Inhaltsverzeichnis

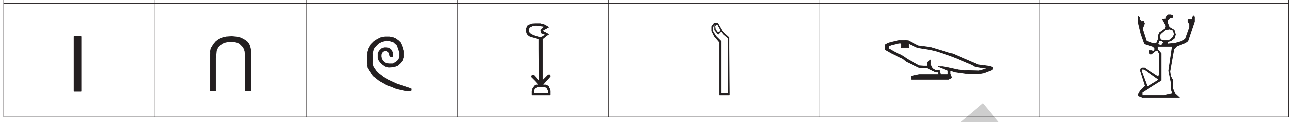
Geschichtliches im Überblick

3000 v. Chr.	Die ersten Zahlzeichen in Hieroglyphenschrift.
2000 v. Chr.	Die Babylonier berechneten eine Kathete im rechtwinkligen Dreieck. Die Ägypter benutzten eine Näherungsformel für die Berechnung der Kreisfläche. Die Ägypter lösten lineare Gleichungen mit einer Variablen (Hau-Rechnung).
600 v. Chr.	**Thales von Milet (624 - 547 v. Chr.)** Neben der Mathematik beschäftigte sich Thales auch mit Philosophie und Astronomie. Er war der erste Mathematiker, der für seine Sätze Beweise angab. Er bestimmte die Höhe ägyptischer Pyramiden durch Messen des Schattens und sagte die Sonnenfinsternis vom 28.05.585 v. Chr. voraus.
540 v. Chr.	**Pythagoras von Samos (um 580 - um 501 v. Chr.)** Pythagoras war ein vielseitiger Gelehrter, der eine Art Naturreligion begründete. Seine Jünger, die er um sich scharte, glaubten, dass Gott die Welt nach Zahlen und Zahlenverhältnissen geordnet habe.
440 v. Chr.	**Hippokrates von Chios** Er berechnete den Flächeninhalt der Möndchen.
300 v. Chr.	**Euklid von Alexandria (um 365 - um 300 v. Chr.)** Er schrieb das dreizehnbändige Werk »Elemente«, dass das gesamte mathematische Wissen seiner Zeit darstellte. Neben der Bibel ist es das meistgedruckte Buch.
230 v. Chr.	**Eratosthenes von Kyrene (um 276 - um 194 v. Chr.)** Eratosthenes war nicht nur Mathematiker, sondern auch Sportler, Geograph, Historiker, Philologe und Dichter. Sein Spitzname lautete »Beta« (d. h. Nummer Zwei), weil er auf allen Bereichen gut war, aber nicht Spitze. Er berechnete ziemlich genau den Erdumfang. Bekannt ist er wegen seines Verfahrens zum Aussieben der Primzahlen. Er war Vorsteher der berühmten Bibliothek von Alexandria.
212 v. Chr.	**Archimedes von Syrakus (287 - 212 v. Chr.)** Er ist der vielseitigste und bedeutendste Mathematiker und Naturwissenschaftler der Antike. Er erfand physikalisch-technische Geräte wie den Hebel, die Winde, die sogenannte »archimedische Schnecke«, mit der man Wasser schöpfte, aber auch kriegstechnisches Gerät wie Wurfschleudern, Greifarme, Brennspiegel, das bei der Abwehr der Römer in seiner Heimastadt Syrakus eingesetzt wurde. Als die Römer durch eine List die Stadt einnahmen, wurde Archimedes durch einen Legionär getötet.
75	**Heron** Er wirkte in Alexandria als Ingenieur, Mathematiker und Vermessungstechniker.
250	**Diophantos von Alexandria** Er ist der Vater der Algebra, weil er für mathematische Ausdrücke besondere Symbole benutzte.
1450	**Nikolaus von Cues (1401 - 1464)** Für ihn war Mathematik nur eine Nebensache. Er studierte Jura in Padua und erlangte 1424 den Titel eines Doktors der Rechte. Als er seinen allerersten Prozeß in Mainz verlor, war er so frustriert, dass er sich dem Studium der Theologie widmete. 1430 wurde er zum Priester geweiht. 18 Jahre später wurde er Kardinal von Brixen. Er bestimmte näherungsweise die Kreiszahl π.
1514	**Albrecht Dürer (1471 - 1528)** Der Maler schrieb für Zunftgenossen die »Unterweysung der Messung mit dem Zirkel und richtscheyt«.
1579	**François Viéte (1540 - 1603)** Viéte (lateinisch auch Vieta) wurde 1540 in Fontanay-le-Compte geboren. Er wurde 1571 Rechtsanwalt und 1573 Anwalt am Hofe König Heinrich IV.; nebenher beschäftigte er sich aber mit mathematischen Fragen. Er war der erste, der Buchstaben und Rechenzeichen verwandte, um Rechenausdrücke zu schreiben und formte diese nach den Regeln des Zahlenrechnens um.
1630	**Marin Mersenne (1588 - 1648)** führte eine weitverzweigte mathematische Korrespondenz.
1655	**John Wallis (1616 - 1703)** führte Vorarbeiten zur Infinitesimalrechnung durch.
1750	**Leonhard Euler (1707 - 1783)** Er wurde in Basel als Sohn eines Pfarrers geboren und studierte zunächst in Basel Theologie. Mehr und mehr widmete er sich der Mathematik. 1730 wurde er Professor für Physik und 1733 Professor für Mathematik an der Petersburger Akademie. Er schrieb in den 76 Jahren seines Schaffens das umfangreichste Werk, dass je ein Mathematiker verfasst hat, obwohl er im Alter von 59 Jahren vollkommen erblindete.
1794	**Adrien-Marie Legendre (1752 - 1833)** vermutete, dass die Kreiszahl π transzendent sei.
1801	**Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855)** C. F. Gauß war der Sohn eines Gärtners und Maurers in Braunschweig. Schon in jugendlichem Alter beeindruckte er seine Mitmenschen durch mathematische Fertigkeiten. Er war so etwas wie ein mathematisches Wunderkind und wurde daher entsprechend gefördert. Seine Mutter, die etwas besorgt wegen ihres Sohnes war, fragte daher den Mathematiker W. Bolyai, ob ihr Sohn in der Mathematik etwas leisten könne. Der antwortete ganz cool: »Er wird der größte Mathematiker Europas werden.«
18[illegible]	**Ferdinand von Lindemann (1852 - 19[illegible]** Er bewies 1882, dass die Kreiszahl π transzendent ist.

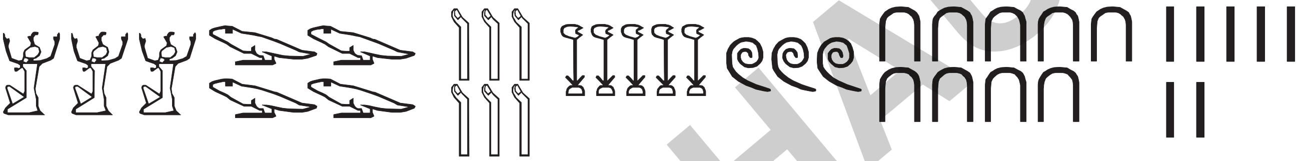
So stellten die Ägypter Zahlen dar (1)

Meine Güte, kannst du froh sein, dass du nicht Schüler/in im alten Ägypten um 2 000 v. Chr. gewesen bist! Die Hausaufgaben in Mathe hätten dich umgebracht. Die Ägypter verwendeten nämlich für die Zahlen 1, 10, 100, ... eigene Zeichen. Durch Aneinanderreihen dieser Zeichen stellten sie Zahlen dar. Das war eher was für den Kunst- als für den Matheunterricht. So sahen die Zeichen aus:

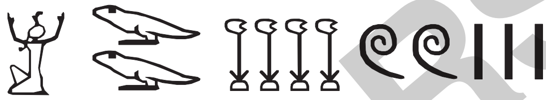
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Merkstrich	Bügel	Meßschnur	Lotusblüte	Zeigefinger	Kaulquappe	Gott der Unendlichkeit

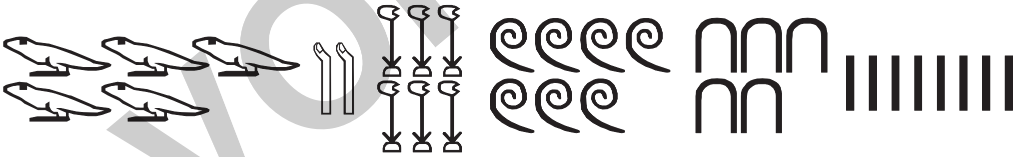


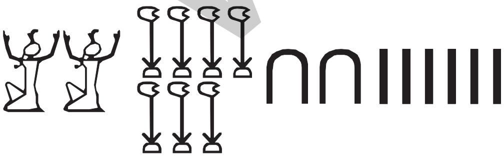
Die Zahl 3 465 397 stellte sich dann so oder ähnlich dar:

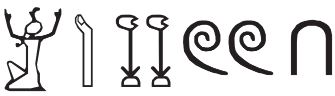


Jetzt bist du dran. »Übersetze« das Ägyptische in unsere neue Zeit.





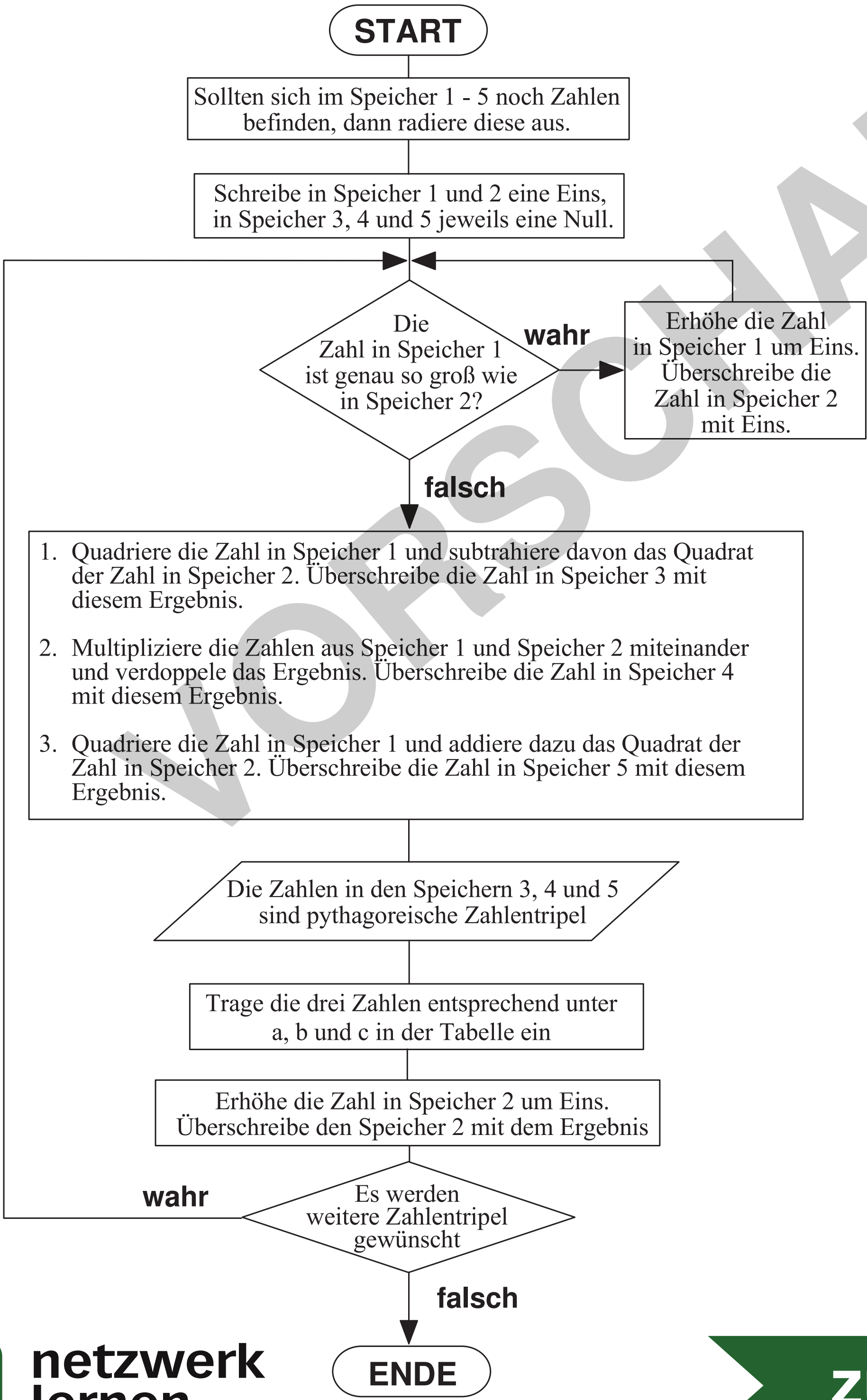




KOHL VERLAG Lernen mit Erfolg
MATHE FRÜHER & HEUTE
Historische Verfahren ... zeitgemäß aufbereitet – Bestell-Nr. P11 8

Wie Diophantos pythagoreische Zahlentripel erzeugte

Der griechische Mathematiker Diophantos von Alexandria, der um 250 nach Christus lebte und das 13-bändige Buch »Arithmetica« schrieb, hatte den Spitznamen »Vater der Algebra«. Er war der erste, der Symbole für Variable einführte. Er war es auch, der einen Algorithmus zur Erzeugung »pythagoreischer Zahlentripel« fand und angab, dass es unendlich viele solcher Zahlenverhältnisse gibt.
Was ist ein Algorithmus? Nichts anderes als ein Rechenvorgang, der immer nach demselben Muster abläuft. Das ist so ähnlich wie ein Kochrezept für Nudeln: »Man nehme ...«.
Wie du dir das vorzustellen hast, zeigt dir das untenstehende Schema:

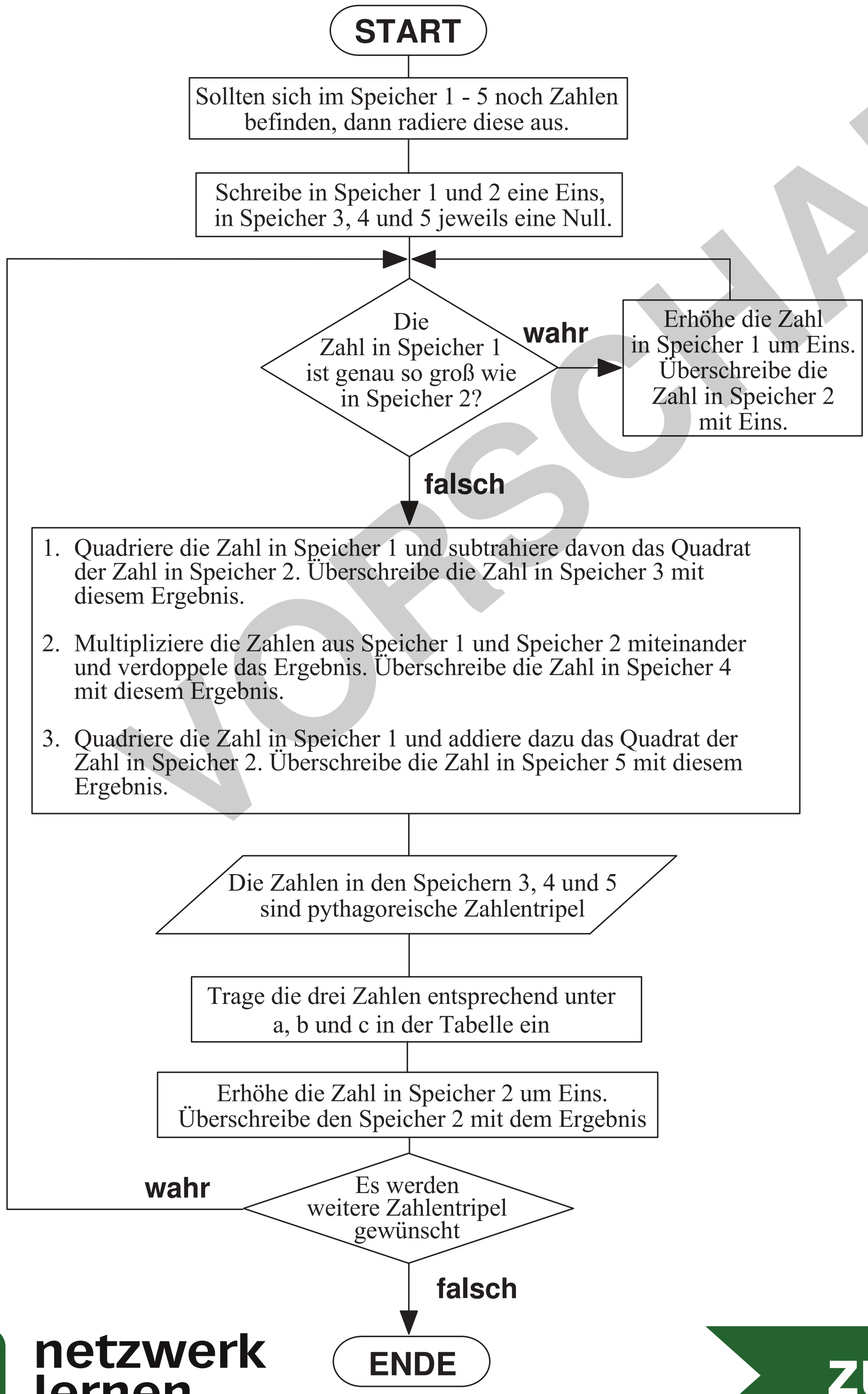


Speicher 1	
Speicher 2	
Speicher 3	
Speicher 4	
Speicher 5	

a	b	c

Wie Diophantos pythagoreische Zahlentripel erzeugte

Der griechische Mathematiker Diophantos von Alexandria, der um 250 nach Christus lebte und das 13-bändige Buch »Arithmetica« schrieb, hatte den Spitznamen »Vater der Algebra«. Er war der erste, der Symbole für Variable einführte. Er war es auch, der einen Algorithmus zur Erzeugung »pythagoreischer Zahlentripel« fand und angab, dass es unendlich viele solcher Zahlenverhältnisse gibt.
Was ist ein Algorithmus? Nichts anderes als ein Rechenvorgang, der immer nach demselben Muster abläuft. Das ist so ähnlich wie ein Kochrezept für Nudeln: »Man nehme ...«.
Wie du dir das vorzustellen hast, zeigt dir das untenstehende Schema:



Speicher 1	
Speicher 2	
Speicher 3	
Speicher 4	
Speicher 5	

a	b	c
3	4	5
8	6	10
5	12	13
15	8	17
12	16	20
7	24	25
24	10	26
21	20	29
16	30	34
9	40	41
35	12	37
32	24	40
27	36	45
20	48	52
11	60	61
48	14	50
45	28	53
40	42	58
33	56	65
24	70	74
13	84	85
63	16	65
60	32	68
55	48	73
48	64	80

Wie Archimedes π bestimmte

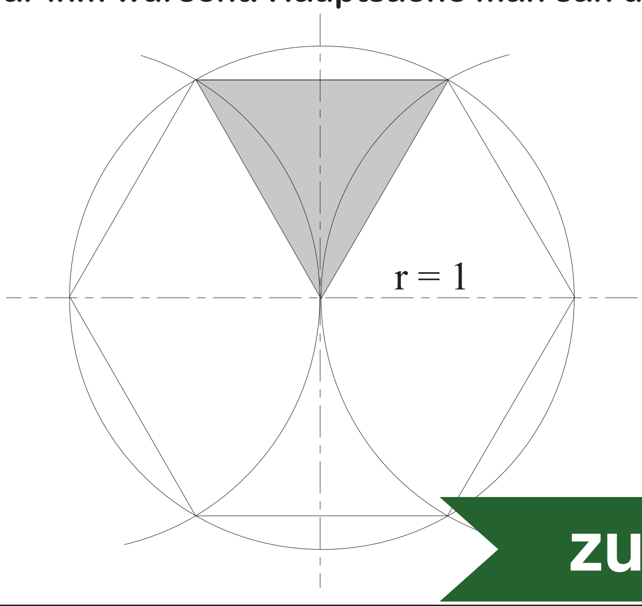
Archimedes von Syrakus war der erste Mathematiker, der mit seinem Verfahren π zwischen $3\frac{10}{71}$ und $3\frac{1}{7}$ eingrenzte.

Und gewiss war er gerade mit der Berechnung von π beschäftigt, als der römische Legionär in seinen Garten drang und das Schwert zückte. Archimedes schrie den ungebetenen Gast noch an: »Störe meine Kreise nicht!« Aber er bat vergeblich. Er fiel unter dem Schwert des Römers.

Die Römer waren gerade dabei Syrakus zu erobern und hatten auf den armen Archimedes einen furchtbaren Hass. Der hatte nämlich einen fürchterlichen Hang zu praktischen Erfindungen. Er war es, der das Prinzip des Hebels entdeckte und den Flaschenzug erfand. Als nun die römische Armee unter der Leitung des Feldherrn Marcellus sich mit ihren Schiffen nach Sizilien aufmachte, um Syrakus zu erobern, da stellte sich Archimedes seinem Vaterland zur Verfügung. Die Schiffe ließ er bereits frühzeitig angreifen, indem er die Segel mit Hilfe eines Parabolspiegels, der die Strahlen der Sonne bündelte, in Brand setzte. Wenn aber ab und zu die Sonne nicht schien und es einem Schiff gelang, in den Hafen zu segeln, dann hielt Archimedes einen Riesengreifarm bereit, mit dem das Schiff aus dem Wasser gehoben und zerschmettert werden konnte. Außerdem hatte er ein besonders wirksames Katapult ersonnen, mit dem er die Legionäre beschoss. Dennoch schafften es die Römer Syrakus in ihre Gewalt zu bekommen. Feldherr Marcellus hatte zwar noch den Befehl gegeben, Archimedes am Leben zu lassen, aber der römische Legionär hatte ihn wohl nicht erkannt. Dieser Ignorant machte dem Leben eines mathematischen Genies frühzeitig ein Ende.

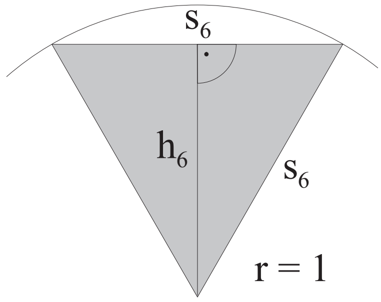
Wie hat Archimedes es geschafft π einzukreisen? Er konstruierte sich zunächst ein regelmäßiges Sechseck. Du weißt sicherlich, wie man ein solches Gebilde »fabriziert«. Da die Länge der 6 Sechseckseiten genau der Länge des Umkreisradius entspricht, musst du nur ein paar Kreisbögen schlagen. So ein regelmäßiges Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken.

Archimedes wählte als Radius des Umkreises die Einheit 1. Ob 1 cm, 5 dm, 7 m oder 20 km war ihm wurscht. Hauptsache man sah diesen Radius als Einheit 1 an.



Wie Archimedes π bestimmte

Weil Archimedes wissen wollte, wie groß der Flächeninhalt des Sechsecks war, griff er sich ein Dreieck heraus und leitete eine Formel für den Flächeninhalt her:



Wie du sicherlich weißt, berechnet man den Flächeninhalt eines Dreiecks mit

$$A_{Dreieck} = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}$$

also $$A_{Dreieck} = \frac{s_6 \cdot h_6}{2}$$

$$s_6 = 1 \text{ nach Konstruktion}$$

Wie groß ist aber h_6?
Na klar, der Satz des Pythagoras hilft in fast allen Lebenslagen:

$$h_6 = \sqrt{s_6^2 - \left[\frac{s_6}{2}\right]^2}$$

Somit erhält man

$$A_{Dreieck} = \frac{s_6 \cdot \sqrt{s_6^2 - \left[\frac{s_6}{2}\right]^2}}{2}$$

Das rechnet man schnell aus:

$$A_{Dreieck} = \frac{1 \cdot \sqrt{1^2 - 0{,}5^2}}{2}$$

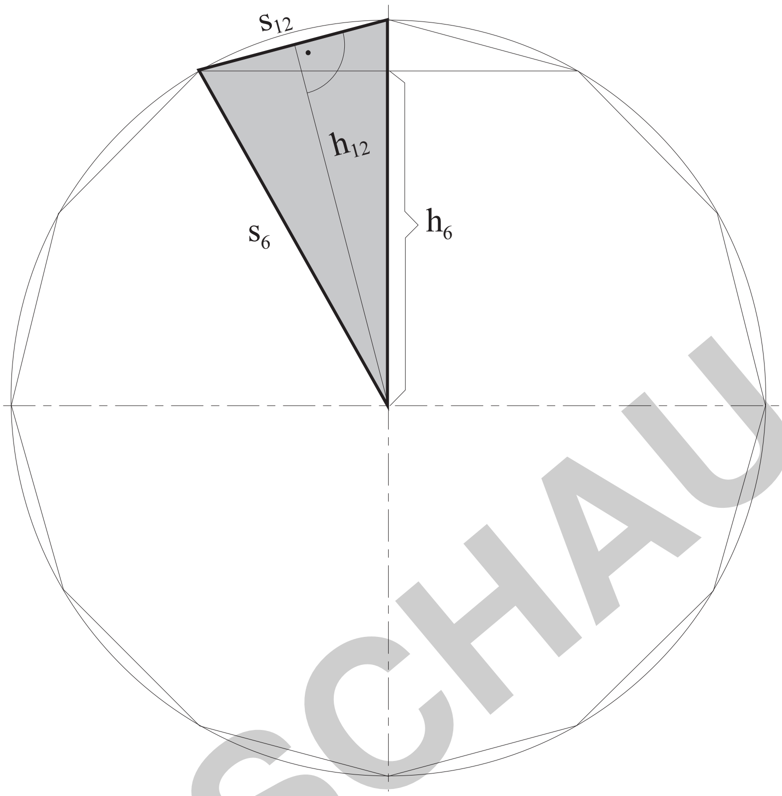
$$A_{Dreieck} = 0{,}433012702$$

Er musste dieses Ergebnis mit 6 multiplizieren, weil er ja den Flächeninhalt des Sechsecks brauchte:

$$A_{Sechseck} = 2{,}598076211$$

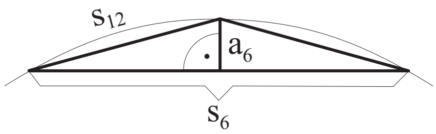
Wie Archimedes π bestimmte

Archi, wie ihn seine Freunde nannten, machte weiter mit dem regelmäßigen Zwölfeck, das ebenfalls einen Umkreisradius von 1 hatte:



Wiederum bestimmte er den Flächeninhalt: $A_{Zwölfeck} = 12 \cdot \frac{s_{12} \cdot h_{12}}{2}$

Das gestaltete sich schon etwas schwieriger, weil ihm weder h_{12} **noch** s_{12} **bekannt waren.**
Er griff sich wieder ein »Hilfsdreieck« heraus, um die beiden Längen zu berechnen.



Klar, dass er den Satz des Pythagoras anwandte:

$$s_{12}^2 = \left[\frac{s_6}{2}\right]^2 + a_6^2$$

a_6 **war ihm aber auch nicht bekannt. Was tun? Ach ja!**

$$a_6 = s_6 - h_6$$

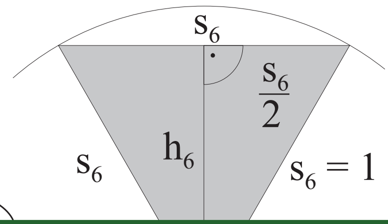
siehe Zeichnung des Zwölfecks

$$a_6 = 1 - h_6$$

und

$$h_6 = \sqrt{1 - \left[\frac{s_6}{2}\right]^2}$$

Satz des Pythago



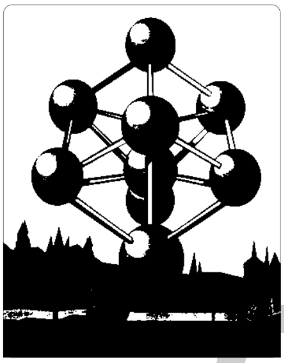
Warum Archimedes von der Uni flog

$V_{Zylinder} = r^2 \cdot \pi \cdot h$ $\qquad V_{Kugel} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$ $\qquad V_{Kegel} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

Die obigen Formeln helfen dir bei der Lösung der Aufgaben.

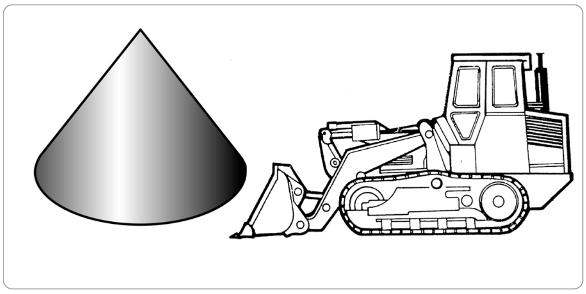
Die Drillinge Dell, Doll und Dull genehmigen sich im Saloon »Zum dirty Meineid« oftmals einen Whiskey aus unterschiedlich geformten Gläsern, die alle einen Durchmesser von 6 cm haben und 3 cm hoch sind. In welchem Verhältnis muss der Barkeeper Simple Simon die Preise berechnen?

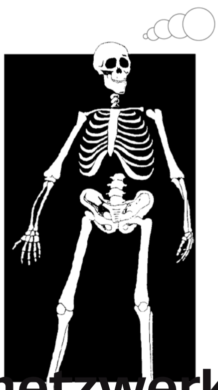
Wenn Chefkoch Peter Silie eine kräftige Fleischbrühe für seine weltbekannte Suppe »Golden Delicious« aus Rindfleisch kocht, dann packt er an Zutaten vieles hinein, was anschließend wieder durch ein Spitzsieb passiert werden muss. Das Sieb hat einen Durchmesser von 22 cm hat und ist 28 cm hoch.
Wie viel Liter Brühe passen in ein solches Sieb?



Das Atomium in Brüssel besteht aus neun »sogenannten« Sphären, die einen Durchmesser von 18 m haben.
Berechne das Volumen dieser neun Spären.

Bodo hat mit seinem Bagger einen kegelförmigen Sandhaufen mit 6 m Durchmesser und 3,20 m Höhe aufgeschüttet. Wie oft muss sein Freund Manni Elkawe mit seinem 5-Tonner fahren, um den Haufen abzutransportieren.
Spezifisches Gewicht der Erde 2,1 t/m³.





Rauchen schadet der Gesundheit

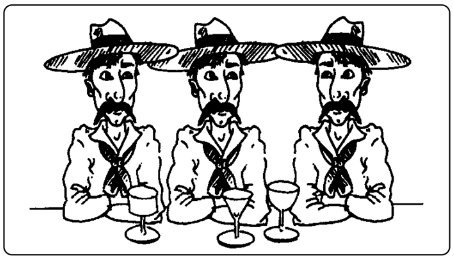
Die Lunge eines erwachsenen Menschen hat etwa 75 Millionen halbkugelförmige Lungenbläschen von 1 mm Durchmesser. Auf der Oberfläche dieser Bläschen vollzieht sich der Gasaustausch Sauerstoff - Kohlendioxid.
Berechne einmal das Volumen all dieser Bläschen.
Die Oberfläche einer Kugel berechnet sich nach der Formel $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$.
Wie groß ist die Gesam

KOHL VERLAG MATHE FRÜHER & HEUTE Historische Verfahren ... zeitgemäß aufbereitet – Bestell-Nr. P11 8

Warum Archimedes von der Uni flog

$V_{Zylinder} = r^2 \cdot \pi \cdot h$ $\qquad V_{Kugel} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$ $\qquad V_{Kegel} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

Die obigen Formeln helfen dir bei der Lösung der Aufgaben.



Dells Glas fasst 84,8 cm^3 $\qquad 3^2 \cdot \pi \cdot 3 = 84{,}82300165$

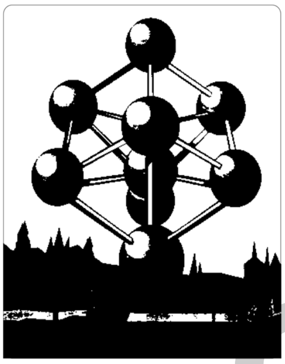
Dolls Glas fasst 28,3 cm^3 $\qquad (3^2 \cdot \pi \cdot 3) : 3 = 28{,}27433388$

Dulls Glas fasst 56,5 cm^3 $\qquad 2 \cdot (3^2 \cdot \pi \cdot 3) : 3 = 56{,}54866776$

Dell muss dreimal so viel zahlen wie sein Drillingsbruder Doll, Dull bezahlt das Doppelte von dem, was Doll zahlt.

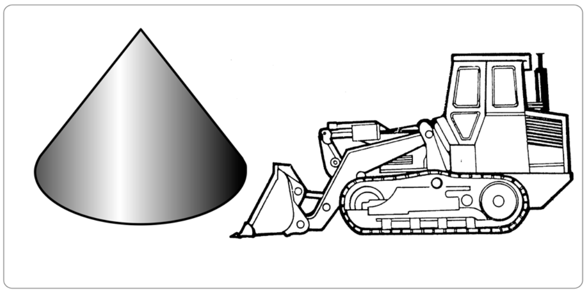
$$\frac{11^2 \cdot \pi \cdot 28}{3} = 3547{,}905303$$

Das Sieb fasst ungefähr 3,5 Liter Brühe.



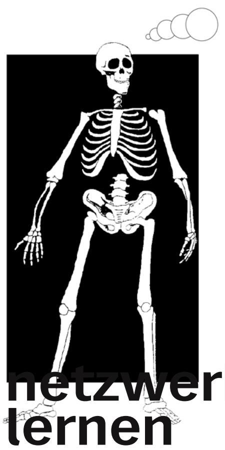
$$\frac{4 \cdot 9^3 \cdot \pi}{3} \cdot 9 = 27482{,}65253$$

Die Sphären haben zusammen ein Volumen von 27482,7 m^3.



$$\frac{3^2 \cdot \pi \cdot 3{,}20}{3} \cdot 2{,}1 = 63{,}3345079$$

Der Sand wiegt rund 63 t.
Manni Elkawe muss 13mal fahren.



Rauchen schadet
der Gesundheit

$$\frac{75\,000\,000 \cdot 2 \cdot 0{,}5^3 \cdot \pi}{3} = 19634954{,}08$$

$$75\,000\,000 \cdot 2 \cdot 0{,}5^2 \cdot \pi = 117809724{,}5$$

Das Volumen aller Bläschen beträgt 19,6 dm^3,
die Oberfläche 117,8 m^2.