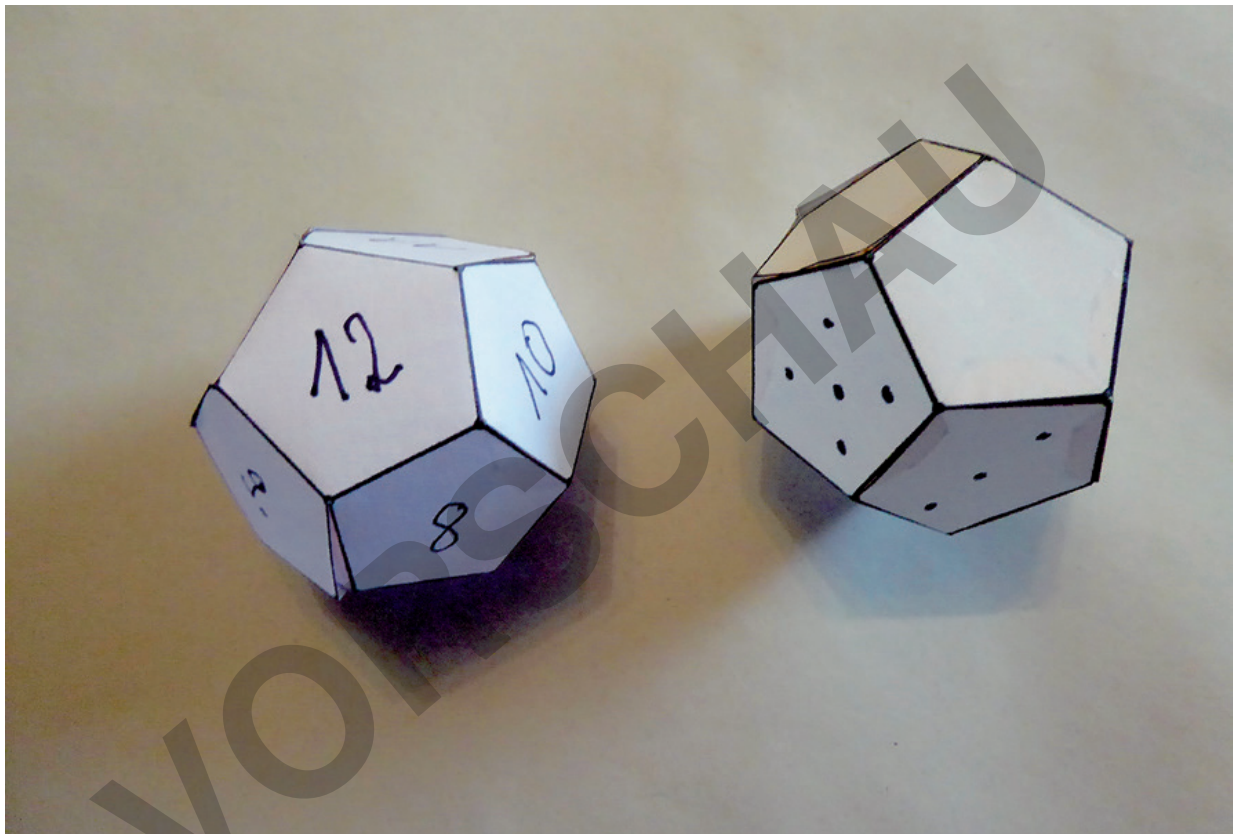


Bild: Günther Weber

Im vorliegenden Beitrag werden Zahlen eines fairen Dodekaeders benutzt, um Ereignismengen zu bestimmen und Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Auf die Ereignismengen wenden die Jugendlichen bestimmte Mengenoperationen an, die sich auch bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten wiederfinden. Mithilfe eines zweifachen Dodekaederwurfs spielen die Lernenden „Bingo“. Dabei werden unter Benutzung von Baumdiagrammen und Übergangsmatrizen die Wahrscheinlichkeiten, Ereignisse und Ergebnisse dieses Spiels untersucht. Derartige und weitere vielfältigere Aufgaben schulen den intuitiven Umgang der Lernenden mit den Begriffen der Stochastik.

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber und Mona Hitzenauer

Hinweise	1
M 1 Bastelvorlage Dodekaeder	4
M 2 Mengenoperationen	5
M 3 Aufgaben	6
Lösungen	11


Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Mengenoperationen (Komplementär-, Vereinigungs- und Schnittmenge) auf vorher bestimmte Ereignismengen anzuwenden und diese zur Berechnung von bestimmten Wahrscheinlichkeiten zu nutzen. Ebenso verwenden sie die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zwei- bzw. mehrstufigen Zufallsexperimenten bei einem Spiel. Wird die Anzahl der Versuche beim Spiel größer, so führen die Lernenden die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mithilfe einer Übergangsmatrix durch. Vergrößert sich die Anzahl der Laplace-Zufallsexperimente, so setzen die Jugendlichen die Formel von Bernoulli ein. Ebenso überprüfen sie bei einem Laplace-Zufallsexperiment, ob ein durchgeführtes Spiel fair ist.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

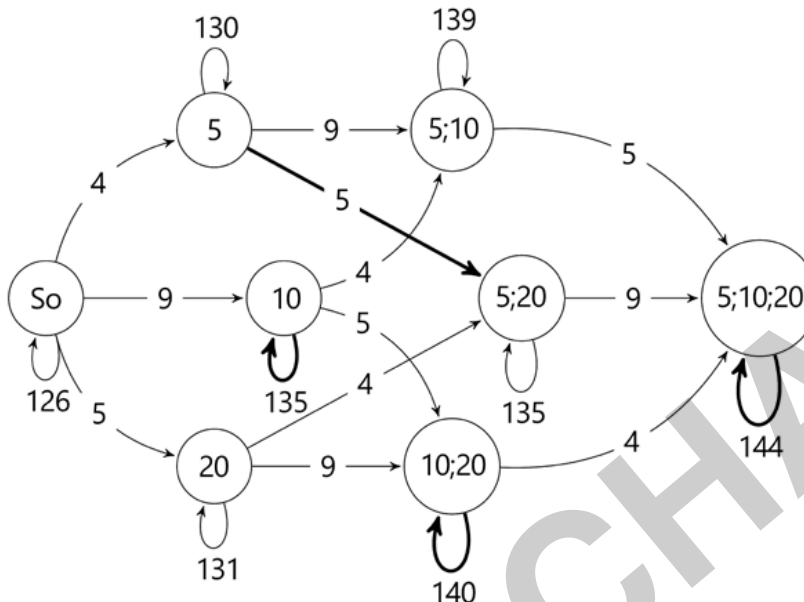
Ab Arbeitsblatt **Info** Informationsblatt

Thema	Material	Methode
Bastelvorlage Dodekaeder	M1	Ab
Mengenoperationen	M2	Info
Aufgaben	M3	Ab 

Kompetenzprofil:

Inhalt:	Mengenoperationen bei Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdigramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel
Medien:	GTR/CAS, Tabellenkalkulation
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

6. Im nachfolgenden Übergangsdiagramm geben die Zustände die gestrichenen Zahlen und daher auch die Anzahl der gestrichenen Zahlen auf dem Bingodreieck an. Die Wahrscheinlichkeiten an den Übergängen sind Brüche mit dem **Nenner 144**. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde jeweils auf den Nenner des Bruches verzichtet und nur der **Zähler** angegeben.



Grafik: Mona Hitznauer

- a) Erklären Sie die Wahrscheinlichkeiten an den fett markierten Übergängen.
- b) Erstellen Sie die zum Übergangsdiagramm gehörige Übergangsmatrix M und berechnen Sie ausgehend vom Startvektor \vec{v}_0 (siehe rechts) die Wahrscheinlichkeit, dass nach genau drei Würfeln keine Zahl, eine Zahl, zwei Zahlen oder drei Zahlen gestrichen wurden. Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil 5c).

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} P_0(\{So\}) \\ P_0(\{5\}) \\ P_0(\{10\}) \\ P_0(\{20\}) \\ P_0(\{5;10\}) \\ P_0(\{5;20\}) \\ P_0(\{10;20\}) \\ P_0(\{5;10;20\}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tipp: Verwenden Sie für diese und für die nachfolgenden Teilaufgaben ein Tabellenkalkulationsprogramm (z. B. auf dem Smartphone oder dem PC) oder einen geeigneten Taschenrechner.

- c) Berechnen Sie mithilfe der Übergangsmatrix die Wahrscheinlichkeiten, dass man nach genau vier Würfeln keine, eine, zwei oder drei der Zahlen gestrichen hat.