

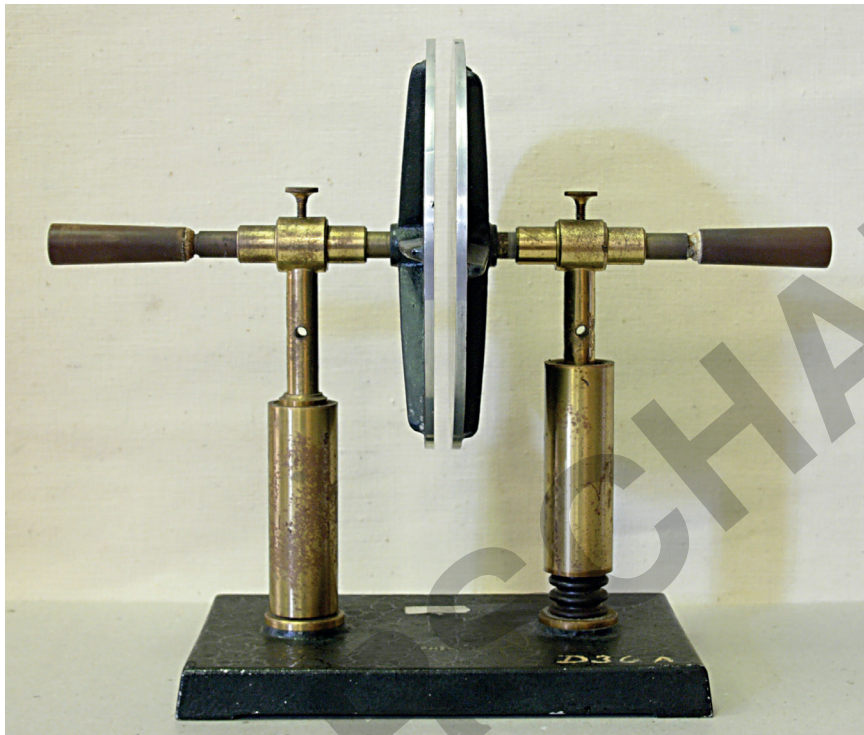
## II.C.17

### Elektrizitätslehre und Magnetismus

# Kondensatoren mit variabler Kapazität

Ein Beitrag von Prof. Dr. Axel Donges

Mit Illustrationen von Benjamin Streit



© Dr. Hannes Grobe/Schulhistorische Sammlung Bremerhaven

Kondensatoren zählen zu den wichtigsten Bauelementen der Elektrotechnik. Sie speichern elektrische Ladung und elektrische Energie. Die einfachste Bauform hat der Plattenkondensator. Da sein elektrisches Feld (nahezu) homogen ist, ist seine mathematische Beschreibung vergleichsweise einfach, weshalb er gerne im Schulunterricht behandelt wird.

---

#### KOMPETENZPROFIL

|                              |   |
|------------------------------|---|
| <b>Klassenstufe:</b>         | 11–13   |
| <b>Dauer:</b>                | 18 Unterrichtsstunden   |
| <b>Kompetenzen:</b>          | Kenntnisse zum Plattenkondensator vertiefen, Probleme und Rechenaufgaben lösen  |
| <b>Thematische Bereiche:</b> | Kapazität, Spannung, Ladung, elektrisches Feld, Energie, Arbeit, Parallel- und Reihenschaltung, Übungsaufgaben zum Plattenkondensator, mechanisch und elektrisch veränderbare Kapazitäten, Aufgaben mit veränderlichem Dielektrikum |
| <b>Medien:</b>               | Texte, Bilder, Mediathek mit Hinweisen und Links zu Videos und Versuchen  |



## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt, LEK = Lernerfolgskontrolle, Lv = Lehrerversuch

---

### 1.–3. Stunde

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Thema:</b>       | <b>Wiederholung: Grundbegriffe des Kondensators</b>   |
| <b>M 1 (Ab)</b>     | <b>Der Plattenkondensator – Frischen Sie Ihr Wissen auf!</b>  |
| <b>Inhalt:</b>      | Kapazität, Spannung, Ladung, elektrisches Feld, Energie, Arbeit, Parallel- und Reihenschaltung  |
| <b>M 2 (Ab)</b>     | <b>Kondensatoren mit veränderlicher Kapazität</b>   |
| <b>Inhalt:</b>      | Mechanisch und elektrisch veränderbare Kapazitäten  |
| <b>Kompetenzen:</b> | Die Schülerinnen und Schüler können einfache Aufgaben zum Kondensator rechnen und kennen Bauformen von Kondensatoren mit variabler Kapazität. |

---

### 4.–7. Stunde

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Thema:</b>       | <b>Veränderung des Plattenabstandes</b>   |
| <b>M 3 (Ab, Lv)</b> | <b>Kondensator bei veränderlichem Plattenabstand – Aufgaben</b>                                       |
| <b>Inhalt:</b>      | Aufgaben mit veränderlichem Plattenabstand  |
| <b>Benötigt:</b>    | Plattenkondensator mit einstellbarem Plattenabstand, Elektroskop, Hochspannungsnetzgerät              |
| <b>M 4 (Ab)</b>     | <b>Kondensator bei veränderlichem Plattenabstand – Resümee</b>  |
| <b>Inhalt:</b>      | Formeln zur Berechnung der Eigenschaften des Plattenkondensators, wenn sich der Plattenabstand ändert |
| <b>M 5 (Ab)</b>     | <b>Anwendungsbeispiel: Parametrischer Schwingkreis</b>  |
| <b>Inhalt:</b>      | Entdämpfung eines Schwingkreises  |
| <b>Kompetenzen:</b> | Die Schülerinnen und Schüler können Aufgaben mit veränderlichem Kondensatorplattenabstand rechnen.    |

---

## 8.–12. Stunde

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Thema:</b>       | <b>Veränderung des Dielektrikums</b>  |
| <b>M 6 (Ab, Lv)</b> | <b>Kondensator bei veränderlichem Dielektrikum – Aufgaben</b>   |
| <b>Inhalt:</b>      | Aufgaben mit veränderlichem Dielektrikum  |
| <b>Benötigt:</b>    | Plattenkondensator, Elektroskop, Hochspannungsnetzgerät, Isolatorplatte                                   |
| <b>M 7 (Ab)</b>     | <b>Kondensator bei veränderlichem Dielektrikum – Resüme</b>   |
| <b>Inhalt:</b>      | Formeln zur Berechnung der Eigenschaften des Plattenkondensators, wenn das Dielektrikum geändert wird     |
| <b>M 8 (Ab)</b>     | <b>Anmerkung zur Energieänderung beim Einbringen eines Dielektrikums bei abgeklemmter Spannungsquelle</b> |
| <b>Inhalt:</b>      | Energiebilanz beim Einbringen eines Dielektrikums in einen Plattenkondensator                             |
| <b>M 9 (Ab)</b>     | <b>Anwendungsbeispiel: Kapazitive Füllstandsmessung</b>   |
| <b>Kompetenzen:</b> | Die Schülerinnen und Schüler können Aufgaben mit veränderlichem Dielektrikum rechnen.                     |

---

## 13.–14. Stunde

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Thema:</b>       | <b>Veränderung des Plattenabstandes und des Dielektrikums</b>   |
| <b>M 10 (Ab)</b>    | <b>Plattenkondensator bei veränderlichem Plattenabstand und zwei Dielektrika</b>  |
| <b>Inhalt:</b>      | Aufgaben mit veränderlichem Plattenabstand und Variation des Dielektrikums  |
| <b>Kompetenzen:</b> | Die Schülerinnen und Schüler können Aufgaben mit veränderlichem Kondensatorplattenabstand bei gleichzeitiger Variation des Dielektrikums rechnen. |

---

## 15.–18. Stunde

|                   |   |
|-------------------|---|
| <b>M 11 (LEK)</b> | <b>Aufgaben rund um den Kondensator</b> |
|-------------------|---|

## M 2

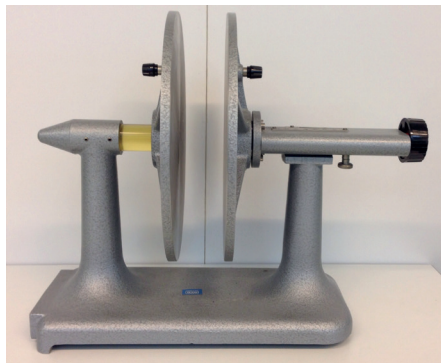
## Kondensatoren mit veränderlicher Kapazität

Ein Kondensator mit variabler Kapazität (= **Varko**) kann auf verschiedene Weisen realisiert werden. Nachfolgend werden einige Beispiele gezeigt.



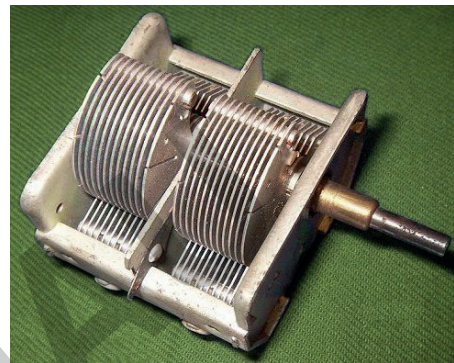
## Mechanische verstellbare Kondensatoren

Bei mechanisch verstellbaren Kondensatoren kann der Plattenabstand manuell, aber auch mithilfe eines Elektromotors variabel und reproduzierbar eingestellt werden. Alternativ kann auch die Plattenfläche verändert werden (Drehkondensator). Die meisten mechanischen Bauformen haben heute nur noch historische Bedeutung.



Plattenkondensator mit manuell verstellbarem Plattenabstand

Bildquelle: <https://physikunterricht-online.de/>



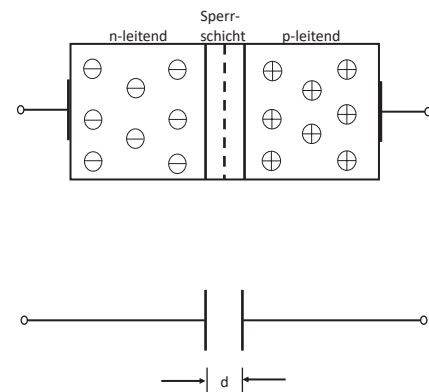
Drehkondensator

Bildquelle: Hans Lohninger

## Elektrisch verstellbare Kondensatoren

## Kapazitätsdioden:

Zu den wichtigsten elektrisch einstellbaren Kondensatoren zählen die sogenannten Kapazitätsdioden (= **Vari-caps**). Wird eine Halbleiterdiode in Sperrrichtung geschaltet, so wirkt die Sperrschicht wie ein Kondensator, d. h., die Sperrschicht besitzt eine Kapazität (siehe Abb. rechts). Steigt beispielsweise die Spannung an der Sperrschicht, so wird die Sperrschicht breiter und die Kapazität der Diode sinkt. Auf diese Weise lässt sich die Kapazität verändern bzw. in definierter Weise einstellen.



© Benjamin Streit

## BST-Kondensatoren:

BST-Kondensatoren haben die Besonderheit, dass ihr Dielektrikum aus dem ferroelektrischen Material **Barium-Strontium-Titanat (BST)** besteht. BST hat ein relativ hohes  $\epsilon_r$ , das zudem noch von der elektrischen Feldstärke  $E$  abhängt. Damit ist die Kapazität dieser Bauteile abhängig von der anliegenden elektrischen Spannung  $U$ . Die Abbildung rechts zeigt ein Beispiel.

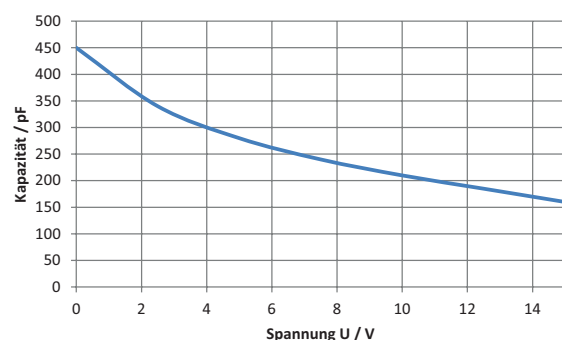


Diagramm: Prof. Dr. Axel Dengler

# Kondensator bei veränderlichem Plattenabstand – Aufgaben

M 3

## Aufgaben

- Ein Plattenkondensator besteht aus zwei Metallplatten mit einer Fläche von jeweils  $90,0 \text{ cm}^2$ . Der Plattenabstand ist  $d_1 = 2,00 \text{ mm}$ . Zwischen den Platten ist Vakuum ( $\epsilon_r = 1$ ) und es liegt eine Spannung von  $U = 20,0 \text{ V}$  an. **Berechnen Sie ...**
  - ... die Kapazität  $C_1$  des Kondensators.
  - ... die Ladungen  $Q_1$  auf den Platten.
  - ... den Betrag der elektrischen Feldstärke  $E_1$ .
  - ... die gespeicherte Energie  $W_1$ .
  - ... die Anziehungskraft  $F_1$  zwischen den Platten.
- Der Plattenabstand des in Aufgabe 1 behandelten Kondensators wird nun kontinuierlich auf  $d_2 = 4,00 \text{ mm}$  vergrößert. Dabei ...
  - ... bleibt der Kondensator mit der Spannungsquelle verbunden.
  - ... wird der Kondensator vor der Vergrößerung des Plattenabstandes von der Spannungsquelle getrennt.

**Berechnen Sie** für die beiden Fälle a) und b)  $U_2$ ,  $Q_2$ ,  $C_2$ ,  $E_2$ ,  $W_2$  und  $F_2$

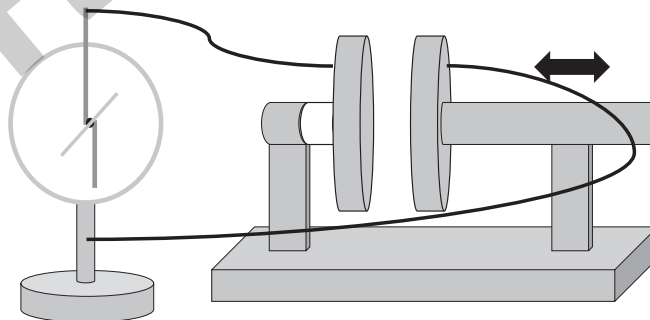
**Typ:** Zu a) Bleibt der Plattenkondensator mit der Spannungsquelle verbunden, erzwingt die Spannungsquelle eine **konstante Spannung  $U$**  des Kondensators.

Zu b) Wird die Spannungsquelle von dem geladenen Kondensator getrennt, bleibt die **Ladung  $Q$  auf den Platten konstant**.

- Vergleichen** Sie die Ergebnisse.

## Lehrerversuch

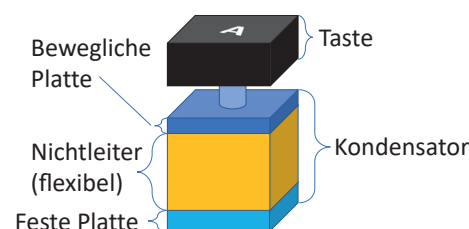
Ein Plattenkondensator, bei dem der Plattenabstand in definierter Weise verändert werden kann, wird mit einem Elektroskop, das zur Spannungsmessung dient, verbunden (siehe Abb.). Dann wird der Plattenkondensator mit einem Hochspannungsnetzgerät auf einige kV aufgeladen. Danach wird die Spannungsquelle wieder vom Kondensator getrennt. Wird nun der Plattenabstand  $d$  vergrößert (verkleinert), steigt (sinkt) die Spannung an (ab). Es gilt offensichtlich  $U \propto d$ .



© Benjamin Streit

## Anwendungsbeispiele

- Kondensator-Mikrofon (siehe LEK, Aufgabe 8)
- Kapazitiver Taster (siehe Abb. rechts)



© Benjamin Streit

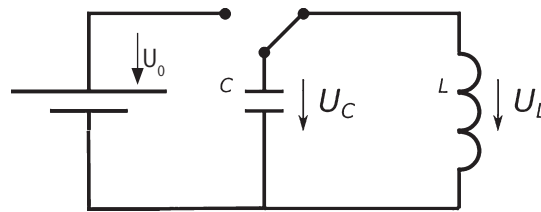


## Anwendungsbeispiel: Parametrischer Schwingkreis

M 5

### Schwingkreis

Ein **Schwingkreis** besteht aus einem **Kondensator** (Kapazität  $C$ ) und einer **Spule** (Induktivität  $L$ , siehe Abb. oben). Zunächst wird der Kondensator mit einer Gleichspannungsquelle auf eine Spannung  $U_0$  aufgeladen.



© mondbrand MMXIX

Wird danach die Spannungsquelle

abgetrennt und der Kondensator mit der Spule verbunden, entlädt sich der Kondensator. Der damit verbundene Strom erzeugt in der Spule ein Magnetfeld. Das sich ändernde Magnetfeld ruft eine Induktionsspannung hervor, was wiederum den Strom beeinflusst. Durch dieses Zusammenspiel entsteht eine ungedämpfte Schwingung. Beispielsweise gilt für die Spannung am Kondensator:

$$U_C(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t)$$

mit der Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Durch unvermeidbare ohmsche Verluste in den Leitungen ist die Schwingung tatsächlich gedämpft (siehe mittlere Abbildung).

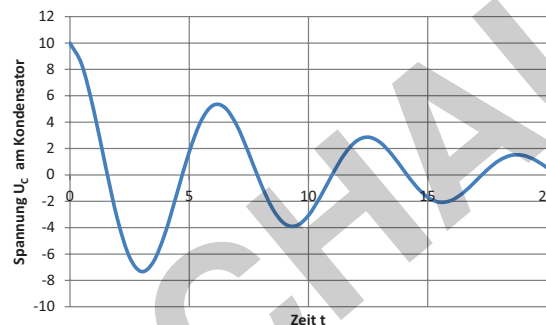
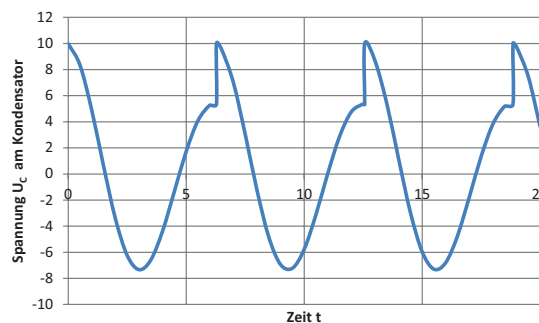


Diagramm: Prof. Dr. Axel Donges

### Entdämpfung des Schwingkreises

Eine Entdämpfung des Schwingkreises ist wie folgt möglich:

- Immer dann, wenn die Spannung  $U_C$  am Kondensator maximal wird, wird der Plattenabstand  $d$  des Kondensators etwas vergrößert (d.h. die Kapazität etwas verringert), wodurch die Spannung  $U_C$  ansteigt. Die Kapazitätsänderung ist so zu wählen, dass die Amplituden der Spannungsschwingung konstant bleiben (hier: 10 V, siehe Abb. unten).
- In den Nulldurchgängen ( $U_C = 0$  V) wird der ursprüngliche Plattenabstand (die ursprüngliche Kapazität) wieder eingestellt. Dabei ändert sich die Spannung  $U_C = 0$  V nicht, da der Kondensator dann gerade ungeladen ist.



© Benjamin Streit

### Aufgabe

**Berechnen** Sie die Kreisfrequenz  $\omega$  eines Schwingkreises für  $C = 50,0$  nF und  $L = 10,0$  mH.





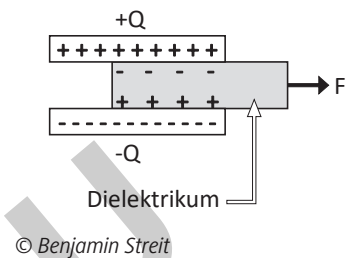
## M 8

## Anmerkung zur Energieänderung beim Einbringen eines Dielektrikums bei abgeklemmter Spannungsquelle



In den Materialien **M 6** und **M 7** haben wir gesehen, dass die im Vakuum-Kondensator gespeicherte Energie  $W$  abnimmt, wenn (bei abgeklemmter Spannungsquelle) ein Dielektrikum zwischen die Platten gebracht wird. Umgekehrt steigt die gespeicherte Energie  $W$ , wenn das Dielektrikum wieder entfernt wird. Wie ist das möglich, ist der Kondensator doch **nicht mit der Spannungsquelle** (= Energiequelle) verbunden?

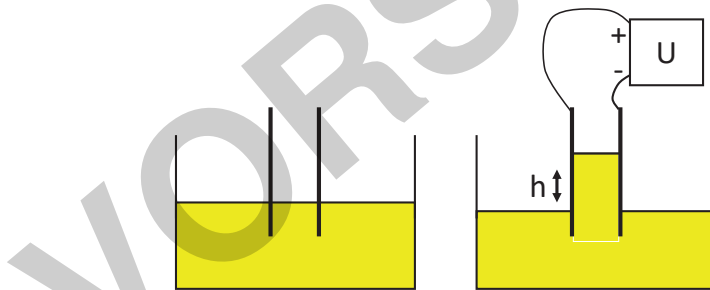
Wird ein Dielektrikum aus einem Plattenkondensator gezogen, ist dafür eine Kraft  $F$  erforderlich (siehe Abb. rechts). Daher wird beim Herausziehen des Dielektrikums eine Arbeit (Kraft mal Weg) verrichtet. Diese Arbeit ist anschließend im Kondensator gespeichert und erhöht somit seine Energie  $W$ . Umgekehrt wird Arbeit frei, wenn das Dielektrikum eingebracht wird, weshalb die Energie des Kondensators sinkt. Ursache für die Kraft  $F$  sind **elektrostatische Kräfte** zwischen den **freien Ladungen** auf den Kondensatorplatten und den **induzierten Polarisationsladungen** des Dielektrikums.



© Benjamin Streit



Zur qualitativen Demonstration der Kraft, die ein Dielektrikum in einen geladenen Kondensator zieht, dient der folgende **Lehrerversuch**: Zwei Elektroden, die einen Kondensator bilden, sind in eine dielektrische Flüssigkeit (z. B. Nitrobenzol, giftig!) getaucht. Wird eine Spannung von einigen kV angelegt, steigt die Flüssigkeit einige Millimeter gegen die Anziehungskraft der Erde nach oben (siehe Abbildungen unten): Die Flüssigkeit wird in den Kondensator hineingezogen.



© Benjamin Streit

Ohne Herleitung ist hier noch die Formel für die Steighöhe  $h$  angegeben:  $h = \frac{(\epsilon_r - 1)\epsilon_0}{\rho_{\text{Fl}} \cdot g} \cdot E^2$  mit  $\rho_{\text{Fl}}$ : Dichte der Flüssigkeit,  $g$ : Erdbeschleunigung.



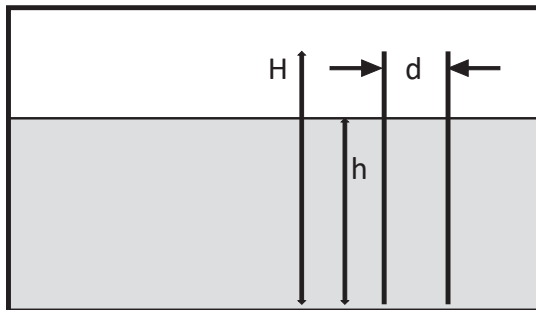
### Aufgabe für Interessierte

- Berechnen** Sie den Gewinn an Lageenergie  $\Delta W_L$ , wenn die Steighöhe der dielektrischen Flüssigkeit im Kondensator  $h$  beträgt ( $\rho_{\text{Fl}}$ : Dichte der Flüssigkeit,  $g$ : Erdbeschleunigung,  $d$ : Plattenabstand,  $b$ : Breite der Platten).
- Berechnen** Sie die freiwerdende elektrische Energie  $\Delta W_E$ , wenn der Flüssigkeitsspiegel von 0 auf  $h$  steigt.
- Setzen** Sie die Energien **gleich** und **lösen** nach  $h$  **auf**. Was **stellen** Sie **fest**?

## Anwendungsbeispiel: Kapazitive Füllstandsmessung

M 9

**Kontinuierliche Füllstandsmessung:** Bei der kapazitiven Füllstandsmessung nutzt man einen offenen Kondensator als Sonde. Dieser wird in das Flüssigkeitsgefäß eingebracht. Dringt die nicht leitend angenommene Flüssigkeit (z. B. Öl) teilweise in den Kondensator ein, verändert sich die Kapazität.



© Benjamin Streit

**Berechnung der Kapazität:** Der Kondensator hat, wenn sich zwischen den Platten Luft ( $\epsilon_r = 1$ ) befindet, die Kapazität  $C_0$ . Der mit der dielektrischen Flüssigkeit ( $\epsilon_r$ ) gefüllte Teil des Kondensators hat dann die Kapazität  $C_h = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} \cdot \frac{h}{H}$ . Der Rest des Kondensators hat dann die Kapazität  $C_{H-h} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot \frac{H-h}{H}$ . Das ergibt eine Gesamtkapazität (Parallelschaltung) von

$$C(h) = C_h + C_{H-h} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} \cdot \frac{h}{H} + \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot \frac{H-h}{H} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot \frac{H + (\epsilon_r - 1)h}{H} = \left(1 + \frac{(\epsilon_r - 1)h}{H}\right) C_0$$

### Beispiel:

$$C_0 = 100 \text{ pF}; \quad \epsilon_r = 3,00$$

$$h = 0: \quad C(h = 0) = C_0 = 100 \text{ pF}$$

$$h = H/2: \quad C(h = H/2) = 2 \cdot C_0 = 200 \text{ pF}$$

$$h = H: \quad C(h = H) = 3 \cdot C_0 = 300 \text{ pF}$$

Durch Messung der Kapazität  $C(h)$  kann so die Füllhöhe  $h$  bestimmt werden:

$$h = \frac{C(h) - C_0}{\epsilon_r - 1} \cdot H$$

**Füllstandmessung mit Schwellenwerten:** Die Abbildung (rechts) zeigt ein etwas anderes Prinzip. Damit ist keine kontinuierliche Füllstandsmessung möglich. Man kann jedoch feststellen, ob der Flüssigkeitsspiegel sich über dem Höhenniveau von  $C_1$ , zwischen dem von  $C_1$  und  $C_2$  oder unter dem von  $C_2$  befindet.

### Aufgabe

Die beiden Kondensatorplatten (siehe Abbildung oben) haben eine Höhe  $H = 150 \text{ cm}$  und eine Breite  $b = 1,00 \text{ cm}$ . Der Plattenabstand ist  $d = 1,00 \text{ mm}$ . Sie sind an eine Spannung  $U_0 = 40,0 \text{ V}$  angeschlossen. Die Flüssigkeit, deren Füllstand  $h$  detektiert werden soll, hat eine Dielektrizitätszahl von  $\epsilon_r = 2,50$ .

- Berechnen** Sie die Kapazität  $C(h)$  bei einem Füllstand von  $h = 50,0 \text{ cm}$ .
- Wie viel Ladung  $\Delta Q$  verliert der Kondensator, wenn die Füllhöhe von  $h_1 = 139 \text{ cm}$  auf  $h_2 = 25 \text{ cm}$  sinkt?



© chemie.de





## M 10

## Plattenkondensator bei veränderlichem Abstand und zwei Dielektrika

### Aufgabe

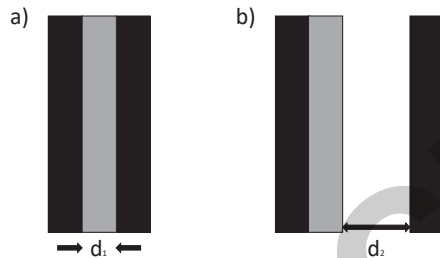
Ein Plattenkondensator hat eine Fläche  $A = 40,0 \text{ cm}^2$  und einen Plattenabstand von  $d_1 = 1,00 \text{ mm}$ . Der Plattenzwischenraum ist mit einem Isolator ( $\epsilon_{r,1} = 2,50$ ) gefüllt. Der Kondensator wird auf  $U = 25,0 \text{ V}$  aufgeladen und danach wieder von der Spannungsquelle getrennt.



a) **Berechnen** Sie die gespeicherte Ladung  $Q$ .

Nun wird die rechte Platte um  $d_2 = 2,00 \text{ mm}$  verschoben. Die beiden Platten haben nun einen Abstand von  $d_1 + d_2 = 1,00 \text{ mm} + 2,00 \text{ mm} = 3,00 \text{ mm}$ . Ein Drittel des Plattenzwischenraums ist nun mit Dielektrikum ( $\epsilon_{r,1} = 2,50$ ) gefüllt (siehe Abbildung). Für zwei Drittel des Zwischenraums gilt  $\epsilon_{r,2} = 1,00$  (Vakuum).

b) **Berechnen** Sie die elektrische Spannung  $U'$  zwischen den beiden Kondensatorplatten.

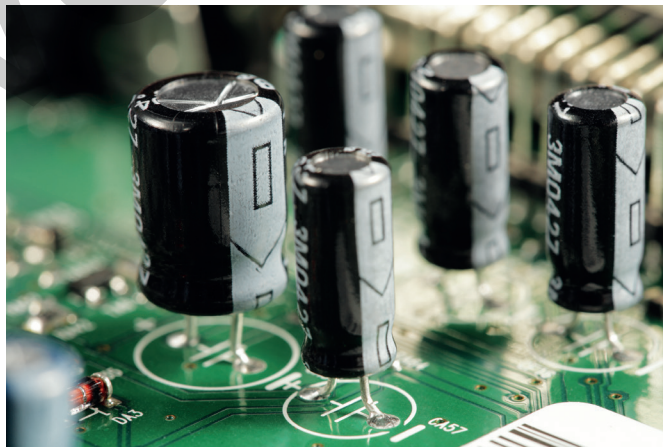


© Benjamin Streit



### Tipps:

- Die Ladung  $Q$  bleibt bei der Verschiebung konstant.
- Es gilt  $E = \frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0} \frac{Q}{A}$ .
- Es gilt  $U = E \cdot d$ .



Moderne Kondensatoren weisen eine große Vielfalt an Bauformen und -größen auf. Sie werden immer kleiner und leistungsfähiger.

© Zoonar RF/Zoonar/Getty Images Plus

- b) Welche mittlere Stromstärke  $I$  fließt, wenn das Einbringen des Dielektrikums eine Zeitspanne von  $\Delta t = 10,0$  s in Anspruch nimmt?

**Hinweis:** Stromstärke  $I = \Delta Q / \text{benötigte Zeit } \Delta t$ .

### Aufgabe 6

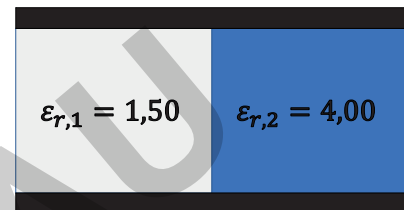
Ein Plattenkondensator (Fläche  $A = 50$  cm<sup>2</sup>; Plattenabstand  $d = 3,00$  mm; Dielektrikum: Luft) wird auf  $20,0$  V aufgeladen und wieder von der Spannungsquelle getrennt. Dann wird der Raum zwischen den Platten mit zwei unterschiedlichen Dielektrika gefüllt: Material 1:  $d_1 = 1,00$  mm und  $\epsilon_{r,1} = 2,00$ ; Material 2:  $d_2 = 2,00$  mm und  $\epsilon_{r,2} = 3,00$ .

- Berechnen** Sie die elektrischen Feldstärken  $E_1$  und  $E_2$  in beiden Dielektrika.
- Berechnen** Sie die Spannung  $U'$  zwischen den beiden Kondensatorplatten.
- Berechnen** Sie die Kapazität des Kondensators (mit Dielektrika).

### Aufgabe 7

Ein Plattenkondensator ( $A = 100$  cm<sup>2</sup>,  $d = 1,00$  cm) ist mit zwei unterschiedlichen Dielektrika – jeweils zur Hälfte – gefüllt (siehe Abbildung). Der Kondensator wird auf  $U = 200$  V aufgeladen.

- Berechnen** Sie die gespeicherte Ladung  $Q$ .
- Berechnen** Sie die Kapazität  $C$  des Kondensators.

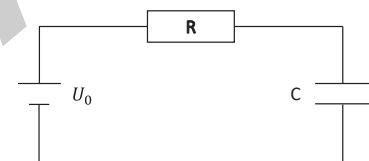


### Aufgabe 8

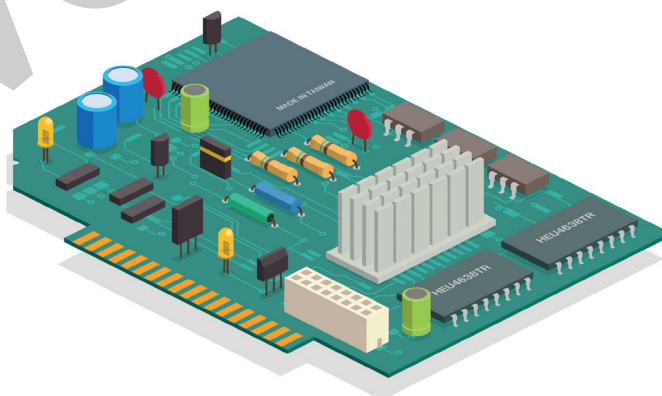
Ein Kondensator (Fläche  $A$ , Plattenabstand  $d_1$ ,  $\epsilon_r = 1$ ) ist über einen Widerstand  $R$  an eine Spannungsquelle (Spannung  $U_0$ ) angeschlossen (siehe Abbildung).

- Berechnen Sie die Ladung  $Q_1$  des Kondensators.
- Nun wird der Plattenabstand verringert auf  $d_2$ . Wie groß ist nun die Ladung  $Q_2$ ?
- Die Verschiebung  $\Delta d$  der Platten von  $d_1$  auf  $d_2$  benötigt die Zeitspanne  $\Delta t$ . Wie groß ist die mittlere Stromstärke  $I = \Delta Q / \Delta t$ ? Es gilt näherungsweise:  $d_1 \approx d_2 \approx d$ .
- Welche Spannung  $U_R$  fällt während der Verschiebung am Widerstand  $R$  an?

**Hinweis:**  $U = R \cdot I$



© Benjamin Streit



Heute gebräuchliche Platine mit mindestens sechs integrierten Kondensatoren

© anilyanik/DigitalVision Vectors/Getty Images